

# 线性代数-2

主讲：吴利苏

wulisu@sdust.edu.cn

2024 年 8 月 29 日

# 本次课内容

1. 逆序数和行列式的定义 2

2. 行列式的性质

- $n$  阶行列式的递归定义

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}M_{11} - a_{12}M_{12} + \cdots + (-1)^{1+n}a_{1n}M_{1n}$$

- $n$  阶行列式的递归定义

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}M_{11} - a_{12}M_{12} + \cdots + (-1)^{1+n}a_{1n}M_{1n}$$

- 三阶行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} \\ - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31} \\ = \sum_{p_1 p_2 p_3} (-1)^{t(p_1 p_2 p_3)} a_{1p_1} a_{2p_2} a_{3p_3}.$$

## $n$ 阶行列式的直接定义

定义 ( $n$  阶行列式的直接定义)

$n$  阶行列式为  $n^2$  个数排成  $n$  行  $n$  列的数阵决定的一个数，其值可以定义为

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{p_1 p_2 \cdots p_n} (-1)^{t(p_1 p_2 \cdots p_n)} a_{1p_1} a_{2p_2} \cdots a_{np_n}$$

其中  $t(p_1 p_2 \cdots p_n)$  为排列  $p_1 p_2 \cdots p_n$  的逆序数.

# 排列及其逆序数

- 把  $n$  个不同元素排成一行，称为这  $n$  个元素的全排列，简称排列.

# 排列及其逆序数

- 把  $n$  个不同元素排成一行，称为这  $n$  个元素的全排列，简称排列.
- $1, 2, \dots, n$  有多少种排列可能？( $n!$ )

# 排列及其逆序数

- 把  $n$  个不同元素排成一行，称为这  $n$  个元素的全排列，简称排列.
- $1, 2, \dots, n$  有多少种排列可能？( $n!$ )
  - 二阶行列式有  $2 = 2 \cdot 1$  项，三阶行列式有  $6 = 3 \cdot 2 \cdot 1$  项. 恰好与可能的排列数对应.



# 排列及其逆序数

- 把  $n$  个不同元素排成一列, 称为这  $n$  个元素的全排列, 简称排列.
- $1, 2, \dots, n$  有多少种排列可能? ( $n!$ )
  - 二阶行列式有  $2 = 2 \cdot 1$  项, 三阶行列式有  $6 = 3 \cdot 2 \cdot 1$  项. 恰好与可能的排列数对应.
- 规定一个标准排列, 通常令  $12 \dots n$  为标准排列. 排列  $p_1 p_2 \dots p_n$  中某两个元素的次序与标准排列中次序不同时, 就称为一个逆序. 例如设标准排列是 123, 则排列 321 中的 3 和 1 就是一个逆序.

# 排列及其逆序数

- 把  $n$  个不同元素排成一列, 称为这  $n$  个元素的全排列, 简称排列.
- $1, 2, \dots, n$  有多少种排列可能? ( $n!$ )
  - 二阶行列式有  $2 = 2 \cdot 1$  项, 三阶行列式有  $6 = 3 \cdot 2 \cdot 1$  项. 恰好与可能的排列数对应.
- 规定一个标准排列, 通常令  $12 \dots n$  为标准排列. 排列  $p_1 p_2 \dots p_n$  中某两个元素的次序与标准排列中次序不同时, 就称为一个逆序. 例如设标准排列是 123, 则排列 321 中的 3 和 1 就是一个逆序.
- 排列  $p_1 p_2 \dots p_n$  中的所有逆序的总数称为这个排列的逆序数, 记为  $t(p_1 p_2 \dots p_n)$ .

# 排列及其逆序数

- 把  $n$  个不同元素排成一列, 称为这  $n$  个元素的全排列, 简称排列.
- $1, 2, \dots, n$  有多少种排列可能? ( $n!$ )
  - 二阶行列式有  $2 = 2 \cdot 1$  项, 三阶行列式有  $6 = 3 \cdot 2 \cdot 1$  项. 恰好与可能的排列数对应.
- 规定一个标准排列, 通常令  $12 \dots n$  为标准排列. 排列  $p_1 p_2 \dots p_n$  中某两个元素的次序与标准排列中次序不同时, 就称为一个逆序. 例如设标准排列是 123, 则排列 321 中的 3 和 1 就是一个逆序.
- 排列  $p_1 p_2 \dots p_n$  中的所有逆序的总数称为这个排列的逆序数, 记为  $t(p_1 p_2 \dots p_n)$ .
- 逆序数为奇数的排列称为奇排列, 逆序数为偶数的排列称为偶排列.

