MATLAB

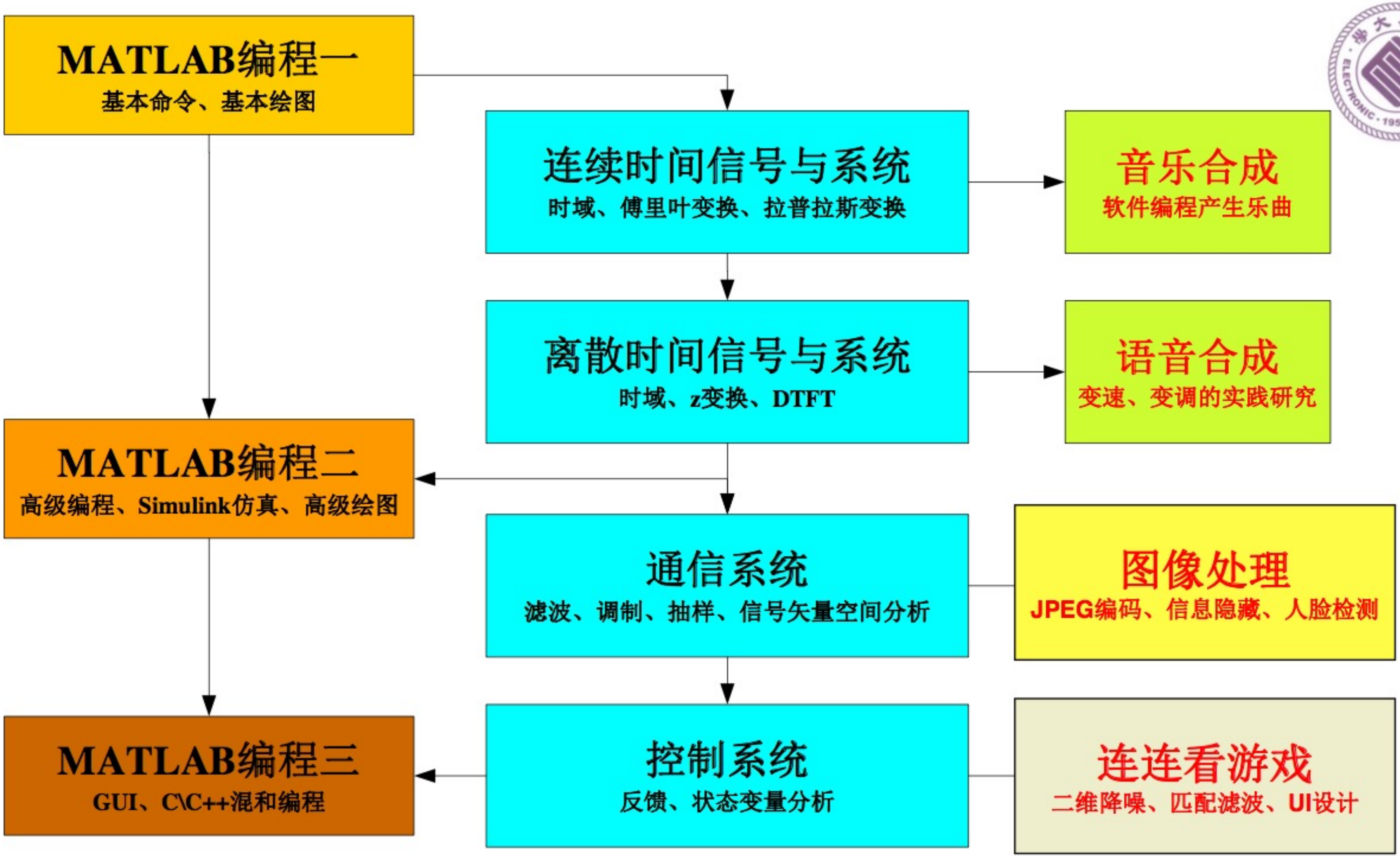
高级编程与工程应用

(第二讲)

谷源涛

清华大学电子工程系

20211年6月



系统完整地讲解MATLAB知识，编程技术逐步深入

MATLAB编程和信号与系统复习密切结合，插入MATLAB知识点

四个综合实验使本课程学习进入更高境界

5.拉普拉斯变换、连续时间系统的s域分析

- 拉普拉斯变换和逆变换
- 系统函数（网络函数）H(s)
- 由系统函数零、极点分布决定时域特性
- 由系统函数零、极点分布决定频域特性
- 二阶谐振系统的s平面分析

5.1 拉普拉斯变换和逆变换

- 用符号函数laplace和ilaplace实现（单边）拉氏变换和逆变换

例5.1 计算t^3和$\sin(\omega t)$的拉普拉斯变换。

例5.2 求下述函数的逆变换

$$F(s)=\frac{10(s+2)(s+5)}{s(s+1)(s+3)}$$

5.1 拉普拉斯变换和逆变换

- 用部分分式展开的函数residue求逆变换

例5.3求下示函数的逆变换

$$F(s)=\frac{s^3+5s^2+9s+7}{(s+1)(s+2)}$$

- 解：先用MATLAB求留数

  再写出展开式

$$F(s)=s+2-\frac{1}{s+2}+\frac{2}{s+1}$$

  最后写出时域表达式

$$f(t)=\delta'(t)+2\delta(t)-\mathrm{e}^{-2t}+2\mathrm{e}^{-t}\qquad(t\geq 0)$$

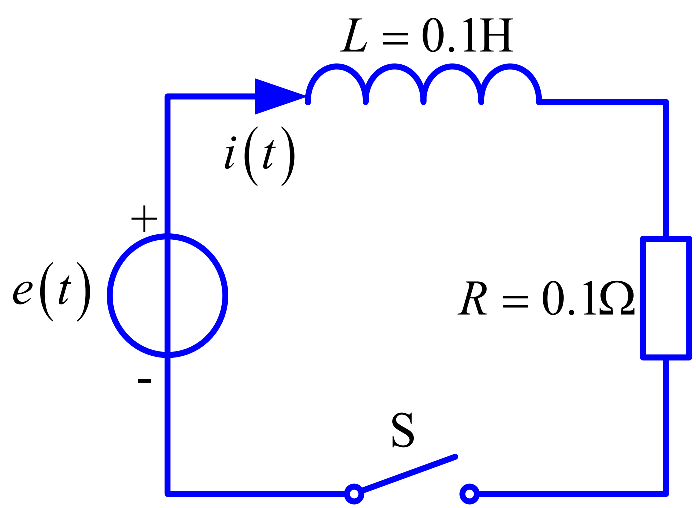
知识点（8）符号运算函数

- 参考Symbolic Math Toolbox
  - 合并同类项　collect
  - 因式分解　factor
  - 化简　simplify
  - 变量替换　subs
  - 求极限　limit
  - 微分和求导　diff
  - 积分　int
  - 解方程组　solve
  - 解微分方程组　dsolve

5.2 系统函数（网络函数）H(s)

- 回顾前面介绍的tf函数，可知MATLAB用系统函数H(s)描述LTI系统。

例5.6下图所示电路在$t=0$时开关S闭合，接入信号源$e(t)=\sin(3t)$，电感起始电流等于零，求电流$i(t)$。

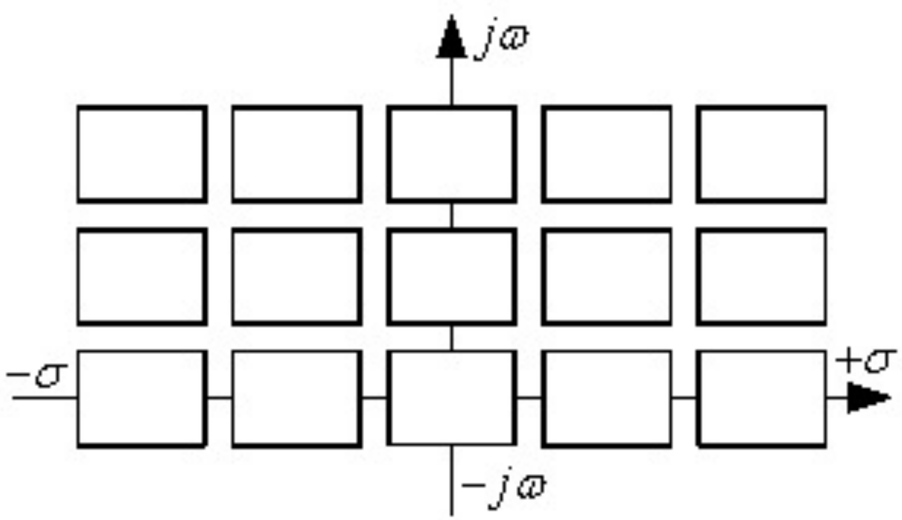


5.4 由系统函数零、极点分布决定时域特性

- MATLAB用zero(sys) 和pole(sys) 函数直接计算零极点。
- [p,z] = pzmap(sys) 函数也可以计算零极点
  - 不带返回值则绘制出系统的零极点图。
- [b,a] = zp2tf(z,p,k) 和[z,p,k] = tf2zp(b,a) 两个函数用于在零极点描述和传递函数描述之间转换。

