线性代数-1

主讲：吴利苏

wulisu@sdust.edu.cn

2023 年 11 月 16 日

主讲：吴利苏，数学学院

邮箱：wulisu@sdust.edu.cn

办公室：实训楼 1708 右 (提前邮箱预约)

QQ 群：920309430 (线性代数 2023)

教材:《线性代数》第七版, 同济大学

参考书：Introduction to linear algebra, Gilbert Strang

作业：13-19 周每周天晚上 22 点前提交至学习通，共 7 次。

作业反馈：交过作业后隔一周见 http://wulisu.cn/。

- 最终成绩 = 期末成绩 *0.6+ 线上成绩 *0.2+ 平时成绩 *0.2
- 线上成绩：期末考试 30 分，章测试 30 分，平时成绩 40 分（其中平时成绩中学习进度 30 分，学习行为 10 分）
- 平时成绩（20 分）：作业 15 分 + 课堂测验 5 分.

学习通二维码

图: 智能制造 1

图: 智能制造 2

图: 船舶海洋 2

图: 重修

学习通二维码

图: 能源动力 1

图: 能源动力 2

图: 能源动力 3

图: 重修

本次课内容

1. 何为线性代数

2、行列式的定义 1

线性代数为何？

第一章　行列式（determinant）

主要内容

1) 行列式的定义: 1.1–1.3
2) 行列式的性质: 1.4
3) 行列式的展开: 1.5
4) 行列式的计算

1.1 、二阶行列式

二阶行列式就是一个 2×2 数阵表示的一个数,

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

其中

- a_{ij} 表示行列式的第 i 行 j 列的元素, 称为行列式的 (i,j) 元;
- a_{11}, a_{22} 称为主对角元, a_{12}, a_{21} 称为副对角元;
- 对角线法则: 二阶行列式的值为主对角元之积减去副对角元之积的差.

定义 (n 阶行列式的递归定义)

n 阶行列式为 n^2 个数排成 n 行 n 列的数阵决定的一个数，其值可以递归定义为

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}M_{11} - a_{12}M_{12} + \cdots + (-1)^{1+n}a_{1n}M_{1n}$$

其中 M_{ij} 为划掉行列式的第 i 行和第 j 列, 得到的 $n-1$ 阶行列式, 称为 (i,j) 元 a_{ij} 的余子式.

- n 阶行列式通常可简记为 D、D_n 或 $\det(a_{ij})$, a_{ij} 为行列式的 (i,j) 元;

例 (下三角行列式)

证明

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}.$$

证明:

例题

例 (对角行列式)

证明

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}.$$

证明:

例 (三阶行列式的对角线法则)

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} \\ - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}.$$

例

分别用行列式的递归定义和对角线法则计算三阶行列式

$$\begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix}$$

解:

小结

- 二阶行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

- 三阶行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}$$

$$- a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}.$$

- n 阶行列式的递归定义

$$D_n = a_{11}M_{11} - a_{12}M_{12} + \cdots + (-1)^{1+n}M_{1n}$$

作业

- 利用行列式的递归定义证明 Page-3 公式 (6), 尝试思考等号右边每一项的正负号和下标之间的关系.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} \\ - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}.$$

- P21. 1-(1)(2)、3、4-(5).

欢迎提问和讨论

吴利苏（http://wulisu.cn）

Email: wulisu@sdust.edu.cn