```
In[276]:=
                             (*
                            Выполнил ст.гр.221703
                                Воложинец А.А.
                                    Вариант 3
                             *)
In[277]:=
                             (*Задание 1*)
In[278]:=
                        dy[x_{,} y_{]} := 0.3 x * y + y^{2};
                        x_0 = 0; y_0 = 0;
                        a = 0; b = 1;
In[281]:=
                             (*
                            1.a
                                    h = 0.1
                             *)
In[282]:=
                        h = 0.1;
                        n = \frac{b-a}{h};
                        (*Находим предикатор*)
                        predicator1 = \{\{x_0, y_0\}\};
                        For[i = 1, i ≤ n, i++, AppendTo[predicator1,
                                                                                                                 добавить в конец к
                                     \{x_0 + h * i, predicator1[i, 2] + h * dy[x_0 + h * (i - 1), predicator1[i, 2]]\}]\}
                        predicator1
Out[286]=
                        \{\{0,0\},\{0.1,0.\},\{0.2,0.\},\{0.3,0.\},\{0.4,0.\},
                            \{0.5, 0.\}, \{0.6, 0.\}, \{0.7, 0.\}, \{0.8, 0.\}, \{0.9, 0.\}, \{1., 0.\}\}
In[287]:=
                        (*Находим корректор*)
                        corrector1 = \{\{x_0, y_0\}\};
                        For i = 1, i ≤ n, i++, AppendTo corrector1,
                                    \{x_0 + i * h, corrector1[i, 2] + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]] + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]] + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]] + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]] + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]] + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]] + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]] + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]] + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]] + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]] + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]] + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]] + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]] + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]] + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]] + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]] + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]] + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]] + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]] + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]] + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]) + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]) + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]) + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]) + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]) + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]) + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]) + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]) + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]) + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]) + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]) + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]) + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]) + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]) + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]) + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]) + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]) + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]) + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * (i - 1), corrector1[i, 2]) + \frac{h}{2} (dy[x_0 + h * 
                                                         dy[x_0 + h * i, predicator1[i+1, 2]])
                        corrector1
Out[289]=
                        \{\{0,0\},\{0.1,0.\},\{0.2,0.\},\{0.3,0.\},\{0.4,0.\},
                            \{0.5, 0.\}, \{0.6, 0.\}, \{0.7, 0.\}, \{0.8, 0.\}, \{0.9, 0.\}, \{1., 0.\}\}
```

```
In[290]:=
                       (*h=0.05*)
In[291]:=
                      h = 0.05;
                      n = \frac{b-a}{h};
                       (*Находим предикатор*)
                       predicator2 = \{\{x_0, y_0\}\};
                      For[i = 1, i ≤ n, i++, AppendTo[predicator2,
                                                                                                        добавить в конец к
                                   \{x_0 + h * i, predicator2[i, 2] + h * dy[x_0 + h * (i - 1), predicator2[i, 2]]\}]\}
                       predicator2
Out[295]=
                       \{\{0,0\},\{0.05,0.\},\{0.1,0.\},\{0.15,0.\},\{0.2,0.\},\{0.25,0.\},\{0.3,0.\},
                          \{0.35, 0.\}, \{0.4, 0.\}, \{0.45, 0.\}, \{0.5, 0.\}, \{0.55, 0.\}, \{0.6, 0.\}, \{0.65, 0.\},
                          \{0.7, 0.\}, \{0.75, 0.\}, \{0.8, 0.\}, \{0.85, 0.\}, \{0.9, 0.\}, \{0.95, 0.\}, \{1., 0.\}\}
In[296]:=
                       (*Находим корректор*)
                      corrector2 = \{\{x_0, y_0\}\};
                      For | i = 1, i ≤ n, i++, AppendTo | corrector2,
                                  \left\{x_{0} + i * h, corrector2[i, 2] + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2]] + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2]] + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2]]) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2]]) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2]]) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2]]) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2]]) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2]]) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2]]) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2]]) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2]]) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2]]) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2]]) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2]]) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2]]) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2]]) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2]]) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