



# 四足机器人步态设计 及控制简介



吴畔昊



# CONTENTS

01

**步态设计**

Gait design

02

**运动学建模与求解**

Kinematics modeling and  
solution

03

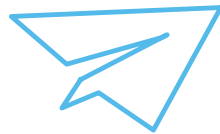
**代码说明**

Code explanation

04

**优化改进**

Optimization and  
improvement





01

# 步态设计

Gait design





## 四足步态

- 回顾生活中常见四足动物的行走姿态(猫、狗、牛、马等)
- 如果让你来设计四足机器人的行走方式，你会怎么做？

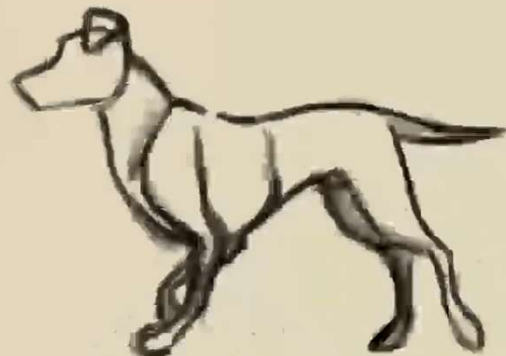
## 四足步态



No offset



Rear 1/4 delayed



Rear 1/2 delayed



Rear 3/4 delayed

哪一个是正确的呢？

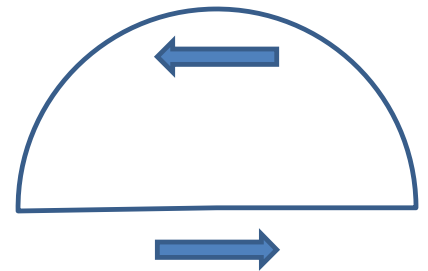
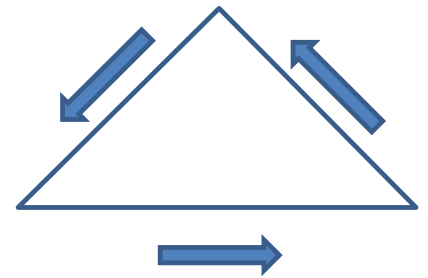
## 角度 or 轨迹

