САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ ФАКУЛЬТЕТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Отчет по лабораторной работе №3 по курсу «Алгоритмы и структуры данных»

Тема: Графы Вариант 1

Выполнила:

Гайдук А. С.

K3241

Проверила:

Ромакина О. М.

Санкт-Петербург 2025 г.

Содержание отчета

Содержание отчета	2
Задачи по варианту	
Задача №1. Лабиринт [5 s, 512 Mb, 1 балл]	3
Задача №5. Город с односторонним движением [5 s, 512 Mb, 1.5 бал	ла].6
Задача №17. Слабая k-связность [1 s, 16 Mb, 4 балла]	10
Дополнительные задачи	14
Задача №2. Компоненты [5 s, 512 Mb, 1 балл]	14
Задача №3. Циклы [5 s, 512 Mb, 1 балл]	16
Задача №6. Количество пересадок [10 s, 512 Mb, 1 балл]	20
Задача №8. Стоимость полета [10 s, 512 Mb, 1.5 балла]	23
Задача №10. Оптимальный обмен валюты [10 s, 512 Mb, 2 балла]	27
Задача №11. Алхимия [1 s, 16 Mb, 3 балла]	31
Задача №14. Автобусы [1 s, 16 Mb, 3 балла]	35
Вывод	39

Задачи по варианту

Задача №1. Лабиринт [5 s, 512 Mb, 1 балл]

Лабиринт представляет собой прямоугольную сетку ячеек со стенками между некоторыми соседними ячейками. Вы хотите проверить, существует ли путь от данной ячейки к данному выходу из лабиринта, где выходом также является ячейка, лежащая на границе лабиринта (в примере, показанном на рисунке, есть два выхода: один на левой границе и один на правой границе). Для этого вы представляете лабиринт в виде неориентированного графа: вершины графа являются ячейками лабиринта, две вершины соединены неориентированным ребром, если они смежные и между ними нет стены. Тогда, чтобы проверить, существует ли путь между двумя заданными ячейками лабиринта, достаточно проверить, что существует путь между соответствующими двумя вершинами в графе.



Вам дан неориентированный граф и две различные вершины u и v. Проверьте, есть ли путь между u и v.

- Формат ввода / входного файла (input.txt). Неориентированный граф с п вершинами и т ребрами по формату
 1. Следующая строка после ввода всго графа содержит две вершины и и v.
- Ограничения на входные данные. $2 \le n \le 10^3, 1 \le m \le 10^3, 1 \le u, v \le n, u \ne v.$
- Формат вывода / выходного файла (output.txt). Выведите 1, если есть путь между вершинами u и v; выведите 0, если пути нет.
- Ограничение по времени. 5 сек.
- Ограничение по памяти. 512 мб.

```
import tracemalloc
import time
import sys
sys.setrecursionlimit(10**6)
tracemalloc.start()
def dfs(graph, start, end, visited):
    if start == end:
        return True
    visited[start] = True
    for neighbor in graph[start]:
        if not visited[neighbor]:
            if dfs(graph, neighbor, end, visited):
                return True
    return False
with open('input.txt', 'r') as file:
    n, m = map(int, file.readline().split())
    graph = \{i: [] for i in range(1, n + 1)\}
    for _ in range(m):
        u, v = map(int, file.readline().split())
        graph[u].append(v)
        graph[v].append(u)
    u, v = map(int, file.readline().split())
```

```
start_time = time.perf_counter()

visited = {i: False for i in range(1, n + 1)}
result = 1 if dfs(graph, u, v, visited) else 0

end_time = time.perf_counter()
current, peak = tracemalloc.get_traced_memory()

with open('output.txt', 'w') as file:
    file.write(str(result))

print(f"Затраты памяти: {current / 10 ** 6:.6f} MB; Пиковое
использование: {peak / 10 ** 6:.6f} MB")
print(f"Время выполнения программы: {end time - start time:.6f} секунд")
```

Для решения этого задания я использовала алгоритм поиска в глубину для обхода графа. На вход функция dfs принимает граф в виде словаря (ключи – вершины, значения – списки смежных вершин), вершину, с которой начинается поиск, целевую вершину и словарь для отслеживания посещенных вершин. Если текущая вершина – целевая, путь найден. Иначе помечаем текущую вершину как посещенную и перебираем соседей текущей вершины. Если соседняя вершина еще не посещена, рекурсивно вызываем dfs для неё. Если рекурсивный вызов вернул True, значит путь найден.

Результат работы кода на примерах из текста задачи:

```
      task1.py
      ≡ input.txt
      ≡ output.txt

      1
      4 4
      4

      2
      1 2
      2

      3
      3 2
      4

      4
      4 3
      3

      5
      1 4

      4
      4 3

      5
      1 4

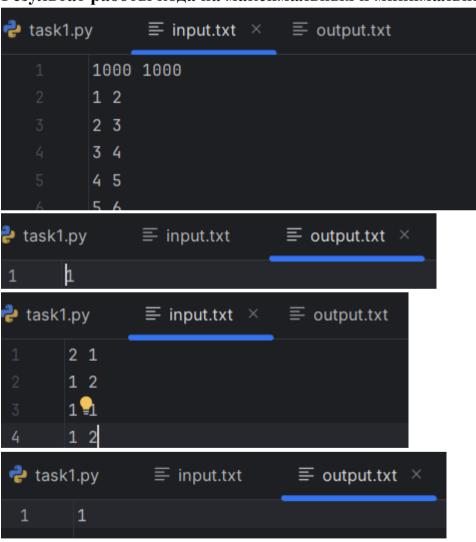
      4
      4 3

      5
      1 4

      2
      task1.py
      ≡ input.txt

      1
      1
```





	Время выполнения	Затраты памяти
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.000009 сек	0.037456 MB
Пример из задачи	0.000009 сек	0.037929 MB
Пример из задачи	0.000010 сек	0.037887 MB
Верхняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.003364 сек	0.321070 MB

Вывод по задаче:

Я реализовала алгоритм поиска в глубину для решения задачи на нахождение пути между вершинами графа.

Задача №5. Город с односторонним движением [5 s, 512 Mb, 1.5 балла]

Департамент полиции города сделал все улицы односторонними. Вы хотели бы проверить, можно ли законно проехать с любого перекрестка на какой-либо другой перекресток. Для этого строится ориентированный граф: вершины — это перекрестки, существует ребро (u,v) всякий раз, когда в городе есть улица (с односторонним движением) из u в v. Тогда достаточно проверить, все ли вершины графа лежат в одном компоненте сильной связности.

Нужно вычислить количество компонентов сильной связности заданного ориентированного графа с n вершинами и m ребрами.

