1 Интегрирование

1.1 Первообразный и неопределённый интеграл

Функция F(x) — называется первообразной для функции f(x), на промежутке X, если x $\in$ X, выполняется равенство F'(x) = f(x)

Тогда X, называется областью определения функции F(x)

Если F(x) первообразная для функции f(x), то множество функции F(x) + C, где C произвольная постоянная, называется неопределённым интегралом от функции f(x) и обозначается

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C$$

При этом функция f(x), называется под интегральной функ-

цией.

$\int f(x)\,dx$ (произносится как: *f(x) по dx*) — называется под интегральным выражением. Восстановление функции по её производной или что тоже отыскание неопределённого интеграла, называется **интегрированием**.

Интегрирование — обратно дифференцированию

Значение неопределённых интегралов

1.
$$\int dx = x + C$$

2.
$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

3.
$$\int \frac{dx}{x} = \ln |\, x \,| + C$$

4.
$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

5.
$$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$$

6.
$$\int \cos x \, dx = \sin x + C$$

7.
$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C$$

8.
$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = ctgx + C$$

9.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

10.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \mid x + \sqrt{x^2 \pm +a^2} \mid +C$$

11.

$$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{2a} \ln \mid \frac{a+x}{a-x} \mid +C$$

12.

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{2} arcctan \frac{x}{a} + C$$

13.

$$\int e^x dx = e^x + C$$

Свойство интеграла

1. Производная неопределённого интеграла равна под интегральному выражению функции, а его дифференциал — подынтегральному выражению

$$(\int f(X)dx)' = f(x),\ d(\int f(x)dx) = f(x)dx)$$

2. Неопределённый интеграл от дифференциала функции равен сумме этих функций и произвольной константе

$$\int d\,F(x) = F(x) + C$$

3. Постоянный множитель можно вынести за знак неопределённого интеграла

$$\int k\,f(x)\,dx = k\int f(x)dx$$

4. Неопределённый интеграл от суммы (разности) двух непрерывных функций равен сумме(разности) интегралов от этих функций

$$\int (f(x) \pm g(t))dx = \int f(x)dx \pm \int g(t)dx$$

2 Основные методы интегрирования

1. Непосредственное интегрирование
2. Метод подстановки
3. Метод интегрирования по частям

2.1 Непосредственное интегрирование

Непосредственное интегрирование — Вычисление интегралов с помощью значений простейших неопределённых интегралов и на основе свойств неопределённых интегралов

2.2 Метод подстановки

Метод подстановки — или замена переменной заключается в том чтобы заменить x на ϕ(t), где ϕ(t) – непосредственно дифференцируемая функция, полагают dx равно ϕ(t) * dt и получают

$$\int f(X)dx = \int f(\phi(t) * \phi'(t))dt$$