5.3 由系统函数零、极点分布决定时域特性

例5.7当$F(s)$极点（一阶）落于下图所示s平面图中各方框所处位置时，画出对应的$f(t)$波形填入方框中。



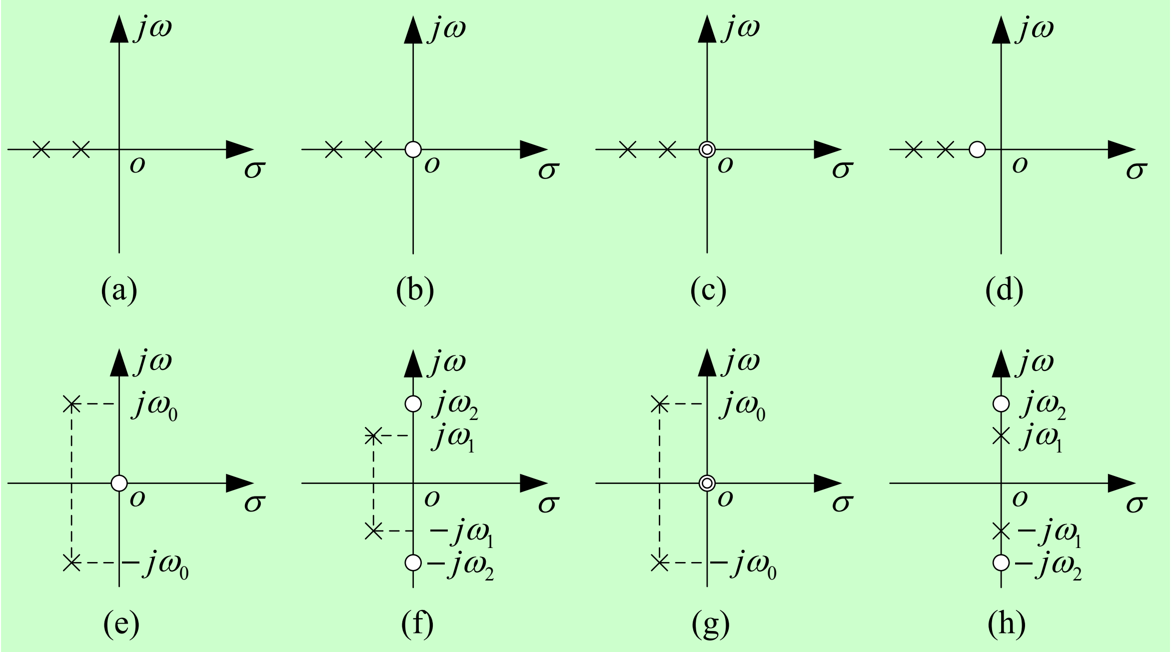
知识点（10）结构

- 定义
  - stu = struct(‘name’,{‘Tom’},’age’,{6})
- 引用
  - stu.name
- 定义数组
  - stus = struct(‘name’,{‘Tom’,’Jerry’},’age’,{6,5})
- 引用
  - stus(2).age
- 增加域
  - stus(1).gender = ‘male’

5.4 由系统函数零、极点分布决定频域特性

- freqs(b,a) 函数用于绘制系统的频率响应（包括幅度响应和相位响应），其中*b*和*a*分别是传递函数的分子和分母多项式系数

例5.8若$H(s)$零、极点分布如下图所示，试讨论它们分别是哪种滤波网络（低通、高通、带通、带阻）。



5.5 二阶谐振系统的s平面分析

例5.9一个并联谐振电路，极点分布随α增大由虚轴上沿单位圆旋转到负实轴，绘制电路系统的零极点图、冲激响应、幅频响应和相频响应。

$$Z(s)=\frac{s}{s^2+2\alpha s+\omega_0^2}$$

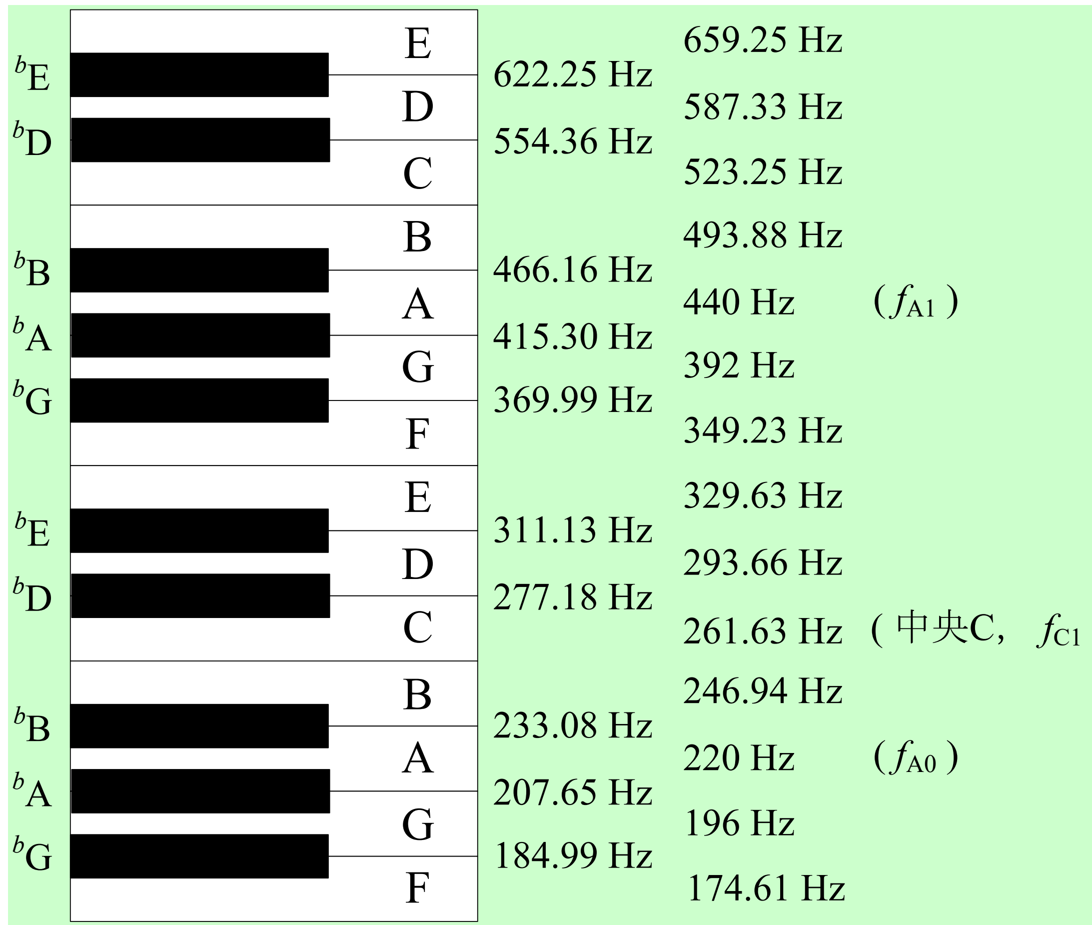
6. 音乐合成

- 乐音特征
  - 基波的构成规律
  - 谐波的作用——音色
  - 波形包络
- 音调的持续时间和音符的选接
- 合成《东方红》

6.1 乐音特征

- 乐音基波的构成规律
  - CDEFGAB 表示音名（音调），对应基波频率
  - 基波频率由“十二平均律”导出
  - 八度音程内有12个键，相邻音频率倍乘系数：