先考虑单只脚的运动，如何从数学层面描述选择的步态？

- 关节的角度变化函数 还是 足端的轨迹函数

角度函数不容易获取也不够直观，先设计位移轨迹函数再求取角度

如何通过位移轨迹函数求得关节角度？建立反向运动学方程





02

## 运动学建模与求解

Kinematics modeling and solution



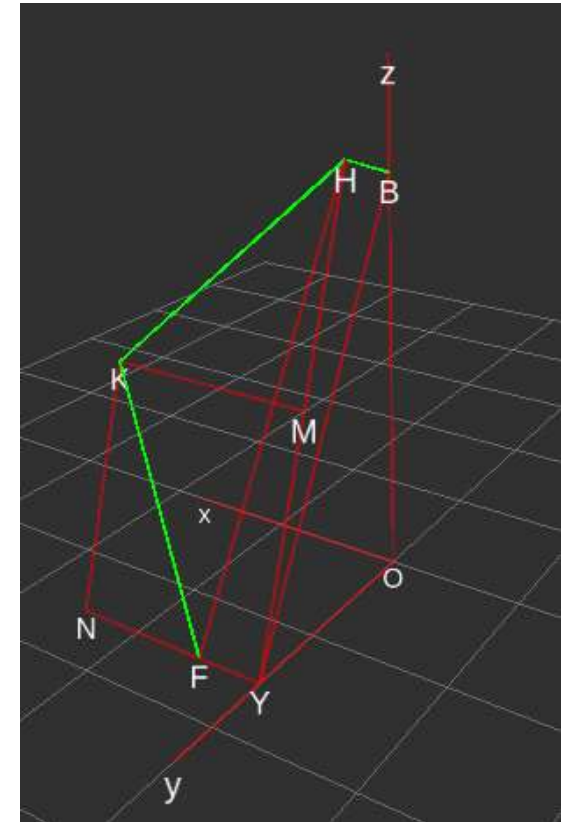
# 运动学

## 正向运动学

- 已知每个关节的角度，求出末端的坐标

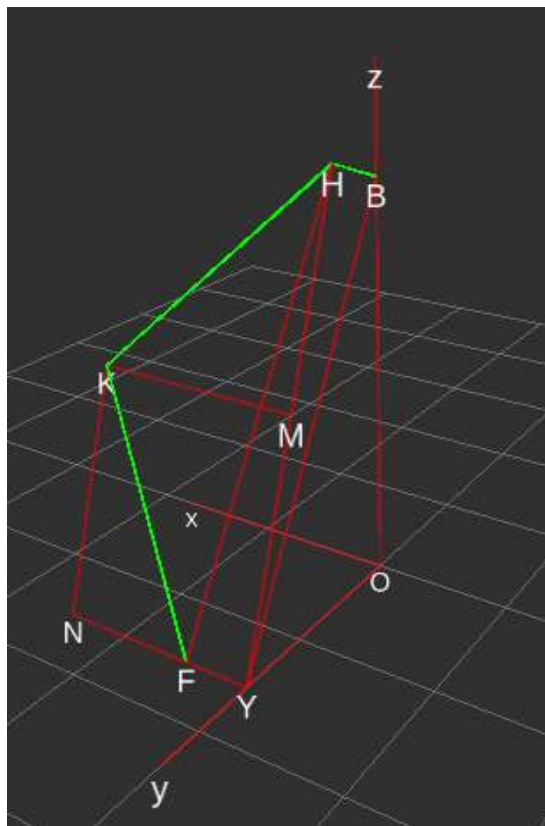
## 反向运动学

- 已知末端的坐标，求出每个关节的角度



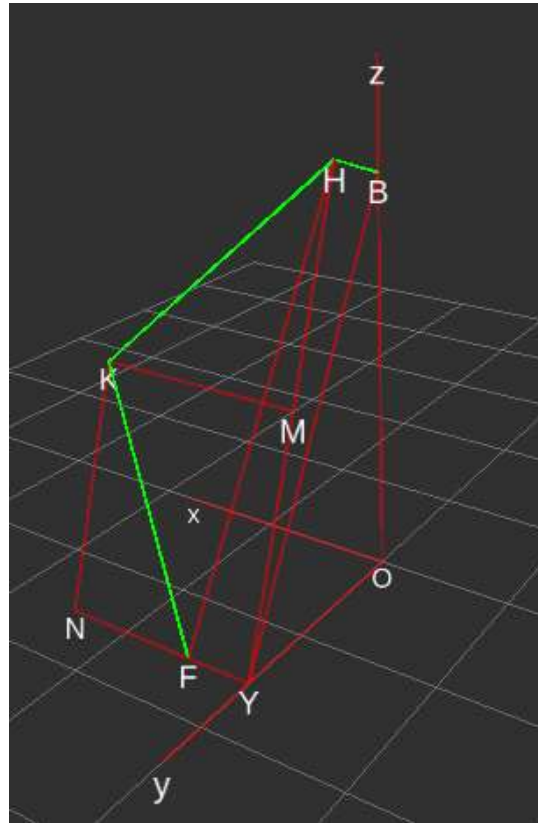
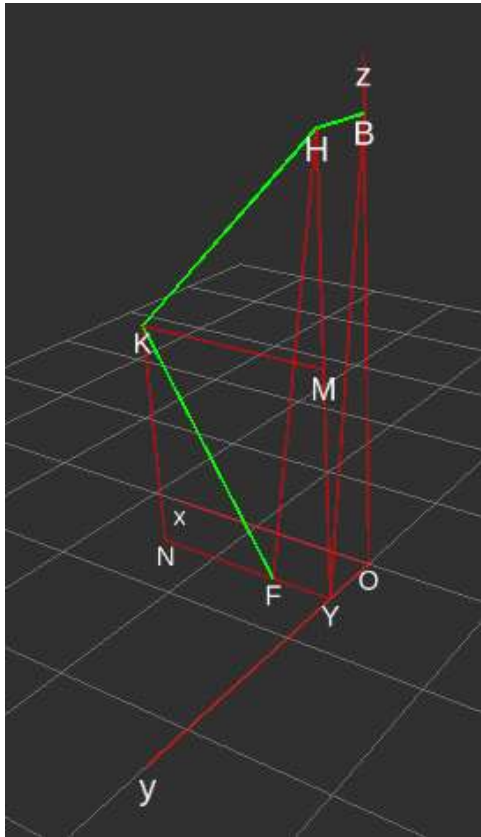