## 求逆序数

- 考虑  $1, 2, \dots, n$  这  $n$  个元素. 设标准排列为  $12 \cdots n$ ,  $p_1 p_2 \cdots p_n$  为  $1, 2, \dots, n$  的任意一个排列. 设  $t_i$  为  $p_i$  前面的元素中比  $p_i$  大的元素的个数, 则

$$t(p_1 p_2 \cdots p_n) = t_1 + t_2 + \cdots + t_n.$$

## 求逆序数

- 考虑  $1, 2, \dots, n$  这  $n$  个元素. 设标准排列为  $12 \cdots n$ ,  $p_1 p_2 \cdots p_n$  为  $1, 2, \dots, n$  的任意一个排列. 设  $t_i$  为  $p_i$  前面的元素中比  $p_i$  大的元素的个数, 则

$$t(p_1 p_2 \cdots p_n) = t_1 + t_2 + \cdots + t_n.$$

同理, 设  $l_i$  为  $p_i$  后面的元素中比  $p_i$  小的元素的个数, 则

$$t(p_1 p_2 \cdots p_n) = l_1 + l_2 + \cdots + l_n.$$

## 求逆序数

- 考虑  $1, 2, \dots, n$  这  $n$  个元素. 设标准排列为  $12 \cdots n$ ,  $p_1 p_2 \cdots p_n$  为  $1, 2, \dots, n$  的任意一个排列. 设  $t_i$  为  $p_i$  前面的元素中比  $p_i$  大的元素的个数, 则

$$t(p_1 p_2 \cdots p_n) = t_1 + t_2 + \cdots + t_n.$$

同理, 设  $l_i$  为  $p_i$  后面的元素中比  $p_i$  小的元素的个数, 则

$$t(p_1 p_2 \cdots p_n) = l_1 + l_2 + \cdots + l_n.$$

例

求排列 32514 的逆序数.

## 三阶行列式定义中的正负号

例

讨论  $1, 2, 3$  所有全排列的奇偶性.

解:

## 三阶行列式定义中的正负号

例

讨论 1, 2, 3 所有全排列的奇偶性.

解:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} \\ - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}$$

- 奇排列对应的项为负; 偶排列对应的项为正.



## $n$ 阶行列式的定义 2

定义 ( $n$  阶行列式的直接定义)

$n$  阶行列式为  $n^2$  个数排成  $n$  行  $n$  列的数阵决定的一个数，其值可以定义为

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{p_1 p_2 \cdots p_n} (-1)^{t(p_1 p_2 \cdots p_n)} a_{1p_1} a_{2p_2} \cdots a_{np_n}$$

其中  $t(p_1 p_2 \cdots p_n)$  为排列  $p_1 p_2 \cdots p_n$  的逆序数.

**注:**  $n$  阶行列式的递归定义和直接定义是等价的.

# $n$ 阶行列式

注:

- $n$  阶行列式共有  $n!$  项;
- 每一项都是位于不同行不同列的元素的乘积;
- 每一项都可写为  $a_{1p_1} a_{2p_2} \cdots a_{np_n}$ , 其中  $p_1 p_2 \cdots p_n$  为  $1, 2, \cdots, n$  的某个排列;
- $p_1 p_2 \cdots p_n$  为偶排列时, 对应项取正号;  
 $p_1 p_2 \cdots p_n$  为奇排列时, 对应项取负号.

## 例题

例 (反下三角行列式)

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{14} \\ 0 & 0 & a_{23} & a_{24} \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$

解:

## 行列式定义小结

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{p_1 p_2 \cdots p_n} (-1)^{t(p_1 p_2 \cdots p_n)} a_{1p_1} a_{2p_2} \cdots a_{np_n}$$
$$= a_{11}M_{11} - a_{12}M_{12} + \cdots + (-1)^{1+n} a_{1n}M_{1n}$$
$$= \sum_{q_1 q_2 \cdots q_n} (-1)^{t(q_1 q_2 \cdots q_n)} a_{q_1 1} a_{q_2 2} \cdots a_{q_n n}$$
$$= a_{11}M_{11} - a_{21}M_{21} + \cdots + (-1)^{1+n} a_{n1}M_{n1}$$

## 1.4 行列式的性质

# 性质 1: 行列式与其转置行列式相等

记

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}, \quad D^T = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{n2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

行列式  $D^T$  称为  $D$  的转置行列式.

