

专业姓名学号: _____

1. 判断题（正确请说明理由，错误请说明理由或给出反例）：

(1) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

(2) $A_{m \times n} X_n = A_{m \times n} Y_n$, 若 A 列满秩, 则 $X = Y$.

2. 计算题：

(1) 求 A^6 , 其中

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}.$$

(2) 用初等变换的方法求解矩阵方程 $AX = B$, 其中

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

3. (选做) 设 A 为 n 阶方阵, $R(A) = 1$, 证明:

1) 存在非零列向量 α, β 使得 $A = \alpha\beta^T$;

2) $A^{n+1} = k^n A$, 其中 $k = \alpha^T \beta$.