- Формат ввода / входного файла (input.txt). Ориентированный граф с n вершинами и m ребрами по формату 1.
- Ограничения на входные данные. $1 \le n \le 10^4, 0 \le m \le 10^4$.
- Формат вывода / выходного файла (output.txt). Выведите число количество компонентов сильной связности.
- Ограничение по времени. 5 сек.
- Ограничение по памяти. 512 мб.

```
import tracemalloc
import time
import sys

sys.setrecursionlimit(10 ** 6)
tracemalloc.start()

def dfs(node, visited, graph, stack):
    visited[node] = True
    for neighbor in graph[node]:
        if not visited[neighbor]:
            dfs(neighbor, visited, graph, stack)
```

```
stack.append(node)
def reverse graph(graph, n):
    reversed graph = {i: [] for i in range(1, n + 1)}
    for u in graph:
        for v in graph[u]:
            reversed graph[v].append(u)
    return reversed graph
def count scc(graph, n):
    visited = {i: False for i in range(1, n + 1)}
    stack = []
    for i in range(1, n + 1):
        if not visited[i]:
            dfs(i, visited, graph, stack)
    reversed graph = reverse_graph(graph, n)
    visited = {i: False for i in range(1, n + 1)}
    count = 0
    while stack:
        node = stack.pop()
        if not visited[node]:
            dfs(node, visited, reversed graph, [])
            count += 1
    return count
with open('input.txt', 'r') as file:
    n, m = map(int, file.readline().split())
    graph = {i: [] for i in range(1, n + 1)}
    for _ in range(m):
        u, v = map(int, file.readline().split())
        graph[u].append(v)
start time = time.perf counter()
result = count scc(graph, n)
end time = time.perf counter()
current, peak = tracemalloc.get traced memory()
with open('output.txt', 'w') as file:
    file.write(str(result))
print(f"Затраты памяти: {current / 10 ** 6:.6f} МВ; Пиковое
использование: {peak / 10 ** 6:.6f} MB")
print(f"Время выполнения программы: {end time - start time:.6f} секунд")
```

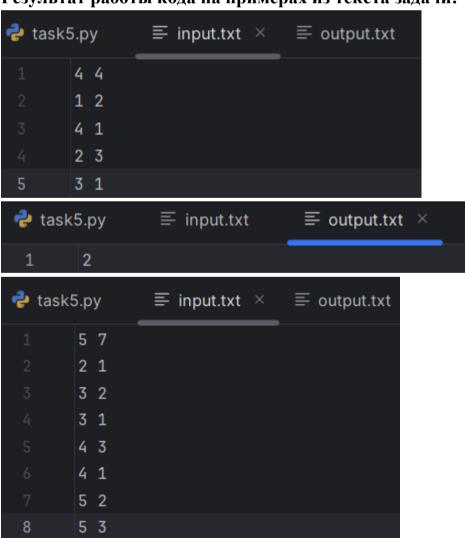
Я создала функцию поиска в глубину, работающую как в задаче №1, однако теперь после обработки всех соседей текущая вершина добавляется в стек. Функция reverse_graph нужна для транспонирования графа (т. е. изменения направления всех ребер). Здесь я создаю пустой граф для транспонированного результата и перебираю все вершины и всех соседей

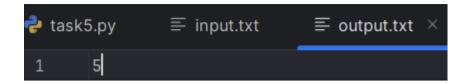
каждой вершины исходного графа. В транспонированный граф добавляю ребро в обратном направлении.

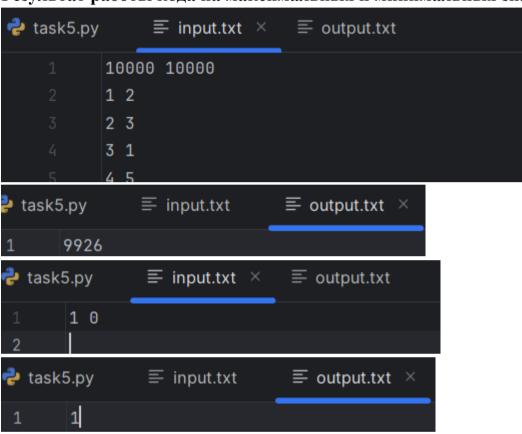
Функция count_scc считает компоненты сильной связности. Сначала я создаю словарь visited для отслеживания посещенных вершин и стек для хранения вершин в порядке завершения обхода. Перебираю все вершины, и, если вершина еще не посещена, вызываю dfs. После посещения всех вершин транспонирую граф, сбрасываю словарь visited и создаю счетчик компонентов. Пока стек не пуст, извлекаем вершины из него. Если она еще не посещена, вызываю dfs на транспонированном графе и увеличиваю счетчик компонентов сильной связности.

Первый проход dfs нужен для получения порядка, в котором вершины заканчиваются при обходе. Второй проход нужен для нахождения компонентов связности, используя порядок завершения вершин, полученный на первом шаге.

Результат работы кода на примерах из текста задачи:







	Время выполнения	Затраты памяти
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.000018 сек	0.037776 MB
Пример из задачи	0.000040 сек	0.039012 MB
Пример из задачи	0.000021 сек	0.039059 MB
Верхняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.041052 сек	4.492733 MB

Вывол по залаче:

Я реализовала алгоритм для подсчета количества компонентов сильной связности, используя два обхода DFS и транспонирование графа.

Задача №17. Слабая k-связность [1 s, 16 Mb, 4 балла]

Ане, как будущей чемпионке мира по программированию, поручили очень ответственное задание. Правительство вручает ей план постройки дорог между N городами. По плану все дороги односторонние, но между двумя городами может быть больше одной дороги, возможно, в разных направлениях. Ане необходимо вычислить минимальное такое K, что данный ей план является слабо K-связным.

Правительство называет план слабо K-связным, если выполнено следующее условие: для любых двух различных городов можно проехать от одного до другого, нарушая правила движения не более K раз. Нарушение правил - это проезд по существующей дороге в обратном направлении. Гарантируется, что между любыми двумя городами можно проехать, возможно, несколько раз нарушив правила.

- Формат входных данных (input.txt) и ограничения. В первой строке входного файла INPUT.TXT записаны два числа $2 \le N \le 300$ и $1 \le M \le 10^5$ количество городов и дорог в плане. В последующих M строках даны по два числа номера городов, в которых начинается и заканчивается соответствующая дорога.
- Формат выходных данных (output.txt). В выходной файл OUTPUT.TXT выведите минимальное K, такое, что данный во входном файле план является слабо K-связным.
- Ограничение по времени. 1 сек.
- Ограничение по памяти. 16 мб.

```
import tracemalloc
import time
tracemalloc.start()
def floyd warshall(graph, n):
    dist = [[float('inf')] * n for in range(n)]
    for i in range(n):
        dist[i][i] = 0
    for u in range(n):
        for v, w in graph[u]:
            dist[u][v] = min(dist[u][v], w)
    for k in range(n):
        for i in range(n):
            for j in range(n):
                if dist[i][k] != float('inf') and dist[k][j] !=
float('inf'):
                    dist[i][j] = min(dist[i][j], dist[i][k] + dist[k][j])
    return dist
def is weakly k connected(dist, n, k):
    for u in range(n):
        for v in range(n):
            if u != v and dist[u][v] > k:
                return False
    return True
```

```
with open('input.txt', 'r') as file:
    n, m = map(int, file.readline().split())
    graph = [[] for in range(n)]
    for in range(m):
        u, v = map(int, file.readline().split())
        graph[u - 1].append((v - 1, 0))
        graph[v - 1].append((u - 1, 1))
start time = time.perf counter()
dist = floyd warshall(graph, n)
low, high = 0, n
while low < high:</pre>
   mid = (low + high) // 2
   if is weakly k connected(dist, n, mid):
        high = mid
    else:
        low = mid + 1
end time = time.perf counter()
current, peak = tracemalloc.get traced memory()
with open('output.txt', 'w') as file:
   file.write(str(low))
print(f"Затраты памяти: {current / 10 ** 6:.6f} МВ; Пиковое
использование: {peak / 10 ** 6:.6f} MB")
print(f"Время выполнения программы: {end time - start time:.6f} секунд")
```

Я использовала алгоритм Флойда-Уоршала для вычисления кратчайших путей между всеми парами вершин в графе. Одноименная функция инициализирует матрицу расстояний. Изначально все значения являются недостижимыми (бесконечность). Далее я перебираю все вершины и рассматриваю базовый случай: расстояние вершины до самой себя равно нулю.