例 (下三角行列式的转置行列式为上三角行列式)

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}^T = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} & \cdots & a_{n1} \\ 0 & a_{22} & a_{32} & \cdots & a_{n2} \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & a_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

## 性质 1: 行列式与其转置相等

性质

$$D^T = D.$$

注：行列式计算中行和列的地位是一样的.

性质 2: 交换两行 (列), 行列式变号.

性质

交换行列式的两行 (列), 行列式变号.

推论

行列式的两行 (列) 相同, 则行列式为 0.



### 性质 3: 某行 (列) 乘数 $k$ , 等价于行列式乘数 $k$

#### 性质

行列式的某一行 (列) 中的所有元素都乘同一数  $k$ , 等于用数  $k$  乘此行列式.

#### 推论

行列式中某行 (列) 所有元素的公因子可以提到行列式记号的外面.

#### 推论

行列式中有两行 (列) 元素成比例, 则此行列式等于零.

## 性质 4: 一行 (列) 可加, 则行列式可加

### 性质

若行列式的某一行 (列) 的元素都是两数之和, 则该行列式是如下两个行列式的和.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{i1} + a'_{i1} & \cdots & a_{in} + a'_{in} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a'_{i1} & \cdots & a'_{in} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

## 性质 5: 某行 (列) $k$ 倍加到另一行 (列), 行列式不变

### 性质

把行列式的某一行 (列) 的各元素乘同一个数然后加到另一行 (列) 对应的各元素上去, 行列式不变.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{j1} & \cdots & a_{jn} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \xrightarrow{r_j + kr_i} \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{j1} + ka_{i1} & \cdots & a_{jn} + ka_{in} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

# 行列式计算的一些规定

- 行 (**row**): 用  $r_i$  表示第  $i$  行  
列 (**column**): 用  $c_j$  表示第  $j$  列

# 行列式计算的一些规定

- 行 (row): 用  $r_i$  表示第  $i$  行
- 列 (column): 用  $c_j$  表示第  $j$  列
- 行列式的三种变换:

# 行列式计算的一些规定

- 行 (row): 用  $r_i$  表示第  $i$  行
- 列 (column): 用  $c_j$  表示第  $j$  列
- 行列式的三种变换:
  - 交换两行 (列):  $r_i \leftrightarrow r_j, c_i \leftrightarrow c_j$

# 行列式计算的一些规定

- 行 (row): 用  $r_i$  表示第  $i$  行
- 列 (column): 用  $c_j$  表示第  $j$  列
- 行列式的三种变换:
  - 交换两行 (列):  $r_i \leftrightarrow r_j, c_i \leftrightarrow c_j$
  - 某行 (列) 乘以数  $k$ :  $r_i \times k, c_i \times k$

# 行列式计算的一些规定

- 行 (row): 用  $r_i$  表示第  $i$  行
- 列 (column): 用  $c_j$  表示第  $j$  列
- 行列式的三种变换:
  - 交换两行 (列):  $r_i \leftrightarrow r_j, c_i \leftrightarrow c_j$
  - 某行 (列) 乘以数  $k$ :  $r_i \times k, c_i \times k$
  - 某行 (列) 的  $k$  倍加到另一行 (列) 上去:  $r_j + kr_i, c_j + kc_i$



# 行列式计算的一些规定

- 行 (row): 用  $r_i$  表示第  $i$  行
- 列 (column): 用  $c_j$  表示第  $j$  列
- 行列式的三种变换:
  - 交换两行 (列):  $r_i \leftrightarrow r_j, c_i \leftrightarrow c_j$
  - 某行 (列) 乘以数  $k$ :  $r_i \times k, c_i \times k$
  - 某行 (列) 的  $k$  倍加到另一行 (列) 上去:  $r_j + kr_i, c_j + kc_i$
- 行变换放在等号的上面, 列变换放在等号的下面

# 行列式计算的一些规定

- 行 (row): 用  $r_i$  表示第  $i$  行
- 列 (column): 用  $c_j$  表示第  $j$  列
- 行列式的三种变换:
  - 交换两行 (列):  $r_i \leftrightarrow r_j, c_i \leftrightarrow c_j$
  - 某行 (列) 乘以数  $k$ :  $r_i \times k, c_i \times k$
  - 某行 (列) 的  $k$  倍加到另一行 (列) 上去:  $r_j + kr_i, c_j + kc_i$
- 行变换放在等号的上面, 列变换放在等号的下面
- 在每一个变换中, 被改变的行 (列) 的符号写在前面.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \xrightarrow{r_1 \leftrightarrow r_3} - \begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{vmatrix} \xrightarrow{c_1 - c_2} - \begin{vmatrix} a_{31} - a_{32} & a_{32} & a_{33} \\ a_{21} - a_{22} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} - a_{12} & a_{12} & a_{13} \end{vmatrix}$$