## 建模



B、H、K分别为舵狗的三个关节  
 $BH \perp x$ 轴，在 $yOz$ 平面上旋转  
HKF平面 $\perp BH$ ，HK、KF在平面HKF内旋转  
Y为F在y轴上的投影，M、N分别是K在HY、FY上的投影  
主要考虑 $yOz$ 平面和HKF平面

## 正向运动学

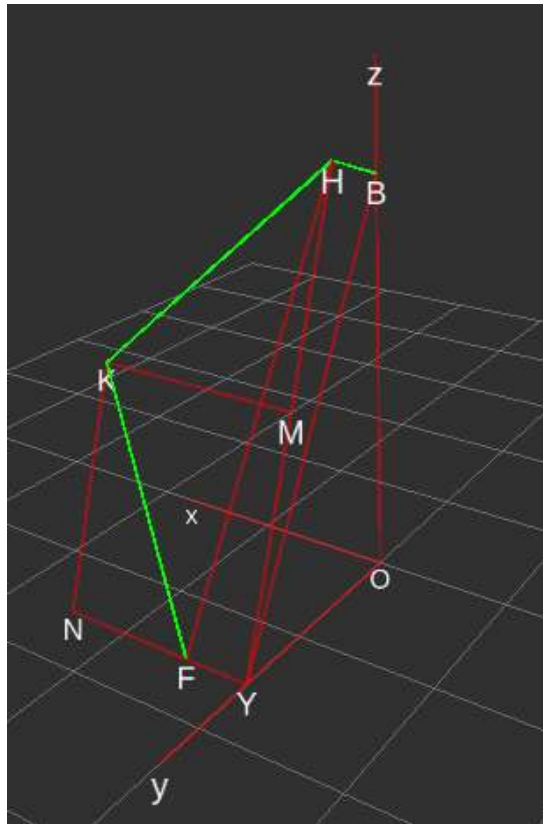


已知三个关节的角度为  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , 求末端F点的坐标

可先假设  $\alpha$  为  $90^\circ$ , HKF 平面平行于 xOz 面, 根据三角函数关系易得 F 点的坐标

再由平面旋转算出 BH 旋转  $\alpha - 90^\circ$  角后 F 点的坐标

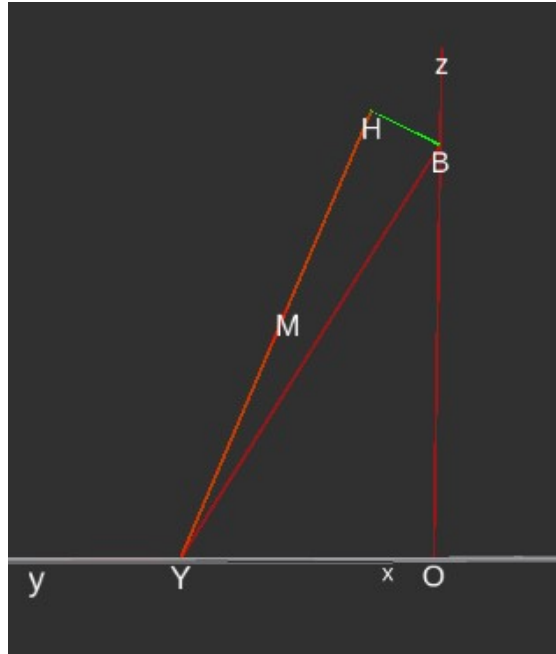
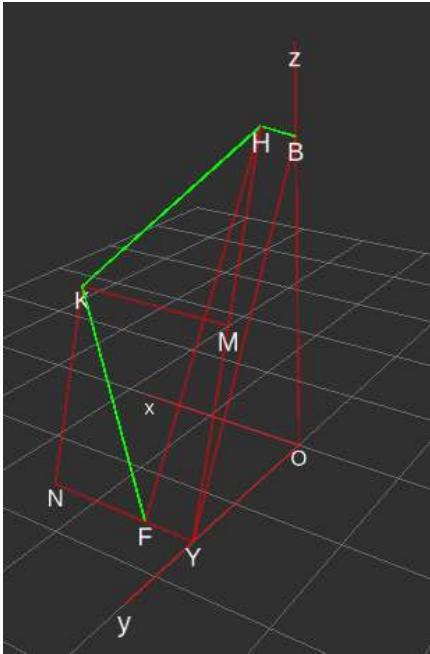
## 反向运动学