    $K = 2^{1/12} = 1.06$



基础知识

- 音名和唱名的对应关系

			半音				半音	
唱名	1	2	3	4	5	6	7	$\dot{1}$
音名	C	D	E	F	G	A	B	C

(a) C调唱名与音名之对应

			半音				半音	
唱名	1	2	3	4	5	6	7	$\dot{1}$
音名	F	G	A	^{b}B	C	D	E	F

(b) F调唱名与音名之对应

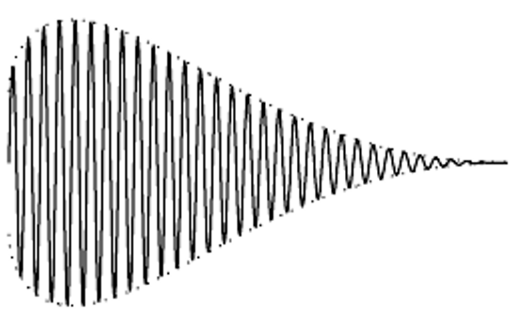
- 乐曲《东方红》片段

$$1 = F\ \frac{2}{4} \quad | \ 5 \quad \underline{\overset{\frown}{5\ 6}} \ | \ 2 \quad - \ | \ 1 \quad \underline{\overset{\frown}{1\ \underset{\cdot}{6}}} \ | \ 2 \quad - \ |$$

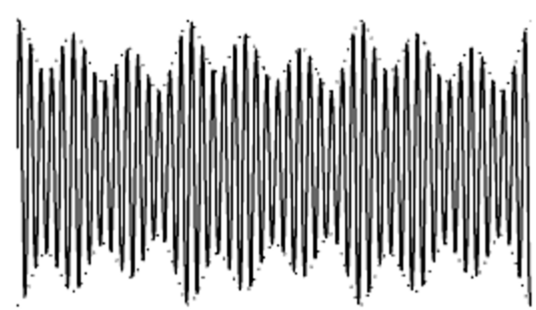
五线谱更直观反映音调变化

谐波和波形包络

- 乐音谐波的作用–音色
  - 钢琴的中央C和单簧管的中央C有何不同？
  - 音色主要由泛音（即各次谐波分量）决定。
  - 演奏方法和技巧也对音色有影响。
- 乐音的波形包络
  - 连续型、弹奏型、拨奏型、击奏型、吹奏型、颤音型



