

2019 年湖南娄底涟源市教师招聘考试市场模拟卷

《中学数学》

一、单选（共 20 题，每题 2 分，共 40 分）

1. 2018 年舌尖上的浪费让人触目惊心，据统计中国每年浪费的食物总量折合粮食约 499.5 亿千克，这个数用科学记数法应表示为（ ）。

- A. 4.995×10^{10} B. 49.95×10^{10} C. 0.4995×10^{11} D. 4.995×10^{11}

2. 已知等腰三角形两边 a, b ，满足 $a^2 + b^2 - 4a - 10b + 29 = 0$ ，则此等腰三角形的周长为（ ）。

- A. 9 B. 10 C. 12 D. 9 或 12

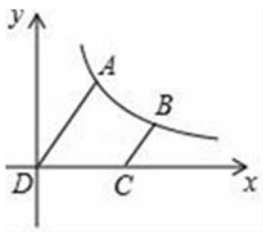
3. 已知关于 x 的一元二次方程 $(a+1)x^2 + 2bx + (a+1) = 0$ 有两个相等的实数根，则下面说法正确的是（ ）。

- A. 1 一定不是方程 $x^2 + bx + a = 0$ 的根 B. 0 一定不是方程 $x^2 + bx + a = 0$ 的根
C. -1 可能是方程 $x^2 + bx + a = 0$ 的根 D. 1 和 -1 都是方程 $x^2 + bx + a = 0$ 的根

4. 若数 a 使关于 x 的二次函数 $y = x^2 + (a-1)x + b$ ，当 $x < -1$ 时， y 随 x 的增大而减小；且使关于 y 的分式方程 $\frac{a}{y-2} + \frac{2}{2-y} = 2$ 有非负数解，则所以满足条件的整数 a 的是（ ）。

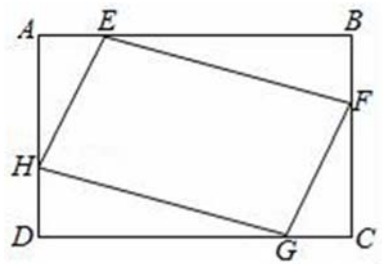
- A. -2 B. 1 C. 0 D. 3

5. 如图，直线 $y = \frac{3}{2}x$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 交于点 A，将直线 $y = \frac{3}{2}x$ 向右平移 3 个单位后，与双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 交于点 B，与 x 轴交于点 C，若 A 点到 x 轴的距离是 B 点到 x 轴的距离的 2 倍，那么 k 的值为（ ）。



- A. 6 B. 4 C. 3 D. 2

6. 如图，矩形 ABCD 中，AB=8，BC=6，点 E，F，G，H 分别在矩形 ABCD 各边上，且 AE=CG，BF=DH，则四边形 EFGH 周长的最小值为（ ）。



- A. 10 B. $4\sqrt{2}$ C. 20 D. $8\sqrt{7}$

7. 下列说法正确的是 ().

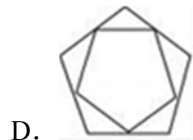
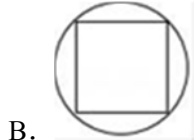
A. “掷一枚硬币正面朝上的概率是 $\frac{1}{2}$ ”表示每抛硬币 2 次就有 1 次正面朝上

B. 一组数据 2, 2, 3, 6 的众数和中位数都是 2

C. 要了解全市人民的低碳生活状况, 适宜采用抽样调查的方法

D. 随机抽取甲、乙两名同学的 5 次数学成绩, 计算得平均分都是 90 分, 方差分别是 $S^2_{\text{甲}}=5$, $S^2_{\text{乙}}=12$, 说明乙的成绩较为稳定

8. 下列图形中是中心对称图形的是 ().



9. 以下说法中正确的是 ().