已知末端F点的坐标，BH、HK、KF为已知常量，求关节角度 $\alpha$ ， $\beta$ ， $\gamma$

主要考虑yOz平面和HKF平面

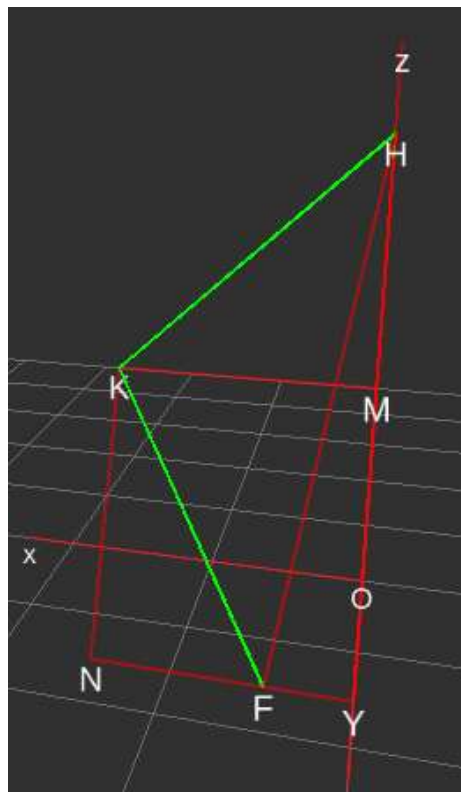
## 反向运动学



侧视图(yOz平面)

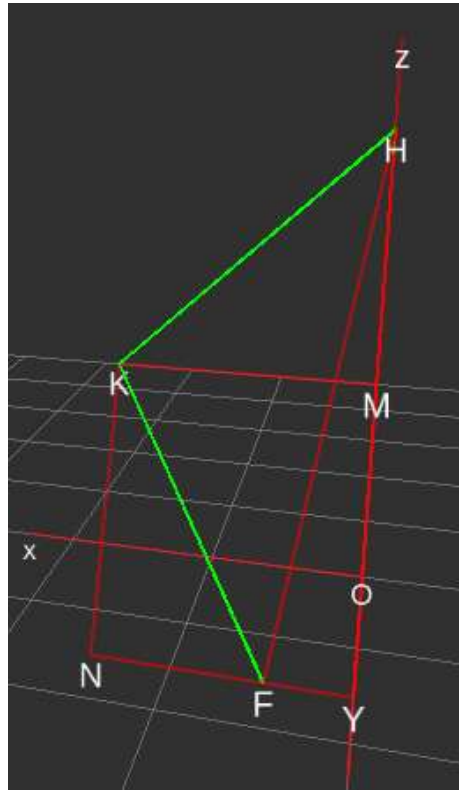
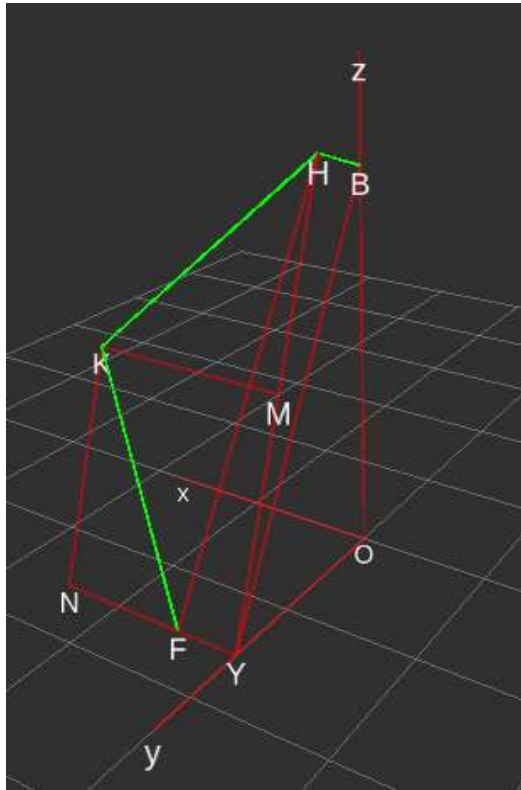
$$\alpha = \angle HBO = \angle HBY + \angle OBY$$