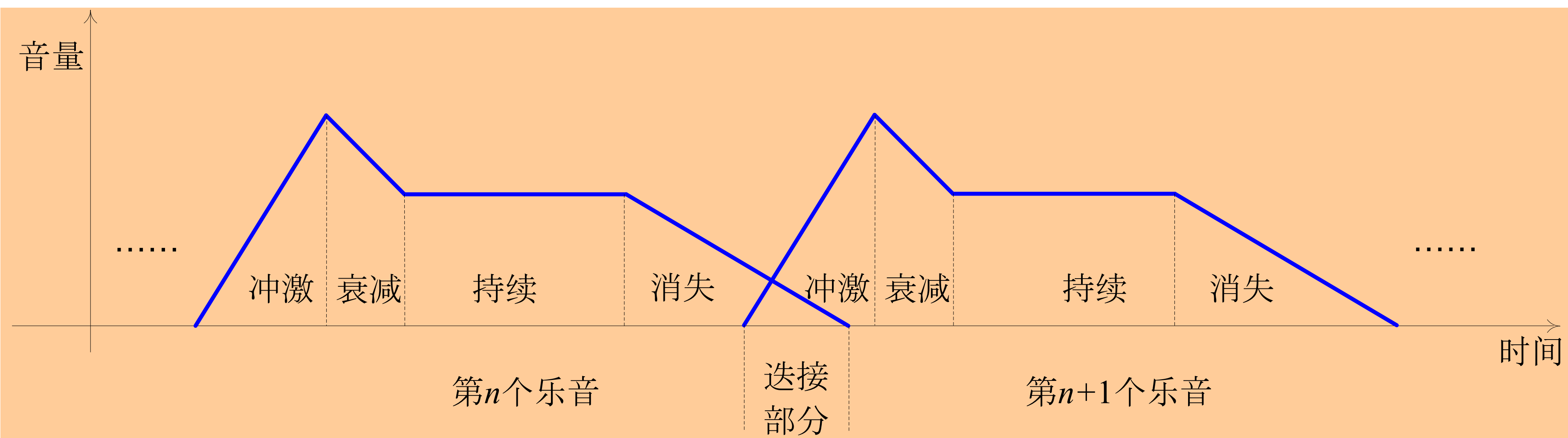
钢琴



管乐

6.2 音调的持续时间和音符的选接

- 音调的持续时间
  - 全音符、二分音符、四分音符和八分音符
  - 每个音符之后要有停顿时间，更长的停顿要用休止符
- 音符的选接



6.3 合成《东方红》

- 简单的合成音乐
- 用傅里叶级数分析音乐
- 基于傅里叶级数的合成音乐

7. 离散时间系统的时域分析

- 常系数线性差分方程的求解
- 离散时间系统的单位样值（单位冲激）响应
- 卷积（卷积和）
- 解卷积（反卷积）

7.1常系数线性差分方程的求解

- MATLAB 提供数值解法（即迭代法）计算差分方程的完全解。即给定传递函数、激励序列和边界条件后，用filter 函数得到输出序列。

$$y(n)+a_1y(n-1)+\cdots+a_Ny(n-N) \\ =b_0x(n)+b_1x(n-1)+\cdots+b_Mx(n-M)$$

- [y, wf] = filter(b, a, x, wi), wi 和wf分别表示系统的初始状态和终止状态。

差分方程的初始状态和终止状态

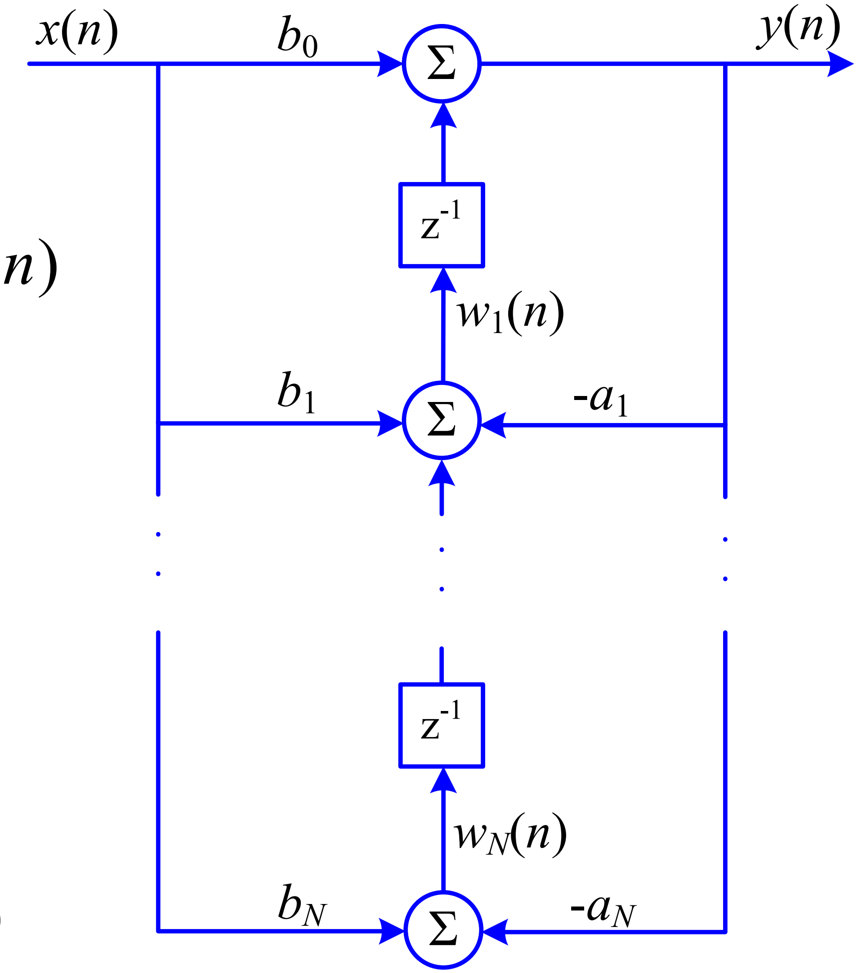
$$w_N(n) = b_N x(n) - a_N y(n)$$

$$w_{N-1}(n) = w_N(n-1) + b_{N-1}x(n) - a_{N-1}y(n)$$

$$\vdots$$

$$w_1(n) = w_2(n-1) + b_1 x(n) - a_1 y(n)$$

$$y(n) = w_1(n-1) + b_0 x(n)$$

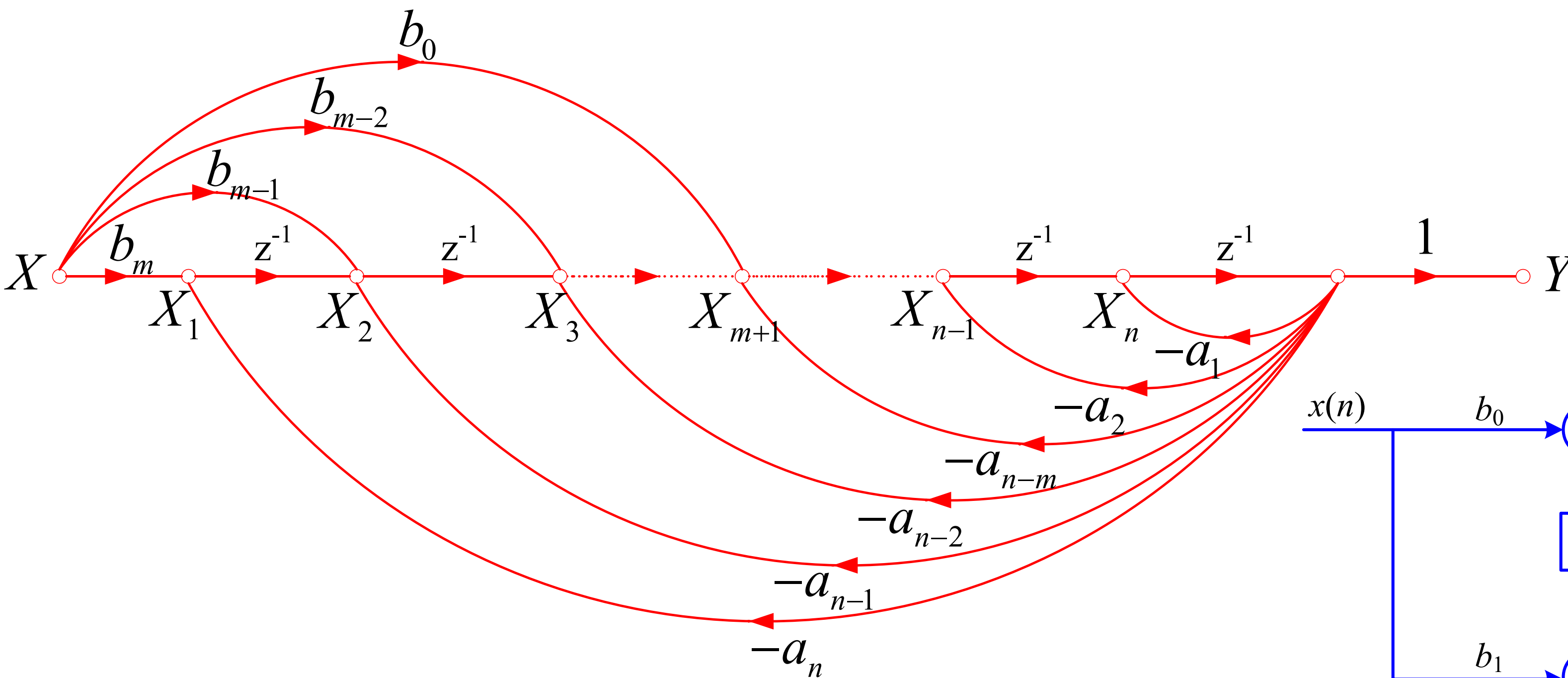


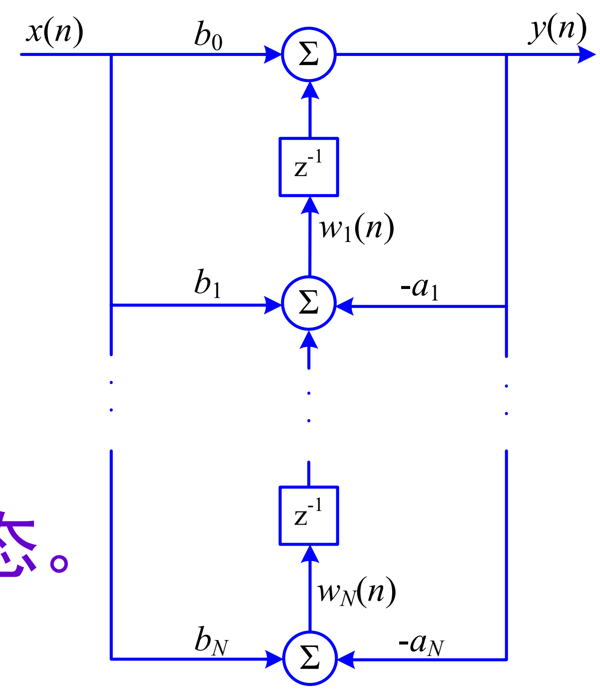
综合以上公式，得到

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N} b_k x(n-k) - \sum_{j=1}^{N} a_j y(n-j)$$

参考流图描述，可见

Filter的状态即状态方程的状态





[y, wf] = filter(b, a, x, wi),

wi 和wf表示系统的初始状态和终止状态。

常系数线性差分方程的求解

例7.1 求下示差分方程的完全解

$$y(n)-y(n-1)+0.24y(n-2)=x(n)-x(n-1)$$

其中激励函数$x(n)=n^2u(n)$，且已知$y(-1)=-1, y(-2)=-2$。

例7.2 已知系统的差分方程表达式为

$$y(n)-0.9y(n-1)+0.3y(n-2)=0.05u(n)$$

若边界条件为如下两种情况，分别求系统的零输入响应、零状态响应和完全响应。

（1） $y(-1)=0, y(-2)=1,$

（2） $y(-1)=1, y(-2)=0$。

知识点（12）处理列矢量

- 对处理一维信号（矢量）的函数，如果以二维信号（矩阵）作输入，那么MATLAB会把它当成多个一维信号同时进行处理
- 和理论分析中的常用表示方法一样，MATLAB默认信号以列矢量形式表示
- 其他的数学和逻辑函数也是如此

7.2 离散时间系统的单位样值（单位冲激）响应

- 可以用filter 函数实现离散时间系统的单位样值响应。鉴于其重要性，MATLAB 提供了用impz 函数直接实现单位样值响应的方法

例7.3 已知系统的差分方程模型

$$y(n)-0.5y(n-1)+0.6y(n-2)=x(n)-0.3x(n-2)$$

求系统的单位样值响应。

知识点（13）多项式相乘和卷积的关系

$$
\begin{aligned}
p_a(x)p_b(x) &= \sum_{i=0}^{n} a_i x^{n-i} \sum_{j=0}^{m} b_j x^{m-j} \\
&= \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{m} a_i b_j x^{n+m-i-j} \\
&= \sum_{i=0}^{n} \sum_{k=i}^{m+i} a_i b_{k-i} x^{n+m-k} \\
&= \sum_{k=0}^{n+m} \sum_{i=\max(0,k-m)}^{\min(n,k)} a_i b_{k-i} x^{n+m-k} \\
&= \sum_{k=0}^{n+m} c_k x^{n+m-k}
\end{aligned}
$$

$$
c_k = \sum_{i=\max(0,k-m)}^{\min(n,k)} a_i b_{k-i}
$$

7.3 卷积（卷积和）

- conv 函数可以计算离散时间卷积和
- 根据筛选特性，序列通过线性系统就是序列和系统单位样值响应进行卷积，因而卷积运算也可以用filter函数实现，即将两个待卷积序列分别理解为系统单位样值响应和激励序列