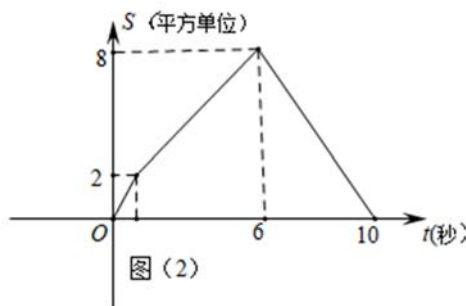
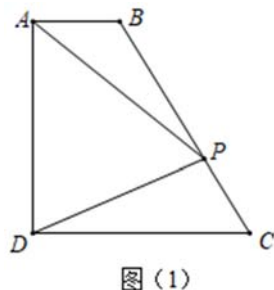
A. 若 $a > |b|$, 则 $a^2 > b^2$

B. 若 $a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

C. 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$

D. 若 $a > b$, $c > d$, 则 $a - c > b - d$

10. 如图(1), 四边形 ABCD 中, $AB \parallel CD$, $\angle ADC = 90^\circ$, P 从 A 点出发, 以每秒 1 个单位长度的速度, 按 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 的顺序在边上匀速运动, 设 P 点的运动时间为 t 秒, $\triangle PAD$ 的面积为 S, S 关于 t 的函数图象如图(2)所示, 当 P 运动到 BC 中点时, $\triangle PD$ 的面积为 ().



- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

11. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 4 < 0, x \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{m, 2\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 $m =$ ().

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 5

12. 已知平面向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 均为非零向量, 则“ $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = (\vec{b} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{a}$ ”是“向量 \vec{a}, \vec{c} 同向”的 ().

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

13. 函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x - 1 & (x \geq 0) \\ f(x+1) & (x < 0) \end{cases}$, 若方程 $f(x) = -x + a$ 有且只有两个不等的实数根, 则实数 a 的取值范围为 ().

- A. $(-\infty, 0)$ B. $[0, 1)$ C. $(-\infty, 1)$ D. $[0, +\infty)$

14. 已知函数 $f(x) = 2\ln x + ax^2 - 3x$ 在 $x = 2$ 处取得极小值, 则 $f(x)$ 的极大值为 ().

- A. 2 B. $-\frac{5}{2}$ C. $3 + \ln 2$ D. $-2 + 2\ln 2$

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{4}c^2$, 则 $\frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan B} = (\quad)$.

- A. 8 B. 6 C. 4 D. 2

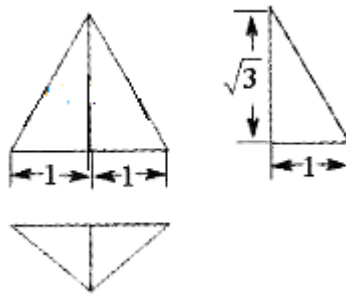
16. 已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_2 a_8 = 16 a_5$, $a_3 + a_5 = 20$, 若存在两项 a_m, a_n 使得 $\sqrt{a_m a_n} = 32$, 则 $\frac{1}{m} + \frac{4}{n}$ 的最小值为 ().

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{9}{10}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{9}{5}$

17. 设复数 $z = 1 - \sqrt{3}i$ (i 是虚数单位), 则 $\frac{\bar{z}}{z}$ 的虚部为 ().

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}i$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

18. 一个几何体的三视图如图所示, 其中主(正)视图是边长为 2 的正三角形, 则该几何体的外接球的体积为 ().



- A. $\frac{8\sqrt{3}}{27}\pi$ B. $\frac{32\sqrt{3}}{27}\pi$ C. $\frac{64\sqrt{3}}{27}\pi$ D. $\frac{256\sqrt{3}}{27}\pi$

19. 若 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 则下列命题正确的是 ().

- A. 若 $\alpha \perp \beta, m \perp \beta$, 则 $m // \alpha$; B. 若 $m // \alpha, n \perp m$, 则 $n \perp \alpha$;
C. 若 $m \perp \alpha, n // \beta, m \perp n$, 则 $\alpha \perp \beta$; D. 若 $m // \beta, m \subset \alpha, \alpha \cap \beta = n$, 则 $m // n$

20. 已知 $a \in R$ 且为常数, 圆 $C: x^2 + 2x + y^2 - 2ay = 0$, 过圆 C 内一点 $(1, 2)$ 的直线 l 与圆 C 相交于 A, B 两点, 当弦 AB 最短时, 直线 l 的方程为 $2x - y = 0$, 则 a 的值为 ().