Снова перебираю все вершины и соседей каждой вершины с весом ребра w (вес ребра 0 = > можно проехать без нарушения правил, прямое ребро; вес ребра 1 = > обратное ребро, с нарушением правил). Обновляю расстояние между вершиной и её соседом, если найден более короткий путь.

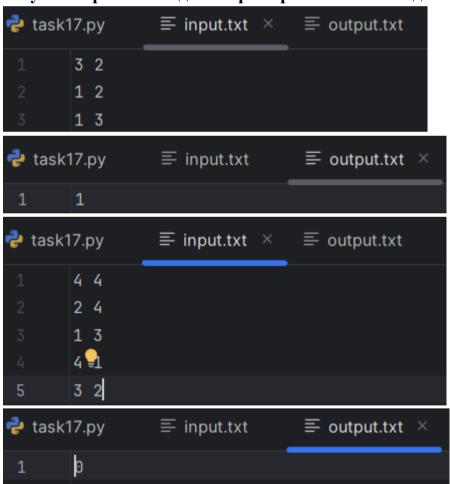
Далее я перебираю все вершины как промежуточные, начальные и конечные. Проверяю, существует ли путь через промежуточную вершину, если да и он более короткий, то обновляю расстояние между начальной и конечной вершиной. Возвращаю матрицу кратчайших расстояний.

Функция is_weakly_k_connected проверяет, является ли граф слабо К-связным. Перебирая все вершины как начальные и конечные, если

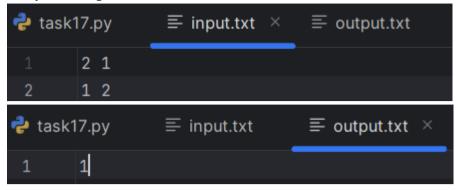
расстояние между вершинами больше максимального количества нарушений, то граф не является слабо K-связным. Если все расстояния не превышают K, то возвращаем True.

После чтения файла с входными данными я инициализирую граф в виде списка смежности и перебираю все ребра. Считываю вершины, соединенные ребром, и добавляю ребра и их вес (1 или 0). После создания матрицы кратчайших расстояний инициализирую границы бинарного поиска (low – минимальное возможное K, high – максимальное). Выполняю поиск, пока границы не сойдутся: вычисляю середину диапазона и вызываю функцию для проверки графа на слабо mid-связность. Если проверка успешна, сужаю диапазон до [low, mid]. Иначе, сужаю диапазон до [mid + 1, high]. В файл записываю минимальное K, при котором граф является слабо K-связным.

Результат работы кода на примерах из текста задачи:



Результат работы кода на максимальных и минимальных значениях:



Проверка задачи на астр:

22732105 12.01.2025 3:09:20 Гайдук Алина Сергеевна

	Время выполнения	Затраты памяти
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.000069 сек	0.037845 MB
Пример из задачи	0.000102 сек	0.037914 MB
Пример из задачи	0.000096 сек	0.037988 MB
Верхняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	26.655079 сек	14.543669 MB

Вывод по задаче:

Я реализовала алгоритм для определения слабой К-связности, используя алгоритм Флойда-Уоршала и бинарный поиск.

Дополнительные задачи

Задача №2. Компоненты [5 s, 512 Mb, 1 балл]

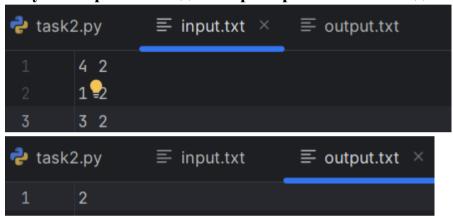
Теперь вы решаете сделать так, чтобы в лабиринте не было мертвых зон, то есть чтобы из каждой клетки был доступен хотя бы один выход. Для этого вы находите связные компоненты соответствующего неориентированного графа и следите за тем, чтобы каждый компонент содержал выходную ячейку.

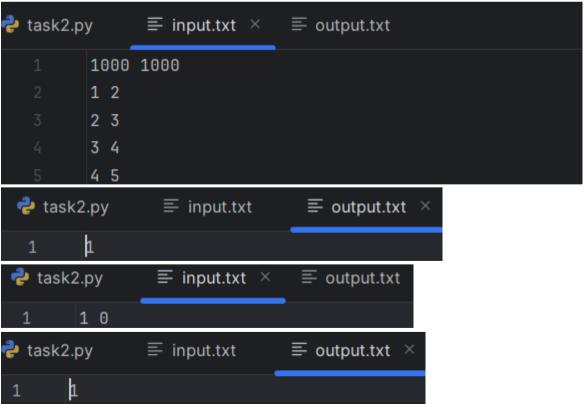
Дан неориентированный граф с n вершинами и m ребрами. Нужно посчитать количество компонент свзяности в нем

```
import tracemalloc
import time
import sys
sys.setrecursionlimit(10**6)
tracemalloc.start()
def dfs(graph, visited, vertex):
    visited[vertex] = True
    for neighbor in graph[vertex]:
        if not visited[neighbor]:
            dfs(graph, visited, neighbor)
def count connected components(graph):
    n = len(graph)
    visited = [False] * n
    count = 0
    for vertex in range(n):
        if not visited[vertex]:
            count += 1
            dfs(graph, visited, vertex)
    return count
with open('input.txt', 'r') as file:
    n, m = map(int, file.readline().split())
    graph = [[] for in range(n)]
    for _ in range(m):
        u, v = map(int, file.readline().split())
        graph[u - 1].append(v - 1)
        graph[v - 1].append(u - 1)
start time = time.perf counter()
component count = count connected components(graph)
end time = time.perf counter()
current, peak = tracemalloc.get traced memory()
with open ('output.txt', 'w') as file:
    file.write(str(component count))
print(f"Затраты памяти: {current / 10 ** 6:.6f} МВ; Пиковое
использование: {peak / 10 ** 6:.6f} MB")
print(f"Время выполнения программы: {end time - start time:.6f} секунд")
```

Для решения этой задачи я адаптировала алгоритм поиска в глубину, реализованный для задачи №1. Также я реализовала функцию для посчета компонент связности. Она определяет количество вершин в графе, создает список для отслеживания посещенных вершин и счетчик компонент связности. Затем она проходит по всем вершинами графа и проверяет, была ли вершина посещена. Если нет, то к счетчику добавляется единица и вызывается DFS для текущей вершины.