例7.4 某系统的单位样值响应是$h(n)=a^n u(n)$，其中$a=0.8$。若激励信号为$x(n)=u(n)-u(n-6)$，试求响应$y(n)$。

7.4 解卷积（反卷积）

- MATLAB 提供[q,r] = deconv(b,a) 函数实现解卷积，其中b = conv(a,q) +r，即a 和q卷积后再加上余量r 得到b，而解卷积就要根据b 和a 解出q和r

例7. 5 某地质勘探测试设备给出的发射信号$x(n)=\delta(n)+\frac{1}{2}\delta(n-1)$，接收回波信号$y(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^{n}u(n)$，若地层反射特性的系统函数以$h(n)$表示，且满足$y(n)=h(n)*x(n)$。求$h(n)$。

8. z变换、离散时间系统的z域分析

- z变换定义、典型序列的z变换
- 逆z变换
- 利用z变换解差分方程
- 离散系统的系统函数
- 序列的傅里叶变换（DTFT）
- 离散时间系统的频率响应特性

8.1 z变换定义、典型序列的z变换

- 用符号运算方法进行z变换，具体用ztrans函数实现

例　分别求$x_1(n)=\left(1/2\right)^n$和$x_2(n)=n\left(n-1\right)/2$的z变换。

8.2 逆z变换

- 同z变换相似，可以用符号运算函数iztrans实现逆z变换

例8.1 分别用符号法和部分分式展开法求解

$$X(z)=\frac{z^2}{z^2-1.5z+0.5}$$

的逆变换$x(n)(|z|>1)$。

解：先用符号法。

再用部分分式分解法，先写成 $X(z)=\dfrac{1}{1-1.5z^{-1}+0.5z^{-2}}$

根据MATLAB输出得到 $X(z)=\dfrac{2}{1-z^{-1}}-\dfrac{1}{1-0.5z^{-1}}$

即 $x(n)=\left(2-0.5^n\right)u(n)$

8.3利用z变换解差分方程

- 零状态

例8.2一离散系统的差分方程为

$$y(n)-by(n-1)=x(n)$$

若激励$x(n)=a^n u(n)$，起始值$y(-1)=0$，求响应$y(n)$。

- 完全响应

例8.3对于上例的差分方程，若激励不变，但起始值不等于零，而是$y(-1)=2$，求系统的响应$y(n)$。

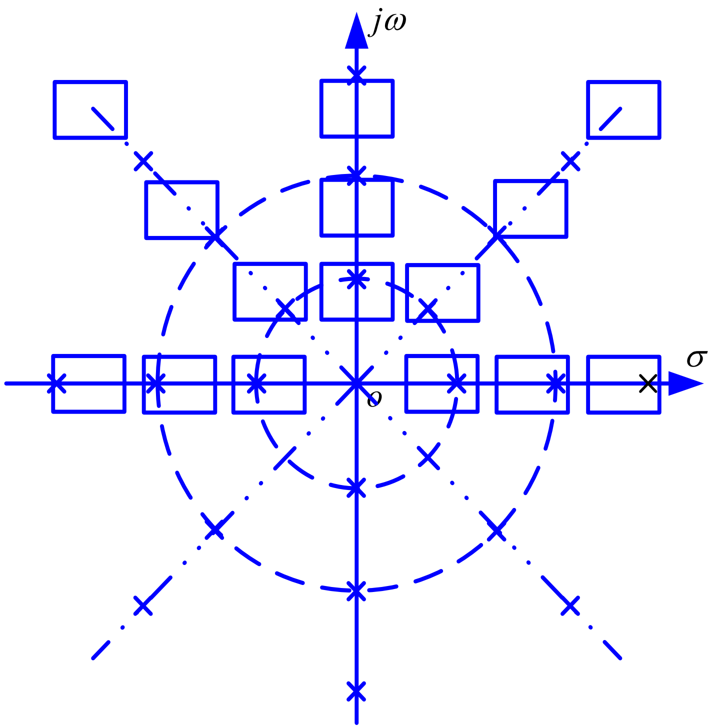
解：先由位移性质得到 $Y(z)-bz^{-1}Y(z)-by(-1)=X(z)$

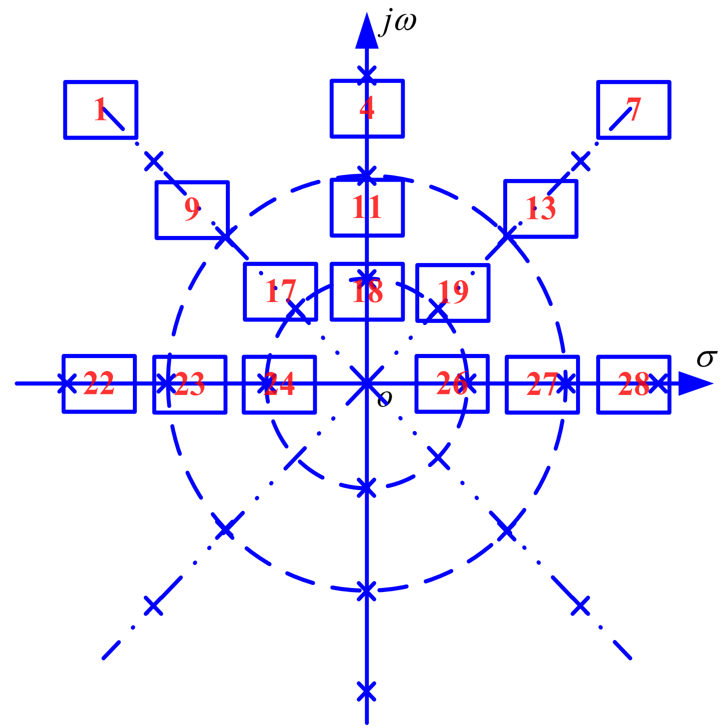
再代入初始条件

$$Y(z)=\frac{X(z)+2b}{1-bz^{-1}}$$

8.4 离散系统的系统函数

例8.4当$H(z)$极点（一阶）位于下图所示z平面中各方框附近的(极点)位置时，画出对应的$h(n)$波形填入方框中。





知识点（14）命令和行的关系

- 行末有“;”则不回显结果，否则回显
  - echo on和off控制的是命令行的显示，而非命令结果的回显
- 一个命令写在多行时用“…”表示续行
- 多个命令写在一行时，可以用“;”或“,”分开

8.5 序列的傅里叶变换（DTFT）

- 离散时间傅里叶变换——DTFT

$$\mathrm{DTFT}\left[x(n)\right]=X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega n}$$

$$\mathrm{IDTFT}\left[X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})\right]=x(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega n}\mathrm{d}\omega$$

- 离散傅里叶变换——DFT

$$\mathrm{DFT}\left[x(n)\right]=X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}nk\frac{2\pi}{N}}$$

$$\mathrm{IDFT}\left[X(k)\right]=x(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)\mathrm{e}^{\mathrm{j}nk\frac{2\pi}{N}}$$

- 快速傅里叶变换——FFT

用FFT实现傅里叶变换的数值计算

- 回忆傅里叶变换的数值近似表达式

$$F(\omega_1 + k\Delta\omega) = \frac{T}{N}\sum_{n=0}^{N-1} f\left(t_1 + n\Delta t\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\left(\omega_1 + k\Delta\omega\right)\left(t_1 + n\Delta t\right)}$$

$$f(t_1 + n\Delta t) = \frac{\Omega}{2\pi K}\sum_{k=0}^{K-1} F(\omega_1 + k\Delta\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega_1 + k\Delta\omega)(t_1 + n\Delta t)}$$

- 可以证明当 $N = K$ 和 $\Omega T = 2\pi N$ 时

$$\mathbf{F}_1 = \frac{T\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_1 t_1}}{N}\mathrm{fft}(\mathbf{f}_1)$$

$$\mathbf{f}_1 = \frac{\Omega\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_1 t_1}}{2\pi}\mathrm{ifft}(\mathbf{F}_1)$$