$BH \perp$  平面HKF, 由勾股定理可得HY长度, 由三角函数可得 $\angle HBY$ 和 $\angle OBY$



$\beta = \angle YHK = \angle YHF + \angle KHF$   
 HY长度前面已求得，FY长度已知，可得HF长度与 $\angle YHF$   
 已知三边长度由余弦定理可得 $\angle KHF$

## 反向运动学



HKF平面, M、N分别是K在HY、  
YF上的投影

$$\gamma = \angle NKF = \angle NKH - \angle HKF$$
$$\angle NKH = 180^\circ - \angle YHK(\beta)$$

已知三边长度由余弦定理可得  
 $\angle HKF$



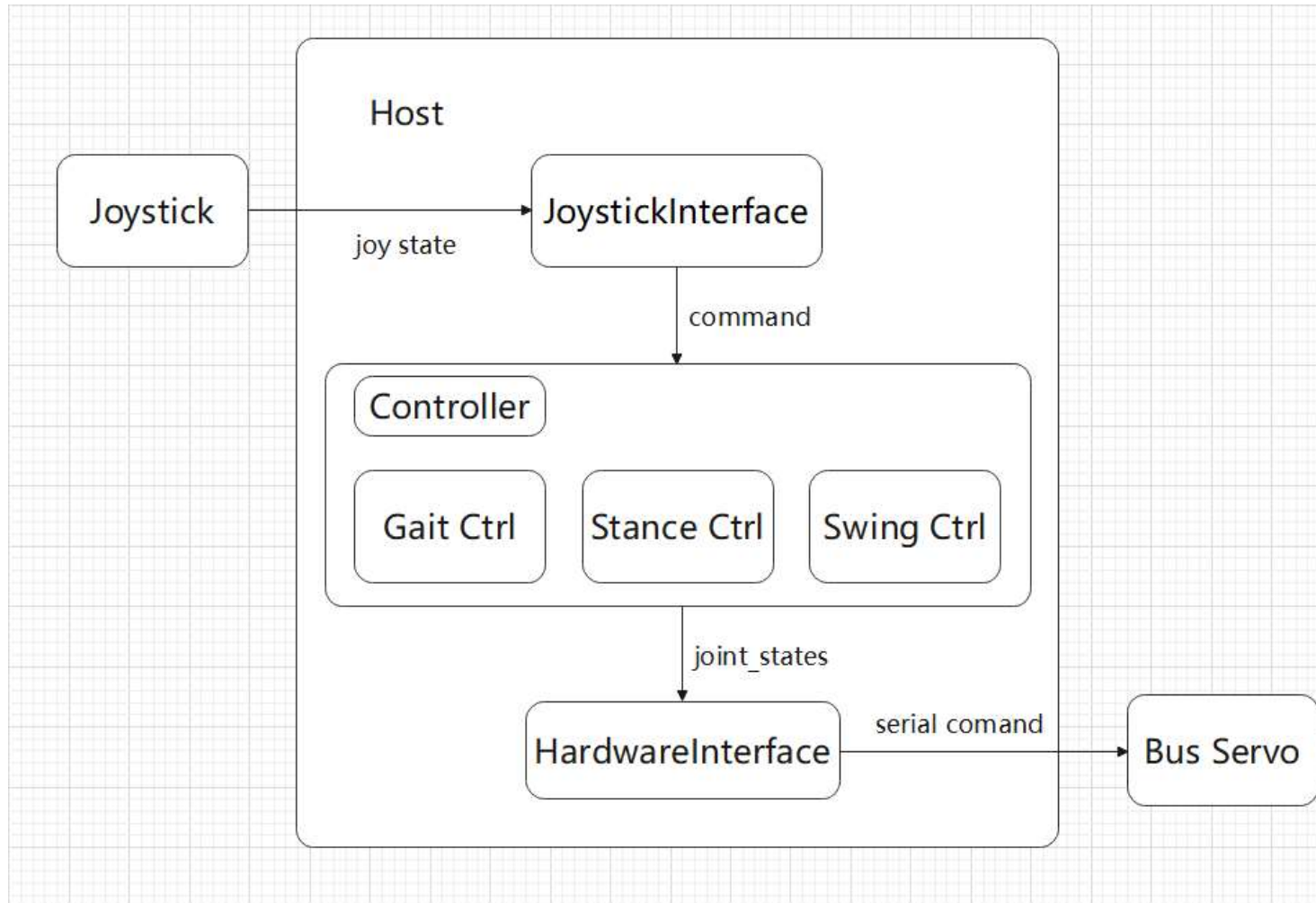
03

## 代码说明

Code explanation



## 代码架构

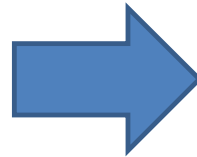




## JoystickInterface

/JoystickInterface.py

```
msg = {
    "ly": left_y,
    "lx": left_x,
    "rx": right_x,
    "ry": right_y,
    "L2": L2,
    "R2": R2,
    "R1": R1,
    "L1": L1,
    "dpady": dpady,
    "dpadx": dpadx,
    "x": x,
    "square": square,
    "circle": circle,
    "triangle": triangle,
    "message_rate": MESSAGE_RATE,
}
```



/src/Command.py

```
class Command:
    """Stores movement command
    """

    def __init__(self):