Результат работы кода на примерах из текста задачи:





	Время выполнения	Затраты памяти
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.000004 сек	0.037728 MB
Пример из задачи	0.000009 сек	0.037914 MB
Верхняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.002952 сек	0.222731 MB

Вывод по задаче:

Я адаптировала свой алгоритм для поиска в глубину и реализовала подсчет компонент связности.

Задача №3. Циклы [5 s, 512 Mb, 1 балл]

Учебная программа по инфокоммуникационным технологиям определяет пререквизиты для каждого курса в виде списка курсов, которые необходимо пройти перед тем, как начать этот курс. Вы хотите выполнить проверку согласованности учебного плана, то есть проверить отсутствие циклических зависимостей. Для этого строится следующий ориентированный граф: вершины соответствуют курсам, есть направленное ребро (u, v) – курс u следует пройти перед курсом v. Затем достаточно проверить, содержит ли полученный граф цикл.

Проверьте, содержит ли данный граф циклы.

- Формат ввода / входного файла (input.txt). Ориентированный граф с n вершинами и m ребрами по формату 1.
- Ограничения на входные данные. $1 \le n \le 10^3, 0 \le m \le 10^3.$
- Формат вывода / выходного файла (output.txt). Выведите 1, если данный граф содержит цикл; выведите 0, если не содержит.
- Ограничение по времени. 5 сек.
- Ограничение по памяти. 512 мб.

```
import tracemalloc
import time
import sys
sys.setrecursionlimit(10**6)

def dfs(v, visited, rec_stack, graph):
    visited[v] = True
    rec_stack[v] = True

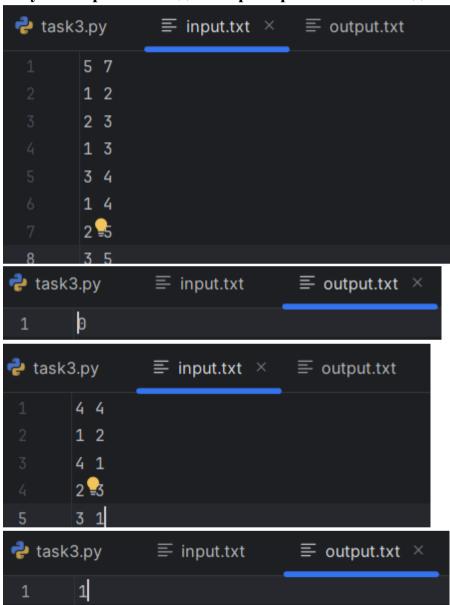
for neighbor in graph.get(v, []):
    if not visited[neighbor]:
        if dfs(neighbor, visited, rec_stack, graph):
        return True
```

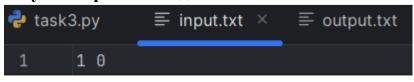
```
elif rec stack[neighbor]:
            return True
    rec stack[v] = False
    return False
def is cyclic(graph, n):
    visited = {v: False for v in range(1, n + 1)}
    rec stack = {v: False for v in range(1, n + 1)}
    for node in range(1, n + 1):
        if not visited[node]:
            if dfs(node, visited, rec_stack, graph):
                return 1
    return 0
with open('input.txt', 'r') as file:
    lines = file.readlines()
    n, m = map(int, lines[0].split())
    graph = {}
    for line in lines[1:m + 1]:
        u, v = map(int, line.split())
        if u not in graph:
            graph[u] = []
        graph[u].append(v)
start time = time.perf counter()
result = is cyclic(graph, n)
end time = time.perf counter()
current, peak = tracemalloc.get traced memory()
with open('output.txt', 'w') as file:
    file.write(str(result))
print(f"Затраты памяти: {current / 10 ** 6:.6f} МВ; Пиковое
использование: {peak / 10 ** 6:.6f} MB")
print(f"Время выполнения программы: {end time - start time:.6f} секунд")
```

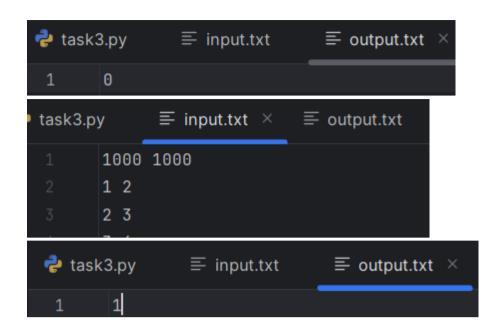
Для решения этой задачи я создала рекурсивную функцию dfs, которая принимает на вход вершину, словарь для посещенных вершин, сам граф и словарь, который отслеживает вершины, находящиеся в текущем пути обхода для обнаружения циклов. Перебираю всех соседей текущей вершины, и, если вершина отсутствует в графе, используется пустой список. Если соседняя вершина еще не была посещена, вызываем dfsдля нее. Если соседняя вершина уже находится в текущем пути обхода, то цикл обнаружен, возвращаем True. После завершения обработки вершины v она удаляется из текущего пути обхода. Если цикл не обнаружен, возвращаю False.

Функция is_cyclic нужна для проверки наличия циклов в графе. Инициализируются словари visited, rec_stack и начинается перебор всех вершин. Если вершина еще не посещена, вызываю dfs для нее, если dfs возвращает True, то цикл обнаружен, возвращаю 1.

Результат работы кода на примерах из текста задачи:







	Время выполнения	Затраты памяти
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.000017 сек	0.037756 MB
Пример из задачи	0.000043 сек	0.038071 MB
Пример из задачи	0.000019 сек	0.037936 MB
Верхняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.008450 сек	0.414600 MB

Вывод по задаче:

Я реализовала алгоритм для определения циклов в графе, используя поиск в глубину.

Задача №6. Количество пересадок [10 s, 512 Mb, 1 балл]

Вы хотите вычислить минимальное количество сегментов полета, чтобы добраться из одного города в другой. Для этого вы строите следующий неориентированный граф: вершины представляют города, между двумя вершинами есть ребро всякий раз, когда между соответствующими двумя городами есть перелет. Тогда достаточно найти кратчайший путь из одного из заданных городов в другой.

Дан *неориентироанный* граф с n вершинами и m ребрами, а также две вершины u и v, нужно посчитать длину кратчайшего пути между u и v (то есть, минимальное количество ребер в пути из u в v).

- Формат ввода / входного файла (input.txt). Нериентированный граф задан по формату 1. Следующая строка содержит две вершины и и v.
- Ограничения на входные данные. $2 \le n \le 10^5$, $0 \le m \le 10^5$, $1 \le u, v \le n, u \ne v$.
- Формат вывода / выходного файла (output.txt). Выведите минимальное количество ребер в пути из u в v. Выведите -1, если пути нет.
- Ограничение по времени. 10 сек.
- Ограничение по памяти. 512 мб.