其中

$$f_1(t) = f(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_1 t}$$

$$F_1(\omega) = F(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t_1}$$

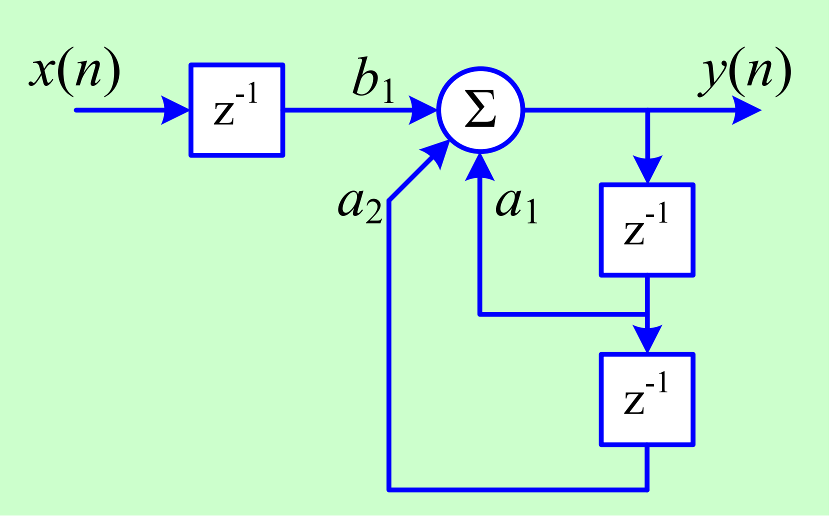
用FFT实现傅里叶变换的数值计算

例8.5请绘制矩形脉冲的波形($t \in [-1,1]$)和频谱。

$$f(t) = \begin{cases} 1 & |t| < \frac{1}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

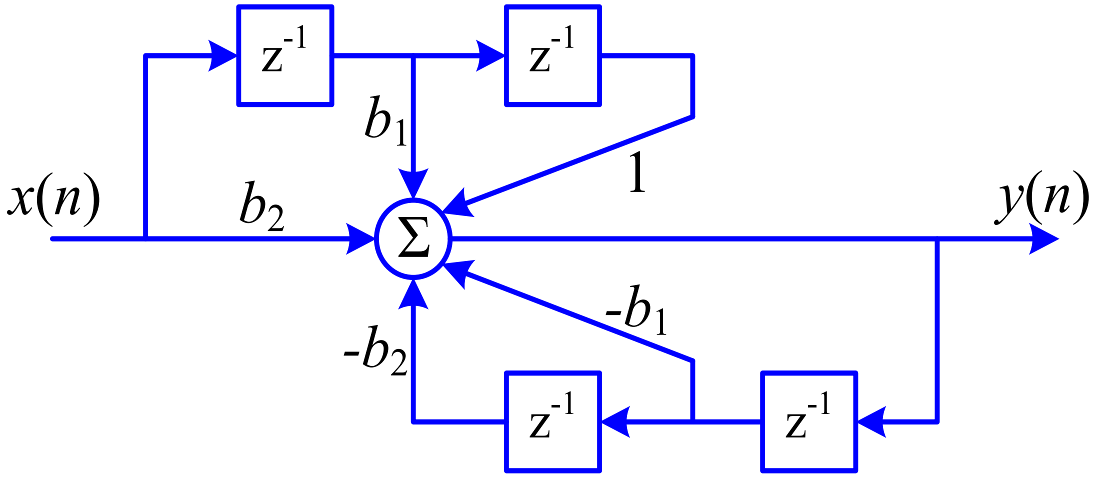
8.6 离散时间系统的频率响应特性

例8.6求下图所示二阶离散系统的频率响应，其中$a_1 = 1.1$,
$a_2 = \text{-}0.7, b_1 = 1$。



离散时间系统的频率响应特性

例8.7求下图所示离散系统的频率响应，其中$b_1=-1.1$，$b_2=0.6$。已知该系统为全通系统，请设计输入信号，验证该系统性能。



知识点（15）交互式信号处理工具

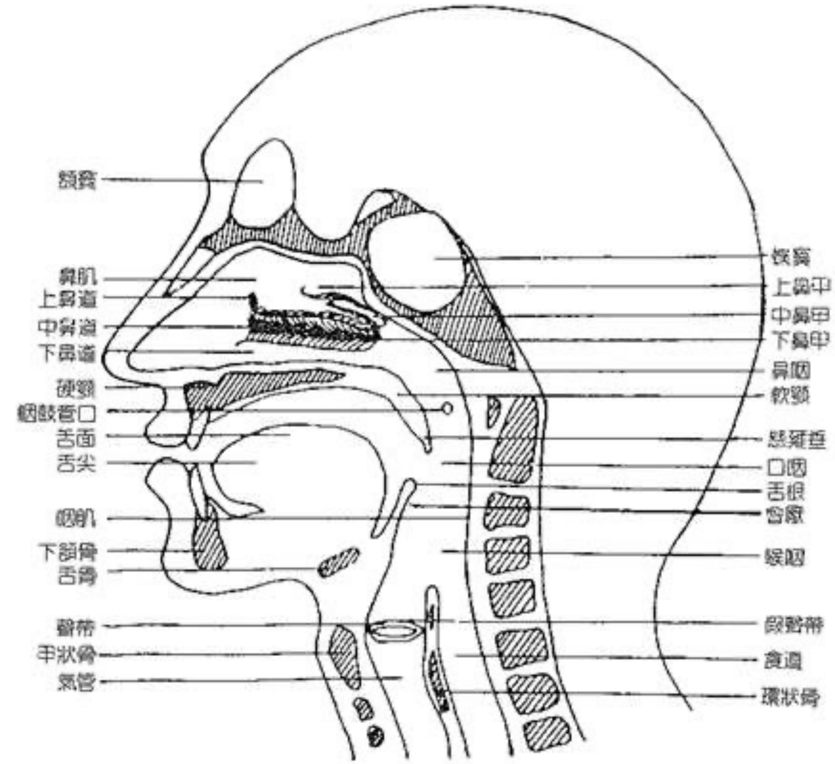
- Help signal
  - fdatool - Filter Design and Analysis Tool.
  - fvtool - Filter Visualization Tool.
  - sptool - Signal Processing Tool.
  - Wintool - Window Design and Analysis Tool.
  - wvtool - Window Visualization Tool.

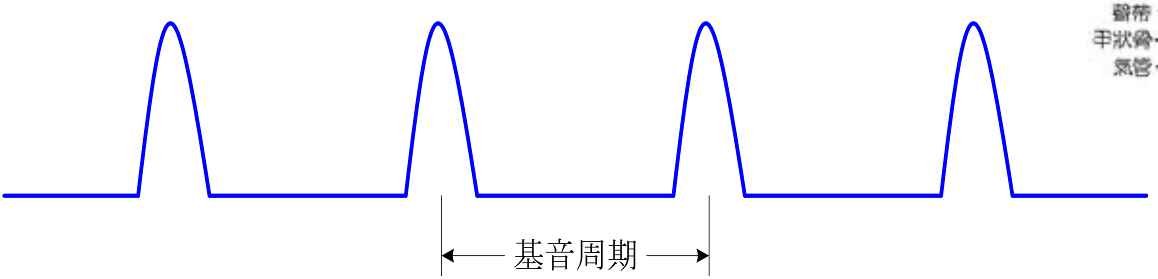
9. 语音合成

- 发声机理
- 语音信号的时域特征
- 语音模型
- 分析和合成语音

9.1发声机理

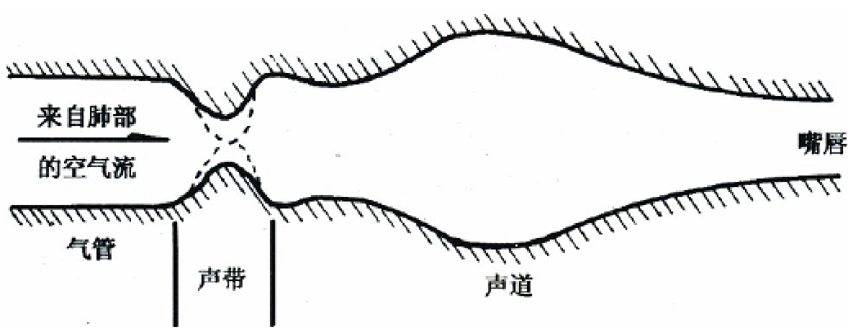
- 语音信号由肺挤压出的空气激励发声器官振动产生。
- 发声器官包括喉、声道和嘴。
- 声门形成一串周期性的脉冲气流送入声道。

