

1. 常见公式

1.1. 泰勒展开

无穷可微函数 $f(x)$ 的泰勒展开式为:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^n(a)}{n!} (x-a)^n$$

$f^n(a)$ 表示函数 f 在 a 处的 n 阶导数,如果 $a=0$,也把这个级数叫做麦克劳林级数.

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots \quad \forall (\text{对所有 } x \text{ 都成立})$$

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots \quad \forall$$

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots \quad \forall$$

参考资料:

- [wiki: 泰勒级数](#)

1.2. 三角函数

参考资料:

- [wiki: 三角函数](#)

2. 公式理解

2.1. 泰勒展开

2.1.1. $\sin x$

```
# 首先, 计算  $\sin(x)$  在  $x=0$  处的函数值和各阶导数。根据正弦函数的定义, 有:  
 $\sin(0) = 0$ 
```

```
# 对正弦函数求一阶导数, 得到:
```

```
d/dx sin(x) = cos(x)
cos(0) = 1
```

对正弦函数求二阶导数，得到：

```
d^2/dx^2 sin(x) = -sin(x)
-sin(0) = 0
```

对正弦函数求三阶导数，得到：

```
d^3/dx^3 sin(x) = -cos(x)
-cos(0) = -1
```

对正弦函数求四阶导数，得到：

```
d^4/dx^4 sin(x) = sin(x)
sin(0) = 0
```

以此类推，可以得到：

```
d^5/dx^5 sin(x) = cos(x)
cos(0) = 1
```

```
d^6/dx^6 sin(x) = -sin(x)
-sin(0) = 0
```

```
d^7/dx^7 sin(x) = -cos(x)
-cos(0) = -1
```

```
d^8/dx^8 sin(x) = sin(x)
sin(0) = 0
```

根据泰勒级数展开式，将这些导数带入公式：

```
sin(x) = f(0) + f'(0)x + f''(0)x^2/2! + f'''(0)x^3/3! + ...
```

2.2. 复数域内指数函数

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$