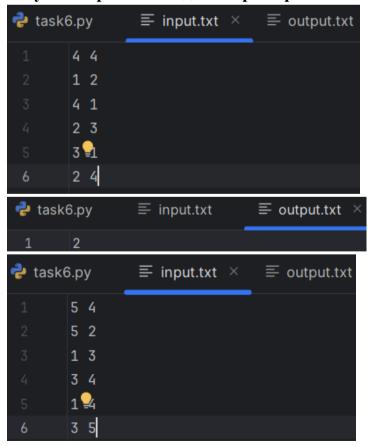
```
import tracemalloc
import time
from collections import deque
tracemalloc.start()
def bfs shortest path(n, graph, start, end):
    if start == end:
        return 0
    visited = [False] * (n + 1)
    queue = deque()
    queue.append((start, 0))
    visited[start] = True
    while queue:
        current, distance = queue.popleft()
        for neighbor in graph[current]:
            if neighbor == end:
                return distance + 1
            if not visited[neighbor]:
                visited[neighbor] = True
                queue. append ((neighbor, distance + 1))
    return -1
with open('input.txt', 'r') as file:
    lines = file.readlines()
    n, m = map(int, lines[0].split())
    graph = {i: [] for i in range(1, n + 1)}
    for line in lines[1:m + 1]:
        u, v = map(int, line.split())
        graph[u].append(v)
        graph[v].append(u)
    u, v = map(int, lines[m + 1].split())
start time = time.perf counter()
result = bfs shortest path(n, graph, u, v)
end time = time.perf counter()
```

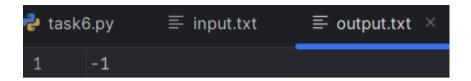
```
current, peak = tracemalloc.get_traced_memory()
with open('output.txt', 'w') as file:
    file.write(str(result))

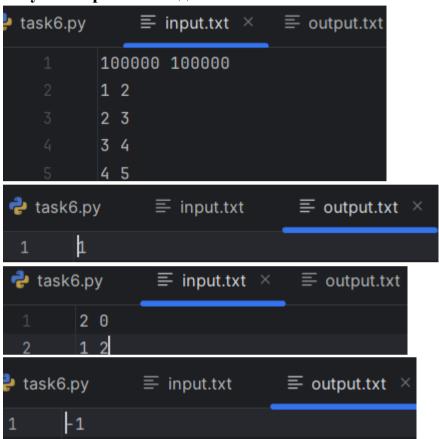
print(f"Затраты памяти: {current / 10 ** 6:.6f} MB; Пиковое
использование: {peak / 10 ** 6:.6f} MB")
print(f"Время выполнения программы: {end time - start time:.6f} секунд")
```

Я создала функцию для нахождения кратчайшего пути между вершинами start и end в графе. Функция принимает количество вершин, граф в виде словаря, начальную и конечную вершины. Если конечная и начальная вершины совпадает, возвращаю 0. Создаю список для отслеживания посещенных вершин и инициализирую очередь для BFS. Добавляю в очередь вершину start и расстояние до неё – 0, после чего помечаю её как посещенную. Пока очередь не пуста, извлекаю вершину и расстояние до неё из очереди. Перебираю всех соседей текущей вершины, если сосед – конечная вершина, возвращаю расстояние до неё. Если соседняя вершина не была посещена, отмечаю её как посещённую и добавляю в очередь с увеличенным расстоянием.

Результат работы кода на примерах из текста задачи:







	Время выполнения	Затраты памяти
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.000009 сек	0.037641 MB
Пример из задачи	0.000017 сек	0.037821 MB
Пример из задачи	0.000017 сек	0.037821 MB
Верхняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.000117 сек	29.726675 MB

Вывол по залаче:

Я реализовала алгоритм для выведения минимального количества ребер в пути между двумя вершинами, используя поиск в ширину.

Задача №8. Стоимость полета [10 s, 512 Mb, 1.5 балла]

Теперь вас интересует минимизация не количества пересадок, а общей стоимости полета. Для этого строится взвещенный граф: вес ребра из одного города в другой – это стоимость соответствующего перелета.

Дан ориентированный граф с положительными весами ребер, n - количество вершин и m - количество ребер, а также даны две вершины u и v. Вычислить вес кратчайшего пути между u и v (то есть минимальный общий вес пути из u в v).

- Формат ввода / входного файла (input.txt). Ориентированный взвешенный граф задан по формату 1. Следующая строка содержит две вершины и и v.
- Ограничения на входные данные. $1 \le n \le 10^4, \, 0 \le m \le 10^5, \, 1 \le u, v \le n, \, u \ne v$, вес каждого ребра неотрицательное целое число, не превосходящее 10^8 .
- Формат вывода / выходного файла (output.txt). Выведите минимальный вес пути из u в v. Веведите -1, если пути нет.
- Ограничение по времени. 10 сек.
- Ограничение по памяти. 512 мб.

```
import tracemalloc
import time
import heapq
tracemalloc.start()
def dijkstra(n, graph, start, end):
    distances = [float('inf')] * (n + 1)
    distances[start] = 0
    priority queue = [(0, start)]
    while priority queue:
        current distance, current vertex = heapq.heappop(priority queue)
        if current vertex == end:
            return current distance
        if current distance > distances[current vertex]:
            continue
        for neighbor, weight in graph[current vertex]:
            distance = current distance + weight
            if distance < distances[neighbor]:</pre>
                distances[neighbor] = distance
                heapq. heappush (priority queue, (distance, neighbor))
    return -1
with open('input.txt', 'r') as file:
```

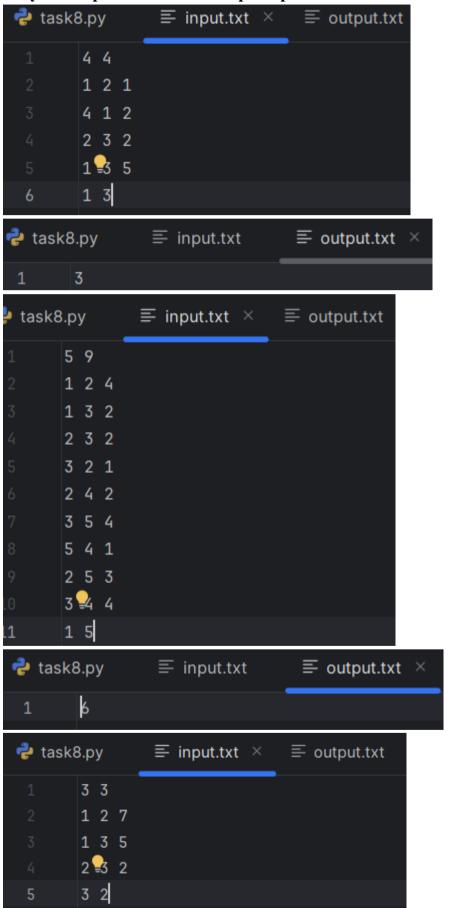
```
lines = file.readlines()
    n, m = map(int, lines[0].split())
    graph = {i: [] for i in range(1, n + 1)}
    for line in lines[1:m + 1]:
        u, v, w = map(int, line.split())
        graph[u].append((v, w))
    u, v = map(int, lines[m + 1].split())
start time = time.perf counter()
result = dijkstra(n, graph, u, v)
end time = time.perf counter()
current, peak = tracemalloc.get traced memory()
with open('output.txt', 'w') as file:
   file.write(str(result))
print(f"Затраты памяти: {current / 10 ** 6:.6f} MB; Пиковое
использование: {peak / 10 ** 6:.6f} MB")
print(f"Время выполнения программы: {end time - start time:.6f} секунд")
```