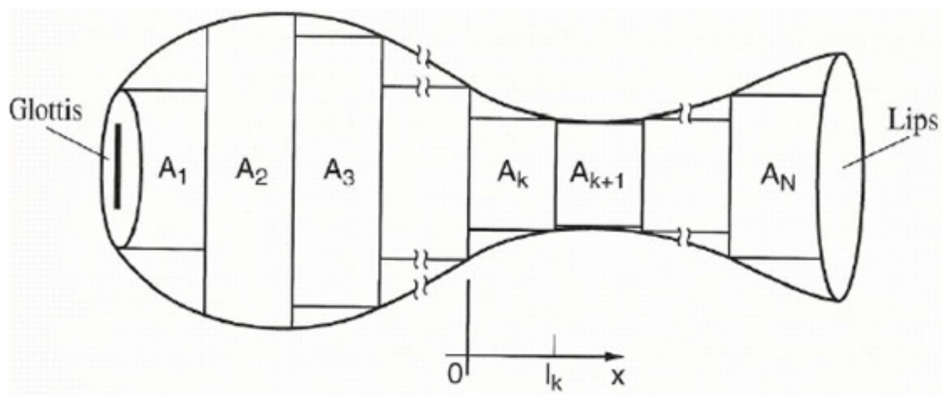




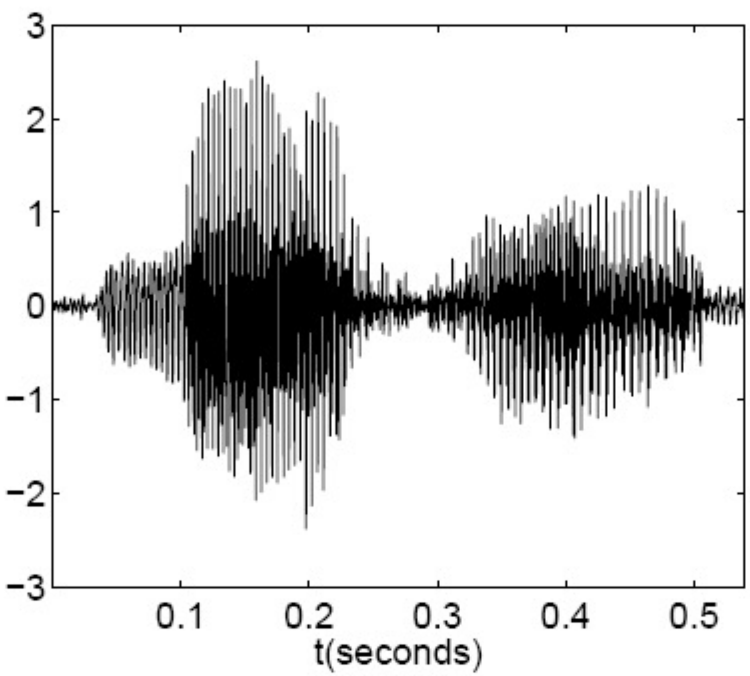
发声机理

- 气流从喉向上经过口腔或者鼻腔后向外辐射，经过的传输通道称为声道。

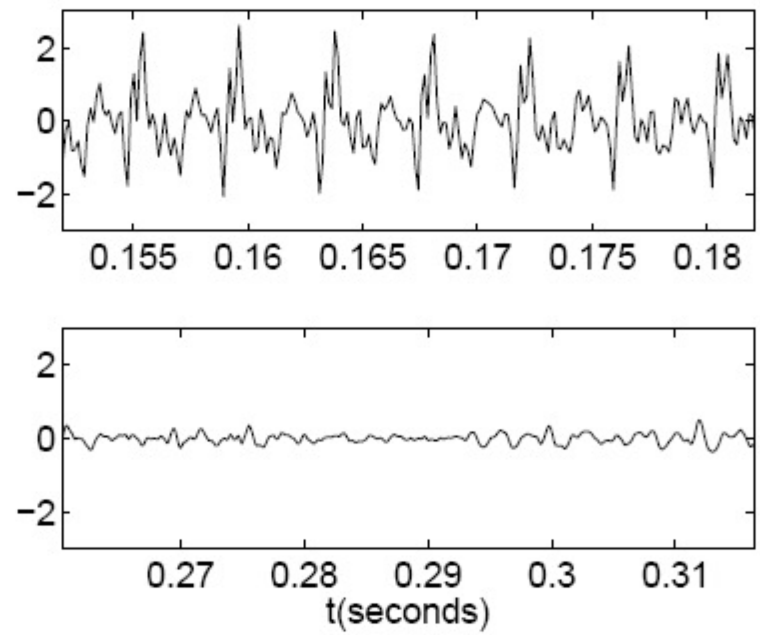




9.2 语音信号的时域特征



女声发音“MATLAB”



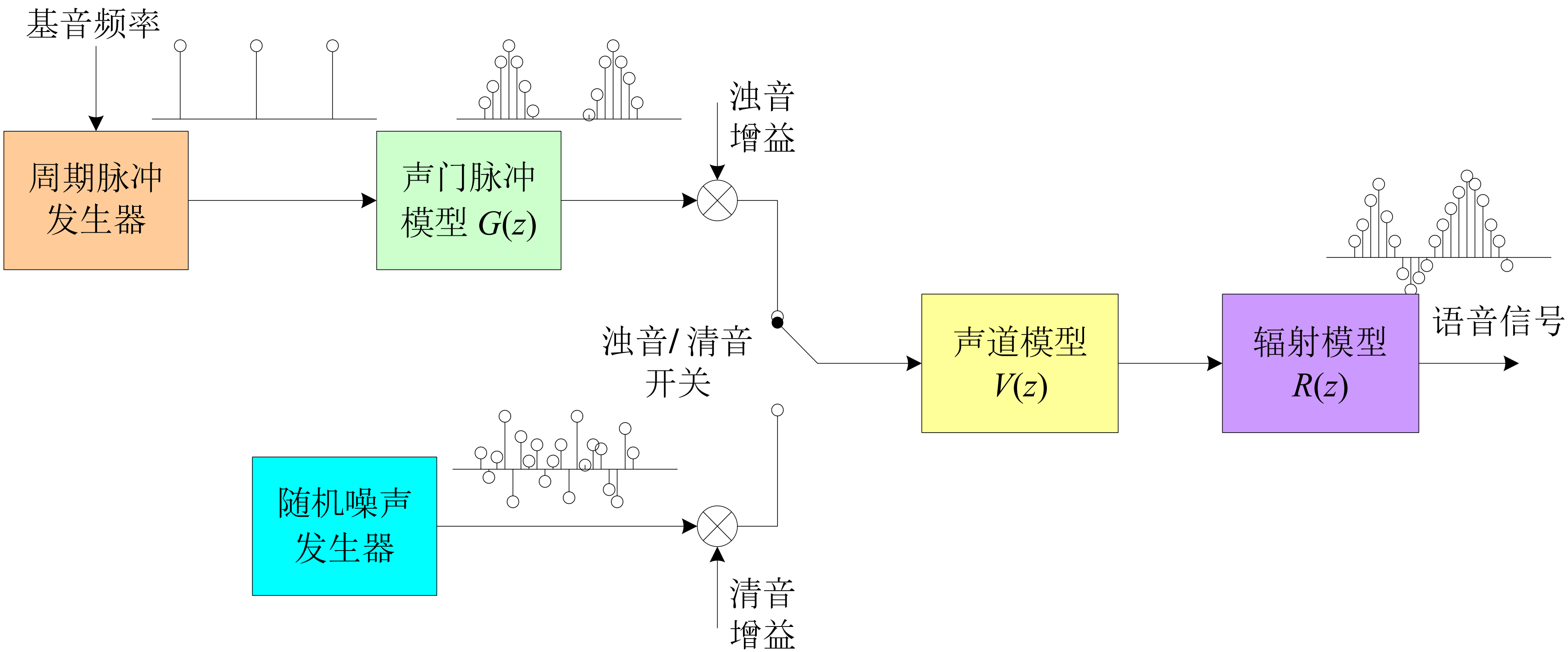
女声发音“MATLAB”细节

9.3 语音模型

- 语音生成模型
  - 通过对声管的研究，发现它可以用若干段截面积不等的均匀管道级联起来描述，一般称作级联无损声管模型。
  - 采用流体力学的方法可以证明每一截均匀管道能够用一个单极点模型来近似。
  - 这样*N*段管道组成的声管就可以用一个*N*阶全极点滤波器表述。

$$V(z)=\frac{G}{\prod_{k=1}^{N}(1-p_k z^{-1})}=\frac{G}{1-\sum_{k=1}^{N}a_k z^{-k}}$$