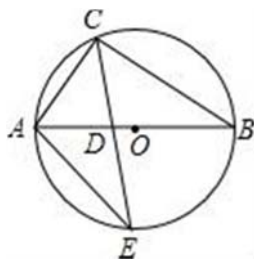
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

二、填空 (共 10 题, 每题 2 分, 共 20 分)

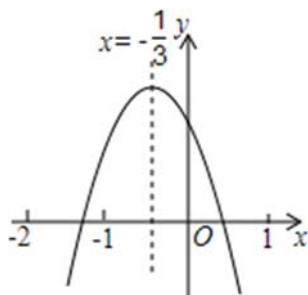
21. 设 m, n 是方程 $x^2 - x - 2019 = 0$ 的两实数根, 则 $m^3 + 2020n - 2019 =$ _____.

22. 已知 $2^a = 5, 2^b = 10, 2^c = 50$, 那么 a, b, c 之间满足的等量关系是_____.

23. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AB 是 $\odot O$ 的直径, $\angle B = 30^\circ$. CE 平分 $\angle ACB$ 交 $\odot O$ 于 E , 交 AB 于点 D , 连接 AE , 若 $\triangle ADE$ 的面积是 5, 则 $\triangle CDB$ 的面积是_____.



24. 小颖从如图所示的二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象中, 观察得出了下列信息: ① $ac < 0$; ② $a + b + c < 0$; ③ $b + 2c > 0$; ④ $a = \frac{3}{2}b$; ⑤ $a - b + c = 0$. 你认为其中正确信息的个数有_____.



25. 将数 1 个 1, 2 个 $\frac{1}{2}$, 3 个 $\frac{1}{3}$, ..., n 个 $\frac{1}{n}$ (n 为正整数) 顺次排成一列: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots$, 记 $a_1 = 1, a_2 = \frac{1}{2}, a_3 = \frac{1}{2}, \dots, S_1 = a_1, S_2 = a_1 + a_2, S_3 = a_1 + a_2 + a_3, \dots, S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$, 则 $S_{2019} =$ _____.

26. 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}| = 2$, 则 $|\vec{a} + \vec{b}| =$ _____.

27. 已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty, +\infty)$ 的奇函数, 满足 $f(1-x) = f(1+x)$, 若 $f(1) = 2$, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2018) =$ _____.

28. 沿着一条笔直的公路有 9 根电线杆, 现要移除 2 根, 且被移除的电线杆之间至少还有 2 根电线杆被保留, 则不同的移除方法有_____种.

29. 在 $(1 - ax + x^2)^5$ 的展开式中, x^3 的系数为 30, 则实数 a 的值为_____.

30. 已知 F_1, F_2 分别为双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{6} = 1$ 的左、右焦点, M 为双曲线右支上一点且满足 $\overrightarrow{MF_1} \cdot \overrightarrow{MF_2} = 0$, 若直线 MF_2 与双曲线的另一个交点为 N, 则 $\triangle MF_1N$ 的面积为_____.

三、解答题 (共 6 题, 共 40 分)

31. 涌泉镇是中国无核蜜桔之乡, 已知某蜜桔种植大户冯大爷的蜜桔成本为 2 元/千克, 如果在未来 90 天蜜桔的销售单价 p (元/千克) 与时间 t (天) 之间的函数关系式为

$$p = \begin{cases} 12 & (1 \leq t \leq 40, t \text{ 为整数}) \\ -\frac{1}{10}t + 16 & (41 \leq t \leq 90, t \text{ 为整数}) \end{cases}, \text{ 且蜜桔的日销量 } y \text{ (千克) 与时间 } t \text{ (天) 满足一次函数关系,}$$

其部分数据如下表所示:

| 时间 t /天 | 1 | 10 | 20 | 40 | 70 | 90 |
|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 日销售量 y /千克 | 105 | 150 | 200 | 300 | 450 | 550 |

- (1) 求 y 与 t 之间的函数表达式;

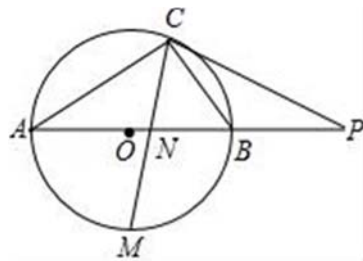
- (2) 在未来 90 天的销售中, 预测哪一天的日销售利润最大? 最大日销售利润为多少元?