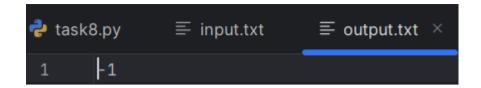
Для решения я использовала алгоритм Дейкстры. Функция Dijkstra принимает количество вершин в графе, начальную и конечную вершины, а также словарь, где ключи — это вершины, а значения — списки кортежей (сосед, вес). Далее я создала список для хранения минимального расстояния от начальной вершины до текущей, изначально все расстояния равны бесконечности. Расстояние вершины А до самой себя равно 0. Далее я инициализирую очередь с приоритетом (кучу) в виде кортежа (0, start), где 0 — текущее расстояние до вершины start.

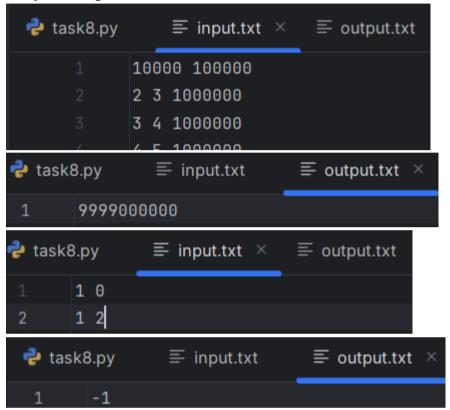
Пока в очереди есть элементы, из кучи извлекается вершина с минимальным текущим расстоянием. Если текущая вершина — конечная, возвращаем текущее расстояние до нее. Если текущее расстояние до вершины больше, чем уже известное, эта вершина пропускается.

Для каждого соседа текущей вершины вычисляется новое расстояние до соседа. Если новое расстояние меньше известного, оно обновляется, и сосед добавляется в кучу.









	Время выполнения Затраты памяти	
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.000021 сек	0.037473 MB
Пример из задачи	0.000024 сек	0.037661 MB
Пример из задачи	0.000038 сек	0.037960 MB
Пример из задачи	0.000012 сек	0.037614 MB
Верхняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.056484 сек	21.081676 MB

Вывол по залаче:

Я реализовала алгоритм Дейкстры для вычисления минимальной стоимости пути между двумя вершинами графа.

Задача №10. Оптимальный обмен валюты [10 s, 512 Mb, 2 балла]

Теперь вы хотите вычислить оптимальный способ обмена данной вам валюты c_i на $\mathit{вce}$ другие валюты. Для этого вы находите кратчайшие пути из вершины c_i во все остальные вершины.

Дан ориентированный граф с возможными отрицательными весами ребер, у которого n вершин и m ребер, а также задана одна его вершина s. Вычислите длину кратчайших путей из s во все остальные вершины графа.

- Формат ввода / входного файла (input.txt). Ориентированный взвешенный граф задан по формату 1.
- Ограничения на входные данные. $1 \le n \le 10^3$, $0 \le m \le 10^4$, $1 \le s \le n$, вес каждого ребра целое число, не превосходящее *по модулю* 10^9 .
- Формат вывода / выходного файла (output.txt). Для каждой вершины i графа от 1 до n выведите в каждой отдельной строке следующее:
 - «*», если пути из s в i нет;
 - «-», если существует путь из s в i, но нет кратчайшего пути из s в i (то есть расстояние от s до i равно $-\infty$);
 - длину кратчайшего пути в остальных случаях.
- Ограничение по времени. 10 сек.
- Ограничение по памяти. 512 мб.

```
import tracemalloc
import time
tracemalloc.start()
def bellman ford(n, edges, start):
    distances = [float('inf')] * (n + 1)
    distances[start] = 0
          in range(n - 1):
        for u, v, w in edges:
            if distances[u] != float('inf') and distances[u] + w <</pre>
distances[v]:
                distances[v] = distances[u] + w
    negative cycle = [False] * (n + 1)
    for in range(n - 1):
        for u, v, w in edges:
            if distances[u] != float('inf') and distances[u] + w <</pre>
distances[v]:
                distances[v] = distances[u] + w
                negative cycle[v] = True
    result = []
    for i in range (1, n + 1):
        if distances[i] == float('inf'):
            result.append("*")
        elif negative cycle[i]:
            result.append("-")
        else:
            result.append(str(distances[i]))
```

```
return result
with open('input.txt', 'r') as file:
    lines = file.readlines()
   n, m = map(int, lines[0].split())
    edges = []
    for line in lines[1:m + 1]:
        u, v, w = map(int, line.split())
        edges.append((u, v, w))
    s = int(lines[m + 1])
start time = time.perf counter()
result = bellman ford(n, edges, s)
end time = time.perf counter()
current, peak = tracemalloc.get traced memory()
with open('output.txt', 'w') as file:
   for res in result:
        file.write(res + "\n")
print(f"Затраты памяти: {current / 10 ** 6:.6f} МВ; Пиковое
использование: {peak / 10 ** 6:.6f} MB")
print(f"Время выполнения программы: {end time - start time:.6f} секунд")
```

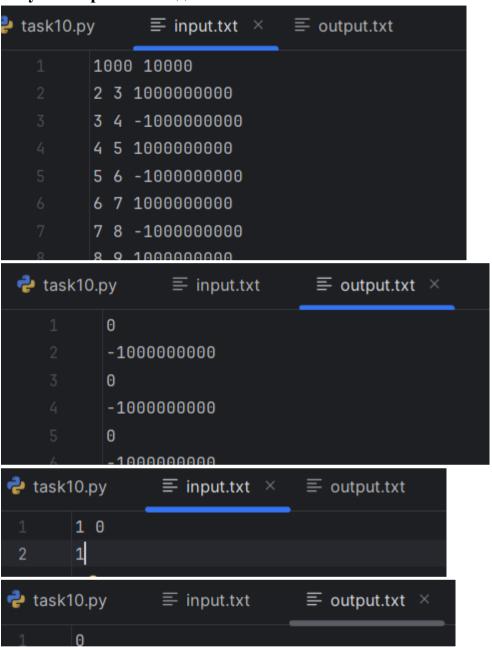
Я использовала алгоритм Беллмана-Форда. Я создала список для хранения минимального расстояния от начальной вершины s до вершины i. Изначально все расстояния недостижимы, кроме расстояния до начальной вершины (0). Далее выполняется n-1 итераций, на каждой итерации я прохожу по всем ребрам графа и обновляю расстояния до вершин, если найден более короткий путь. Если расстояние до вершины u не равно u сумма расстояния до u и веса ребра u меньше текущего расстояния до u, обновляю расстояние до u.