        self.horizontal_velocity = np.array([0, 0])
        self.yaw_rate = 0.0
        self.height = -0.16
        self.pitch = 0.0
        self.roll = 0.0
        self.activation = 0

        self.hop_event = False
        self.trot_event = False
        self.activate_event = False
```

以把手柄摇杆和按键数据转换成  
线速度和角速度



/src/State.py

```
class BehaviorState(Enum):  
    DEACTIVATED = -1  
    REST = 0  
    TROT = 1  
    HOP = 2  
    FINISHHOP = 3
```

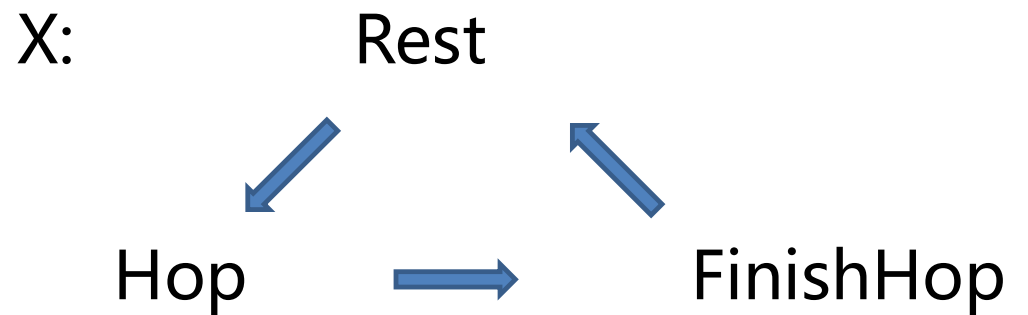
State



状态机:

L1: Active <-----> Deactive

L2: Rest <-----> Trot



## Controller

### GaitController

- 确定每个控制周期每条腿的状态(抬腿or着地)

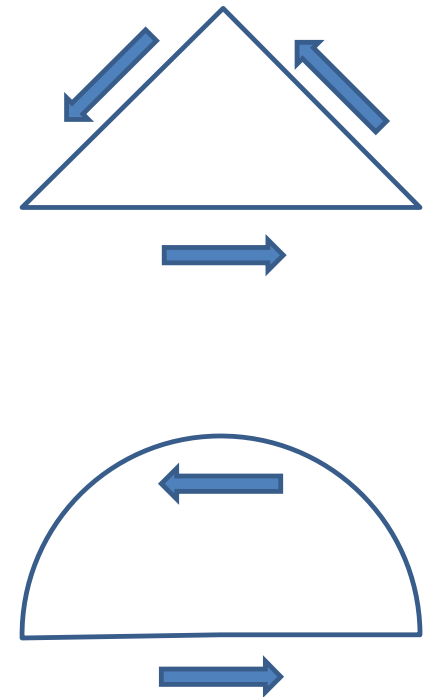
### StanceController

- 控制着地时的运动
- $z$ 不变,  $xy$ 按速度- $horizontal\_velocity$ 变化

### SwingController

- 控制抬腿时的运动
- $Z$ 先升高再降低,  $xy$ 按速度 $horizontal\_velocity$ 变化

$horizontal\_velocity$  : 左手摇杆纵横分别控制 $v_y$ 和 $v_x$   
抬腿的时候向 $horizontal\_velocity$ 方向移动, 着地后  
向相反方向移动



