

山东科技大学 2024–2025 学年第一学期
《线性代数》考试试卷（体育 A 卷）

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

| | | | | | | |
|----|---|---|---|-----|-----|-----|
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 总得分 | 评卷人 | 审核人 |
| 得分 | | | | | | |

一、填空题（每空 3 分，共 30 分）

已知矩阵

$$A = \begin{pmatrix} \blacksquare & 1 & 0 \\ 2 & \blacksquare & 3 \\ 0 & 4 & \blacksquare \end{pmatrix}$$

其中 $\blacksquare =$ 你的学号最后一位.

1. $|A| =$ _____.
2. $M_{12} =$ _____, $A_{12} =$ _____.
3. $A^2 =$ _____.
4. $A^* =$ _____, $A^{-1} =$ _____.
5. $A^T =$ _____.
6. $\text{tr} A =$ _____.
7. $R(A) =$ _____.
8. A 的三个特征值是_____.

二、已知 $\blacksquare =$ 你的学号最后一位，计算下面两道小题.（每小题 20 分，共 40 分）

1. 已知行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & \blacksquare \\ \blacksquare & 0 & -1 \end{vmatrix}$, 计算 $-A_{11} + \blacksquare A_{12}$.

2. 设 $A = \begin{pmatrix} \blacksquare & 1 & 0 \\ 0 & \blacksquare & 1 \\ -2 & 0 & \blacksquare \end{pmatrix}$, 求解矩阵方程 $AX = 5X + A$.

三、选择题（每题 3 分，共 30 分）

1. 下列行列式中, () 是下三角行列式; () 是循环行列式; () 是爪形行列式; () 是范德蒙德行列式.

$$(A) \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$(B) \begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & \cdots & x_n^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \cdots & x_n^{n-1} \end{vmatrix}$$

$$(C) \begin{vmatrix} a_0 & x_1 & x_2 & \cdots & x_{n-1} \\ y_1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ y_2 & 0 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{n-1} & 0 & 0 & \cdots & a_{n-1} \end{vmatrix}$$

$$(D) \begin{vmatrix} a & b & b & \cdots & b \\ b & a & b & \cdots & b \\ b & b & a & \cdots & b \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ b & b & b & \cdots & a \end{vmatrix}$$

2. 已知 A, B 为 n 阶方阵. 则下面说法正确的是 ().

$$(A) AB = BA$$

$$(B) (A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(C) (A - E)(A + E) = A^2 - E$$

$$(D) (A - B)(A + B) = A^2 - B^2$$

3. (多选) 下列矩阵中, () 是行阶梯形; () 是行最简形; () 是标准形; () 是行阶梯形但不是行最简形. 在矩阵 $D - J$ 中, 和矩阵 C 不等价的矩阵是 ().

$$(A) \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 4 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$(B) \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & -3 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -10 \end{pmatrix}$$

$$(C) \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(D) \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(E) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(F) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(G) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(H) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(I) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(J) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$