# 行列式计算的一些规定

- 行 (row): 用  $r_i$  表示第  $i$  行
- 列 (column): 用  $c_j$  表示第  $j$  列
- 行列式的三种变换:
  - 交换两行 (列):  $r_i \leftrightarrow r_j, c_i \leftrightarrow c_j$
  - 某行 (列) 乘以数  $k$ :  $r_i \times k, c_i \times k$
  - 某行 (列) 的  $k$  倍加到另一行 (列) 上去:  $r_j + kr_i, c_j + kc_i$
- 行变换放在等号的上面, 列变换放在等号的下面
- 在每一个变换中, 被改变的行 (列) 的符号写在前面.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \xrightarrow{r_1 \leftrightarrow r_3} - \begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{vmatrix} \xrightarrow{c_1 - c_2} - \begin{vmatrix} a_{31} - a_{32} & a_{32} & a_{33} \\ a_{21} - a_{22} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} - a_{12} & a_{12} & a_{13} \end{vmatrix}$$

注: 多个变换时, 需要一步一步算. 计算行列式时, 切忌眼高手低、想当然!

# 思考

- 你认为行列式的哪种操作最有用？

- 你认为行列式的哪种操作最有用？
- 交换行（列）可通过另外两个操作实现.

$$\begin{array}{c}
 \left| \begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array} \right| \xrightarrow{r_1+r_3} \left| \begin{array}{ccc} a_{11}+a_{31} & a_{12}+a_{32} & a_{13}+a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array} \right| \\
 \\
 \xrightarrow{r_3-r_1} \left| \begin{array}{ccc} a_{11}+a_{31} & a_{12}+a_{32} & a_{13}+a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ -a_{11} & -a_{12} & -a_{13} \end{array} \right| \\
 \\
 \xrightarrow{r_1+r_3} \left| \begin{array}{ccc} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ -a_{11} & -a_{12} & -a_{13} \end{array} \right| \xrightarrow{r_3 \times (-1)} - \left| \begin{array}{ccc} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{array} \right|
 \end{array}$$

例题：数字行列式化上（下）三角形，再求行列式.

例

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$$

解：

## 例题：循环行列式（求和法）

例

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

解：

- 行列式的每行（列）的各元素之和相等，可尝试求和法.

## 例题：爪形行列式

例

$$D = \begin{vmatrix} a_0 & c & c & \cdots & c \\ c & a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ c & 0 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ c & 0 & 0 & \cdots & a_{n-1} \end{vmatrix}$$

其中  $a_0, a_1, \cdots, a_{n-1}$  全不为 0.

解：



## 例题：分块行列式

例

$$\begin{aligned} D &= \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1k} & & & \\ \vdots & & \vdots & & 0 & \\ a_{k1} & \cdots & a_{kk} & & & \\ c_{11} & \cdots & c_{1k} & b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{nk} & b_{n1} & \cdots & b_{nn} \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1k} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{k1} & \cdots & a_{kk} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nn} \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

证明：

## 例题：稀疏行列式化分块行列式

例

$$D_{2n} = \begin{vmatrix} a & & & & & b \\ & \ddots & & & & \\ & & a & b & & \\ & & c & d & & \\ & \ddots & & & & \\ c & & & & & d \end{vmatrix}$$

解：

## 课堂练习

例

计算行列式

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

解:

- 行列式的直接定义

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{p_1 p_2 \cdots p_n} (-1)^{t(p_1 p_2 \cdots p_n)} a_{1p_1} a_{2p_2} \cdots a_{np_n}$$

其中  $t(p_1 p_2 \cdots p_n)$  为排列  $p_1 p_2 \cdots p_n$  的逆序数.

- 行列式的性质.

# 作业

- 求 2413 的逆序数  $t(2413)$ ，并根据行列式的直接定义计算

$$D = \begin{vmatrix} 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b \\ c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d & 0 \end{vmatrix}.$$

- 计算一般爪形行列式

$$D_{n+1} = \begin{vmatrix} a_0 & x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ y_1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ y_2 & 0 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_n & 0 & 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix},$$

其中  $a_0 a_1 \cdots a_n \neq 0$ .

- Page-21: 3、4-(2)(4)、6-(2)

# 欢迎提问和讨论

吴利苏 (<http://wulisu.cn>)

Email: [wulisu@sdust.edu.cn](mailto:wulisu@sdust.edu.cn)