## GaitController

```
##### GAIT #####
self.dt = 0.01
self.num_phases = 4
self.contact_phases = np.array(
    [[1, 1, 1, 0],
     [1, 0, 1, 1],
     [1, 0, 1, 1],
     [1, 1, 1, 0]]
)

self.overlap_time = (
    0.10 # duration of the phase where all four feet are on the ground
)
self.swing_time = (
    0.15 # duration of the phase when only two feet are on the ground
)
```

10毫秒为一个时间周期  
控制循环分为四个阶段

- 四条腿落地(后退)
- 2、3号腿抬起(前进)
- 四条腿落地(后退)
- 1、4号腿抬起(前进)

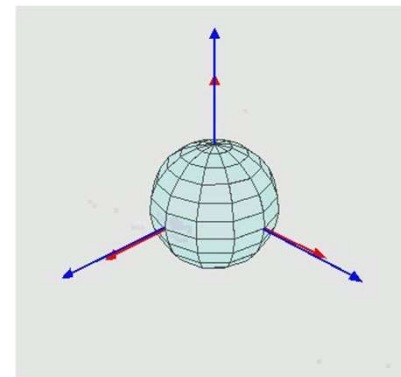
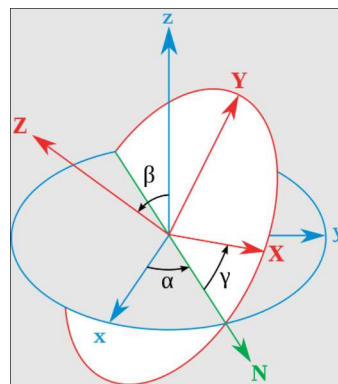
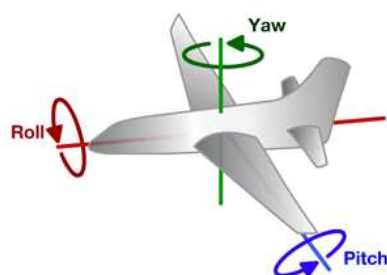
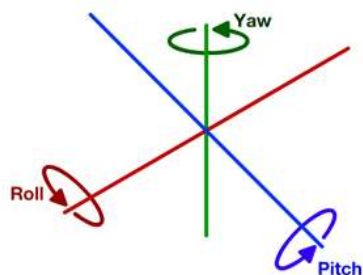
overlap: 四条腿落地

swing: 两条腿落地

对单条腿而言，每个循环只有一个阶段离地

速度乘以时间算出位移得到每只脚的坐标，再根据反向运动学  
求出每只脚各个关节的角度

## 考虑旋转



$\alpha = \text{yaw}$  : 偏航角  
 $\beta = \text{roll}$  : 俯仰角  
 $\gamma = \text{pitch}$  : 横滚角

$$\mathbf{R}_1 = Z(\gamma) \circ X(\beta) \circ Z(\alpha) \circ \mathbf{r}_1 .$$

$$Z(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ,$$

$$X(\beta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} ,$$

$$Z(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} .$$

欧拉角构造旋转矩阵就直接把三个旋转矩阵乘在一起

## 考虑旋转

```
# Apply the desired body rotation
rotated_foot_locations = (
    euler2mat(
        command.roll,
        command.pitch,
        self.smoothed_yaw,
    ).dot(state.foot_locations)
)
```

command.roll 左手横向十字  
command.pitch 右手纵向摇杆  
command.yaw 右手横向摇杆

根据欧拉角构造旋转矩阵，乘上原本的坐标，就得到旋转变换后的坐标



04

## 优化改进

Optimization and improvement





## 优化改进

- 轨迹函数优化，抬腿高度，前进速度
- 控制循环优化，着地时间、抬腿时间、抬腿周期
- 执行器优化，空心杯电机，无刷电机
- 机器人结构优化，减轻配重，增加强度
- 控制算法优化，考虑力的作用，实现三足、双足行走





• • • • THANKS FOR WATCHING • • • •

吴畔昊