(3) 在实际销售的后 50 天中，冯大爷决定每销售 1 千克蜜桔就捐赠 n 元利润 ($n < 5$) 给留守儿童作为助学金，销售过程中冯大爷发现，恰好从第 51 天开始，和前一天相比，扣除捐赠后的日销售利润逐日减少，请求出 n 的取值范围。

32. 已知 AB 为 $\odot O$ 的直径， C 在 $\odot O$ 上，过点 C 的直线与 AB 的延长线交于点 P ，若 $AC = PC$ ， $\angle PCB = \angle P$ ，

(1) 求证： PC 为 $\odot O$ 的切线；

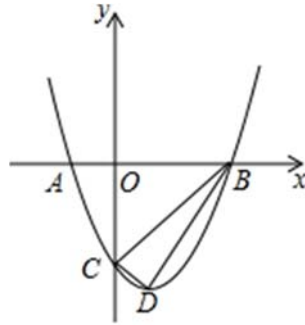
(2) 若点 M 为弧 AB 的中点， CM 交 AB 于点 N ，且 $AB = 4$ ，求 CN 的长。



33. 如图, O 是坐标原点, 过点 $A(-1, 0)$ 的抛物线 $y = x^2 - bx - 3$ 与 x 轴的另一个交点为 B , 与 y 轴交于点 C , 其顶点为 D 点.

(1) 求 b 的值以及点 D 的坐标;

(2) 连接 BC 、 BD 、 CD , 在 x 轴上是否存在点 P , 使得以 A 、 C 、 P 为顶点的三角形与 $\triangle BCD$ 相似? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 说明理由.



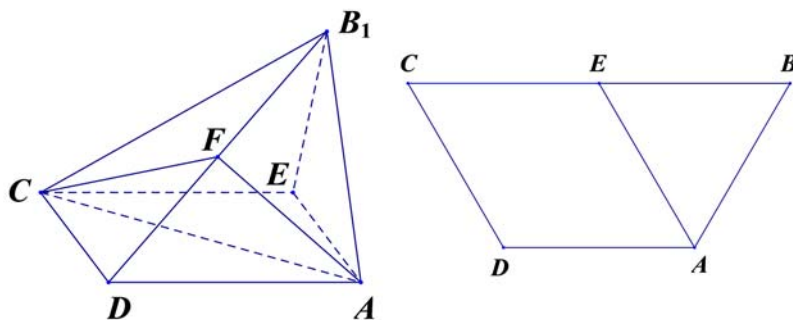
34. 已知 $f(x) = \sqrt{3}\cos 2x + 2\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)\sin(\pi - x)$, $x \in R$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调增区间;

(2) 已知锐角 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $f(A) = -\sqrt{3}$, $a = 3$, 求 BC 边上的高的最大值.

35. 如图, 已知四边形 $ABCD$ 满足 $AD \parallel BC$, $BA = AD = DC = \frac{1}{2}BC = a$, E 是 BC 的中点, 将 $\triangle BAE$ 沿 AE 翻折成 $\triangle B_1AE$, 使得 $B_1D = \frac{\sqrt{6}}{2}a$, F 为 B_1D 的中点.

- (1) 证明: $B_1E \parallel$ 平面 ACF ;
- (2) 求平面 ADB_1 与平面 ECB_1 所成锐二面角的余弦值.



36. 已知动点 E 到点 A (2, 0) 与点 B (-2, 0) 的直线斜率之积为 $-\frac{1}{4}$, 点 E 的轨迹为曲线 C.

(1) 求曲线 C 的方程;

(2) 过点 D (1, 0) 作直线 l 与曲线 C 交于 P, Q 两点, 且 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = -\frac{3}{5}$. 求直线 l 的方程.