语音生成模型



基音频率
周期脉冲发生器
声门脉冲模型 $G(z)$
浊音增益
浊音/清音开关
随机噪声发生器
清音增益
声道模型 $V(z)$
辐射模型 $R(z)$
语音信号

语音预测模型

- 由语音信号$s(n)$求激励$e(n)$和模型$V(z)$中的a_i系数是一个解卷积问题，而且是盲解卷，因为激励和滤波器系数两者都不知道。
- 进行合理假设后（比如约束$e(n)$是一个周期脉冲序列和一个高斯白噪声序列之和），就可以用信号处理方法（如自相关法和自协方差法）求出a_i系数。
- 用a_i系数构成预测滤波器，以$s(n)$为激励得到残差$e(n)$

$$e(n) = s(n) - \sum_{k=1}^{N} a_k s(n-k)$$

语音重建模型

- 如果已知激励信号$x(n)$（先不考虑是如何得到的）和滤波器系数a_i，就可以利用语音生成模型重建语音

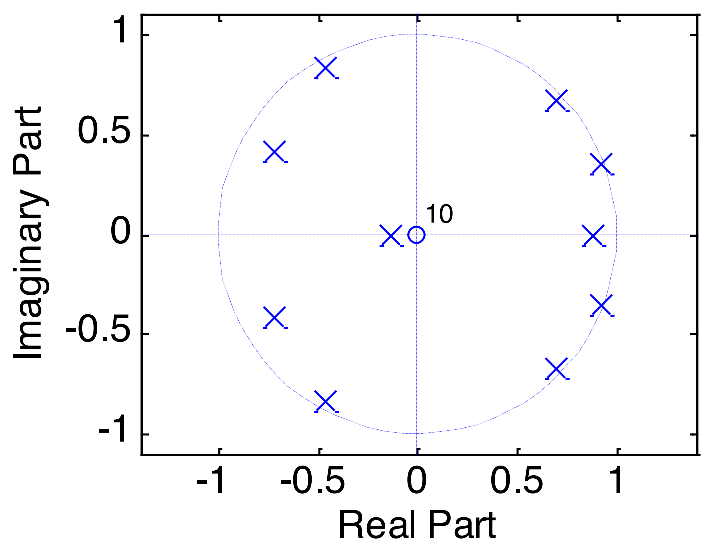
$$\hat{s}(n)=x(n)+\sum_{k=1}^{N}a_k\hat{s}(n-k)$$

- 定义为重建模型以便和生成模型区分开
- 语音的非平稳性（虽然短时平稳）导致预测系数a_i是时变的，一般每10 － 20 毫秒就会发生一些变化以产生不同的音节。

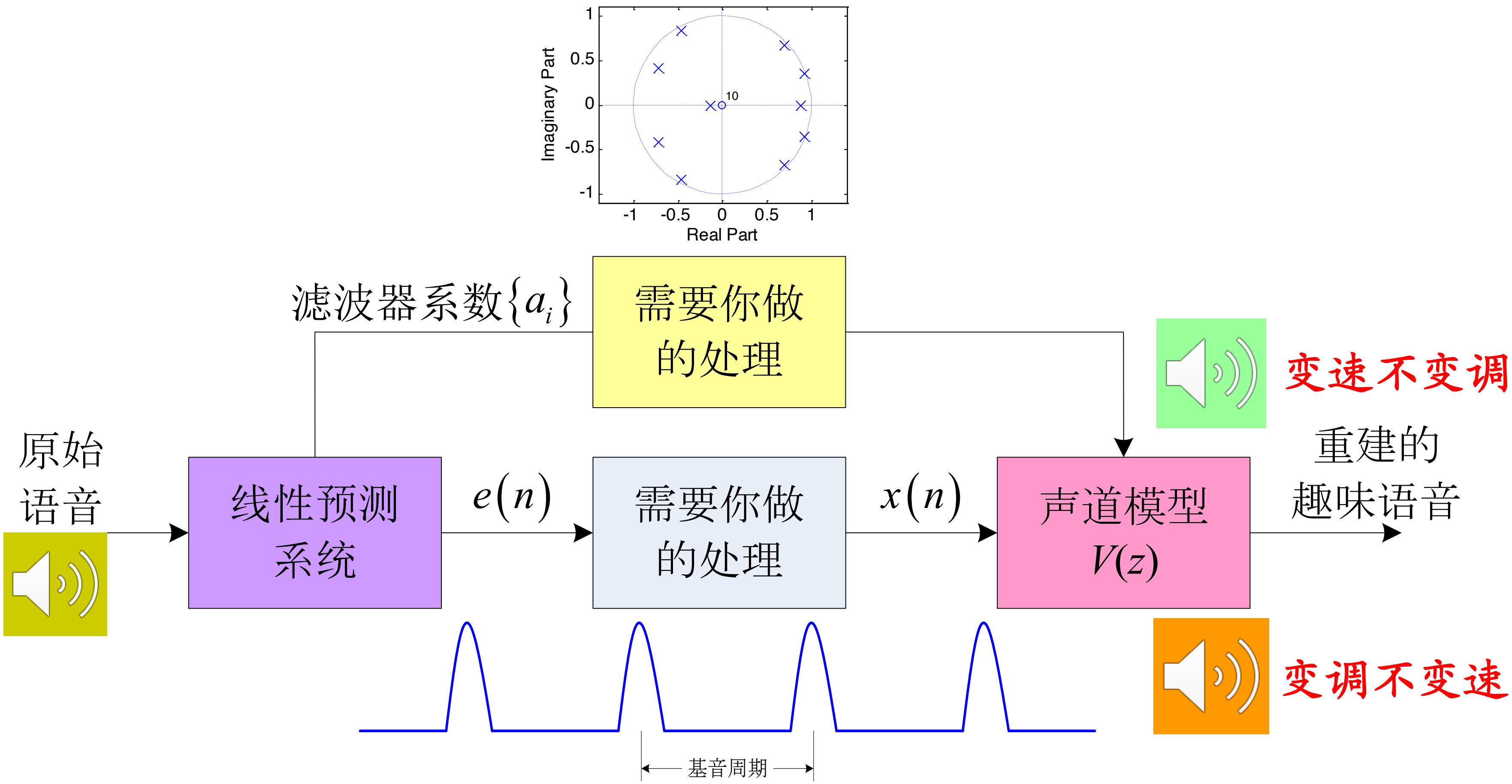
谐振和共振峰频率

- 语音生成模型的每一对共轭极点都对应一个衰减的正弦信号的特征响应。

$$V(z)=\frac{G}{\prod_{k=1}^{N}(1-p_k z^{-1})}=\frac{G}{1-\sum_{k=1}^{N}a_k z^{-k}}$$



9.4 分析和合成语音



Imaginary Part
Real Part
1
0.5
0
-0.5
-1
-1
-0.5
0
0.5
1
10
滤波器系数$\{a_i\}$
需要你做的处理
原始语音
线性预测系统
$e(n)$
需要你做的处理
$x(n)$
声道模型 $V(z)$
重建的趣味语音
变速不变调
变调不变速
基音周期

作业

- help signal, Symbolic Math Toolbox
- 阅读课本第五~九章
  - 运行并理解所有例程
- 完成
  - 第六章第二节的综合实验
  - 或
  - 第九章第二节的综合实验

谢谢同学们认真听讲

- 有问题请在网络学堂提出
- 或者联系
  - 我和助教