所以综合两种情况，得到 KKT 条件

$$\begin{cases} \nabla f(\vec{x}^*) + \lambda \nabla g(\vec{x}^*) = \vec{0} \\ g(\vec{x}^*) \leq 0 \\ \lambda \geq 0 \\ g(\vec{x}^*)\lambda = 0 \end{cases}$$

$\left.\begin{matrix} g(\vec{x}^*) \leq 0 \\ \lambda \geq 0 \\ g(\vec{x}^*)\lambda = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ KKT 对偶互补条件.

③ 不等式约束的拉格朗日对偶.

$$\min_{x} f(\vec{x})$$

$$\text{s.t.} \quad h_i(\vec{x}) = 0 \quad (i = 1, 2 \dots m)$$

$$g_j(\vec{x}) \leq 0 \quad (j = 1, 2 \dots n)$$

$$L(\vec{x}, \vec{\lambda}, \vec{u}) = f(\vec{x}) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i h_i(\vec{x}) + \sum_{j=1}^{n} u_j g_j(\vec{x})$$

$(\vec{u} \geq \vec{0})$

求约束条件下的最小值可以转化为求 primal problem（变量是 $\vec{x}$）

primal: $\min\limits_{\vec{x}} \max\limits_{\vec{\lambda}, \vec{u}} L(\vec{x}, \vec{\lambda}, \vec{u})$

由 primal problem 导出 Dual problem（变量是 $\vec{\lambda}, \vec{u}$）

Dual: $\max\limits_{\vec{\lambda}, \vec{u}} \min\limits_{\vec{x}} L(\vec{x}, \vec{\lambda}, \vec{u})$

▲ 无论 primal problem 如何，其 Dual problem 一定是凸优化问题.

一般条件下，Dual ≤ primal

▲ 如果 primal 是凸优化问题且 $h_i(x)$ 为仿射函数，且可行域中至少有一点，使不等式约束严格成立，则 Dual = primal （slater 条件）