Далее проверяю на отрицательные циклы: создаю список для хранения информации о том, достижима ли вершина через отрицательный цикл. Выполняю еще n-1 итераций для проверки, можно ли еще уменьшить расстояния. Если да, то это значит, что в графе есть отрицательный цикл, и вершина у помечается как часть такого цикла.

Для формирования результата создаю список. Для каждой вершины проверяю, равно ли расстояние +бесконечности, если да, то пути нет. Если вершина достижима через отрицательный цикл, добавляю «-». В остальных случаях добавляю длину кратчайшего пути.

Результат работы кода на примерах из текста задачи:

Результат	раооты	кода на пример	ах из текста задачи
🕏 task10.	ру	≡ input.txt ×	≡ output.txt
1 6	7		
2 1	2 10		
3 2	3 5		
4 1	3 100		
5 3	5 7		
6 5	4 10		
7 4	3 -18		
8 6	<u>-</u> 1 -1		
9 1			
🕏 task10).py	≡ input.txt	≡ output.txt ×
1 0)		
2 1	LO		
3 -			
4 -			
5 -			
6 *	r		
🕏 task10.	ру	≡ input.txt ×	≡ output.txt
1 5	4		
2 1	2 1		
3 4	1 2		
4 2	3 2		
5 3	- 1 -5		
6 4			
🕏 task10.	ру	≡ input.txt	≡ output.txt ×
1 -			
2 -			
3 -			
4 0			



	Время выполнения	Затраты памяти
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.000024 сек	0.037597 MB
Пример из задачи	0.000054 сек	0.037965 MB
Пример из задачи	0.000051 сек	0.037786 MB

Верхняя граница	8.516060 сек	2.259214 MB
диапазона значений		
входных данных из		
текста задачи		

Вывод по задаче:

Задача №11. Алхимия [1 s, 16 Mb, 3 балла]

Алхимики средневековья владели знаниями о превращении различных химических веществ друг в друга. Это подтверждают и недавние исследования археологов.

В ходе археологических раскопок было обнаружено m глиняных табличек, каждая из которых была покрыта непонятными на первый взгляд символами. В результате расшифровки выяснилось, что каждая из табличек описывает одну алхимическую реакцию, которую умели проводить алхимики.

Результатом алхимической реакции является превращение одного вещества в другое. Задан набор алхимических реакций, описанных на найденных глиняных табличках, исходное вещество и требуемое вещество. Необходимо выяснить: возможно ли преобразовать исходное вещество в требуемое с помощью этого набора реакций, а в случае положительного ответа на этот вопрос — найти минимальное количество реакций, необходимое для осуществления такого преобразования.

Формат входных данных (input.txt) и ограничения. Первая строка входного файла INPUT.TXT содержит целое число m (0 ≤ m ≤ 1000) – количество записей в книге. Каждая из последующих m строк описывает одну алхимическую реакцию и имеет формат «вещество1 -> вещество2», где «вещество1» – название исходного вещества, «вещество2» – название продукта алхимической реакции. m + 2-ая строка входного файла содержит название вещества, которое имеется исходно, m + 3-ая – название вещества, которое требуется получить.

Во входном файле упоминается не более 100 различных веществ. Название каждого из веществ состоит из строчных и заглавных английских букв и имеет длину не более 20 символов. Строчные и заглавные буквы различаются.

- Формат выходных данных (output.txt). В выходной файл OUTPUT.TXT выведите минимальное количество алхимических реакций, которое требуется для получения требуемого вещества из исходного, или -1, если требуемое вещество невозможно получить.
- Ограничение по времени. 1 сек.
- Ограничение по памяти. 16 мб.

```
import tracemalloc
import time
from collections import deque

tracemalloc.start()

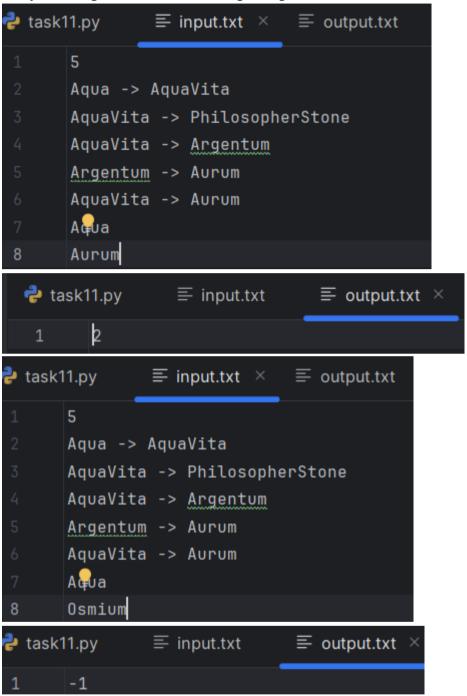
def bfs(start, end, graph):
    queue = deque([(start, 0)])
    visited = set()

while queue:
    current, steps = queue.popleft()
    if current == end:
        return steps
    if current in visited:
        continue
```

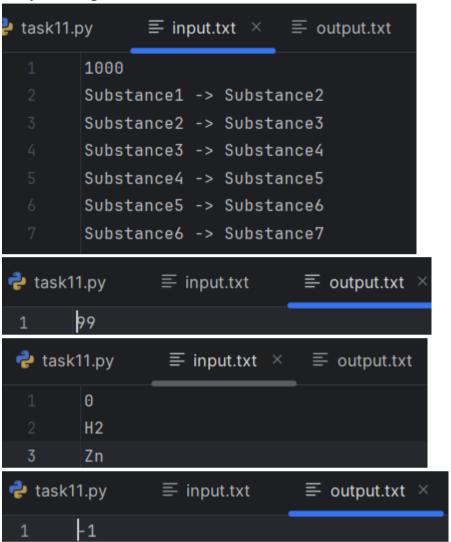
```
visited.add(current)
        if current in graph:
            for neighbor in graph[current]:
                if neighbor not in visited:
                    queue.append((neighbor, steps + 1))
    return -1
with open('input.txt', 'r') as file:
    lines = file.readlines()
    m = int(lines[0])
    graph = {}
    for i in range(1, m + 1):
        reaction = lines[i].strip().split(' -> ')
        if len(reaction) == 2:
            src, dest = reaction
            if src not in graph:
                graph[src] = []
            graph[src].append(dest)
    start = lines[m + 1].strip()
    end = lines[m + 2].strip()
start time = time.perf counter()
result = bfs(start, end, graph)
end time = time.perf counter()
current, peak = tracemalloc.get traced memory()
with open ('output.txt', 'w') as file:
    file.write(str(result))
print(f"Затраты памяти: {current / 10 ** 6:.6f} MB; Пиковое
использование: {peak / 10 ** 6:.6f} MB")
print(f"Время выполнения программы: {end time - start time:.6f} секунд")
```

Я реализовала очередь в алгоритме BFS с помощью deque. Функция bfs принимает начальное и требуемое вещества, а также граф реакций в виде словаря. Я создаю очередь, содержащую пары — вещество, количество реакций (изначально (start, 0)), а также множество для хранения уже посещенных веществ. Пока очередь не пуста, извлекаем из очереди текущее вещество и количество реакций, необходимых для его получения. Если текущее вещество — требуемое, возвращаем количество реакций. Если текущее вещество уже посещено — пропускаем его. Добавляем текущее вещество в множество посещенных и проверяем, есть ли оно в графе: если да, проходим по соседям, и если сосед еще не был посещен, добавляем его в очередь с увеличенным на 1 количеством реакций.

Результат работы кода на примерах из текста задачи:



Результат работы кода на максимальных и минимальных значениях:



Проверка задачи на астр:

ID	Дата	Автор	Задача	Язык	Результат	Тест	Время	Память
22741752	14.01.2025 2:52:11	Гайдук Алина Сергеевна	0743	PyPy	Accepted		0,265	4960 Кб

	Время выполнения	Затраты памяти
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.000011 сек	0.037682 MB
Пример из задачи	0.000016 сек	0.037995 MB
Пример из задачи	0.000015 сек	0.037996 MB
Верхняя граница	0.000288 сек	0.188708 MB

диапазона значений	
входных данных из	
текста задачи	

Вывод по задаче:

Я реализовала алгоритм для подсчета минимального количества реакций для получения требуемого вещества из исходного, используя BFS через двухстороннюю очередь.

Задача №14. Автобусы [1 s, 16 Mb, 3 балла]

Между некоторыми деревнями края Власюки ходят автобусы. Поскольку пассажиропотоки здесь не очень большие, то автобусы ходят всего несколько раз в день.

Марии Ивановне требуется добраться из деревни d в деревню v как можно быстрее (считается, что в момент времени 0 она находится в деревне d).

- Формат входных данных (input.txt) и ограничения. Во входном файле INPUT.TXT записано число N общее число деревень $(1 \le N \le 100)$, номера деревень d и v, затем количество автобусных рейсов R ($0 \le R \le 10000$). Затем идут описания автобусных рейсов. Каждый рейс задается номером деревни отправления, временем отправления, деревней назначения и временем прибытия (все времена целые от 0 до 10000). Если в момент t пассажир приезжает в деревню, то уехать из нее он может в любой момент времени, начиная с t.
- Формат выходных данных (output.txt). В выходной файл OUTPUT.TXT вывести минимальное время, когда
 Мария Ивановна может оказаться в деревне v. Если она не сможет с помощью указанных автобусных рейсов
 добраться из d в v, вывести -1.
- Ограничение по времени. 1 сек.
- Ограничение по памяти. 16 мб.

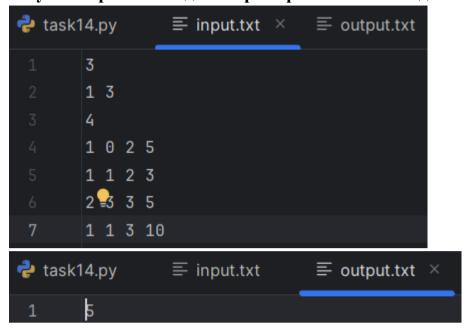
```
import heapq
import tracemalloc
import time
tracemalloc.start()
def dijkstra(n, d, v, buses):
    arrival time = [float('inf')] * (n + 1)
    arrival time[d] = 0
    queue = [(0, d)]
    while queue:
        current time, current village = heapq.heappop(queue)
        if current village == v:
            return current time
        if current time > arrival time[current village]:
            continue
        for bus in buses[current village]:
            departure, destination, arrival = bus
```

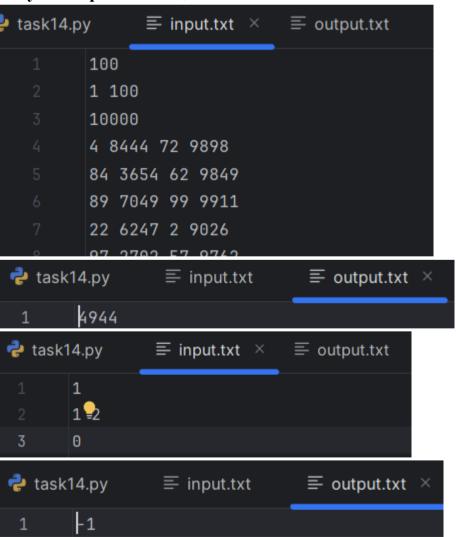
```
if current time <= departure and arrival <</pre>
arrival time[destination]:
                arrival time[destination] = arrival
                heapq. heappush (queue, (arrival, destination))
    return -1
with open('input.txt', 'r') as file:
    lines = file.readlines()
    n = int(lines[0].strip())
    d, v = map(int, lines[1].strip().split())
    r = int(lines[2].strip())
    buses = [[] for _ in range(n + 1)]
for i in range(3, 3 + r):
        departure_village, departure_time, destination_village,
arrival time = map(int, lines[i].strip().split())
        buses[departure village].append((departure time,
destination village, arrival time))
start time = time.perf counter()
result = dijkstra(n, d, v, buses)
end time = time.perf counter()
current, peak = tracemalloc.get traced memory()
with open('output.txt', 'w') as file:
    file.write(str(result))
print(f"Затраты памяти: {current / 10 ** 6:.6f} MB; Пиковое
использование: {peak / 10 ** 6:.6f} MB")
print(f"Время выполнения программы: {end time - start time:.6f} секунд")
```

Я реализовала алгоритм Дейкстры, используя очередь с приоритетом (т. е. кучу). Основная функция Dijkstra принимает на вход количество деревень, начальную и конечную деревни, а также список автобусных рейсов для каждой деревни. Далее я создала список для хранения минимального времени прибытия в деревню, изначально установив все времена в +inf, кроме времени для начальной деревни (0). Далее я инициализировала кучу парой (0, d), где 0 — время прибытия в начальную деревню, а d — сама деревня. Пока очередь не опустеет, извлекаю пару (текущее время, текущая деревня) из очереди. Если текущая деревня — конечная, возвращаю текущее время прибытия. Если текущее время больше известного времени прибытия в текущую деревню, пропускаю.

Далее для каждого автобусного рейса из текущей деревни проверяю, что время прибытия в текущую деревню меньше или равно времени отправления автобуса, и, что время прибытия в деревню назначения меньше известного. Если да, добавляю деревню в очередь.

Результат работы кода на примерах из текста задачи:





Проверка задачи на астр:

22741766	14.01.2025 3:23:20	Гайдук Алина Сергеевна	0134	PyPy	Accepted	0,234	3248 Кб

	Время выполнения	Затраты памяти
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи		
Пример из задачи	0.000020 сек	0.037879 MB
Верхняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.000727 сек	1.975964 MB

Вывод по задаче:

Я реализовала алгоритм Дейкстры, используя кучу, для нахождения минимального времени пути из одной деревни в другую.

Вывод

В ходе данной выполнения лабораторной работы я изучила графы, поиск в глубину, поиск в ширину, алгоритм Дейкстры и алгоритм Беллмана-Форда, а также смогла применить свои знания на практике.