2]]) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2]]) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2])) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2])) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2])) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2])) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2])) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2])) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2])) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2])) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2])) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2])) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2])) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2])) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2])) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2])) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2])) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2])) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2])) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2])) + \frac{h}{2}(dy[x_{0} + h * (i - 1), corrector2[i, 2])
                                                     dy[x_0 + h * i, predicator2[i+1, 2]])
                       corrector2
Out[298]=
                       \{\{0,0\},\{0.05,0.\},\{0.1,0.\},\{0.15,0.\},\{0.2,0.\},\{0.25,0.\},\{0.3,0.\},
                          \{0.35, 0.\}, \{0.4, 0.\}, \{0.45, 0.\}, \{0.5, 0.\}, \{0.55, 0.\}, \{0.6, 0.\}, \{0.65, 0.\},
                          \{0.7, 0.\}, \{0.75, 0.\}, \{0.8, 0.\}, \{0.85, 0.\}, \{0.9, 0.\}, \{0.95, 0.\}, \{1., 0.\}\}
In[299]:=
                           (*
                          1.6
                                  h=0.1
                          *)
```

```
In[300]:=
                    h = 0.1;
                    runge1 = \{\{x_0, y_0\}\};
                    n = \frac{b-a}{b};
                    k_1[x_-, y_-] := h * dy[x, y];
                   k_2[x_{-}, y_{-}] := h * dy \left[x + \frac{h}{2}, y + \frac{k_1[x, y]}{2}\right];
                   k_3[x_-, y_-] := h * dy[x + \frac{h}{2}, y + \frac{k_2[x, y]}{2}];
                    k_4[x_, y_] := h * dy[x + h, y + k_3[x, y]];
                   For[i = 1, i ≤ n, i++,
Цикл ДЛЯ
                          AppendTo runge1, x_0 + i * h, runge1[i, 2] + добавить в конец к
                                     \frac{1}{6} (k_1[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge1[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge
                                               k_{3} \texttt{[} x_{0} + h \star (i-1) \texttt{, rungel[[i, 2]]} + k_{4} \texttt{[} x_{0} + h \star (i-1) \texttt{, rungel[[i, 2]]} \texttt{)} \texttt{]]} \texttt{;}
                    runge1
Out[308]=
                     \{\{0,0\},\{0.1,0.\},\{0.2,0.\},\{0.3,0.\},\{0.4,0.\},
                       \{0.5, 0.\}, \{0.6, 0.\}, \{0.7, 0.\}, \{0.8, 0.\}, \{0.9, 0.\}, \{1., 0.\}\}
In[309]:=
                     (*h=0.05*)
                    h = 0.05;
                    runge2 = \{\{x_0, y_0\}\};
                    n = \frac{b-a}{b};
                    k_1[x_, y_] := h * dy[x, y];
                   k_2[x_{-}, y_{-}] := h * dy[x + \frac{h}{2}, y + \frac{k_1[x, y]}{2}];
                   k_3[x_-, y_-] := h * dy[x + \frac{h}{2}, y + \frac{k_2[x, y]}{2}];
                    k_4[x_, y_] := h * dy[x + h, y + k_3[x, y]];
                   For[i = 1, i ≤ n, i++,
ЦиктДЛЯ
                          AppendTo [runge2, \{x_0 + i * h, runge2[i, 2] + \rfloor добавить в конец к
                                     \frac{1}{-} (k_1[x_0 + h * (i-1), runge2[i, 2]] + 2 * k_2[x_0 + h * (i-1), runge2[i, 2]] + 6
                                                k_3[x_0 + h * (i-1), runge2[i, 2]] + k_4[x_0 + h * (i-1), runge2[i, 2]])
                    runge2
Out[317]=
                    \{\{0,0\},\{0.05,0.\},\{0.1,0.\},\{0.15,0.\},\{0.2,0.\},\{0.25,0.\},\{0.3,0.\},
                        \{0.35, 0.\}, \{0.4, 0.\}, \{0.45, 0.\}, \{0.5, 0.\}, \{0.55, 0.\}, \{0.6, 0.\}, \{0.65, 0.\},
                        \{0.7, 0.\}, \{0.75, 0.\}, \{0.8, 0.\}, \{0.85, 0.\}, \{0.9, 0.\}, \{0.95, 0.\}, \{1., 0.\}\}
```

```
In[318]:=
         (*1.B*)
In[319]:=
        Clear[x, y];
       очистить
        dsolve = DSolve [\{y'[x] = 0.3 \times y[x] + y[x]^2, y[x_0] = y_0\}, y[x], x]
                   решить дифференциальные уравнения
        ndsolve = NDSolve[\{y'[x] = dy[x, y[x]], y[x_0] = y_0\}, y[x], \{x, 0, 1\}]
                    численно решить ДУ
Out[320]=
        \{\,\{\,y\,[\,x\,]\,\rightarrow 0\,\}\,\}
Out[321]=
        \{ \{ y[x] \rightarrow InterpolatingFunction | \} \}
                                                       Output: scalar
In[322]:=
        (*методы Эйлера-Коши и Рунге-Кутта с шагом 0.1*)
        eulerGraph = ListPlot[corrector1, PlotStyle → Blue,
                        _диаграмма разброса данных _стиль графика _синий
            PlotLegends → PointLegend[{Blue}, {"Эйлера-Коши"}]];
            rungeGraph = ListPlot[runge1, PlotStyle → Red,
                        диаграмма разброса ... | стиль графика | красный
            PlotLegends → PointLegend[{Red}, {"Рунге-Кутта"}]];
            ndsolveGraph = Plot[Evaluate[y[x] /. ndsolve], {x, 0, 1},
                         [гра··· | вычислить
           ImageSize → Small, PlotStyle → Gray, PlotLegends → {"NDSolve"}];

| размер изоб··· | малый | стиль графика | серый | длегенды графика | цисленно решит
                                                                              _численно решиті
        dsolveGraph = Plot[Evaluate[y[x] /. dsolve], {x, 0, 1},
                        _ гра⋯ _ вычислить
           ImageSize → Small, PlotStyle → Pink, PlotLegends → {"DSolve"}]; 

размер изоб… _ малый _ стиль графика _ розо… _ _ легенды графика _ _ решить диффе
                                                                              _решить диффер
        Show[eulerGraph, rungeGraph, ndsolveGraph, dsolveGraph]
       Показать
Out[326]=
        1.0
         0.5
                                                                     • Эйлера-Коши
                     0.2
                                0.4
                                           0.6
                                                      0.8
                                                                     • Рунге-Кутта
        -0.5
        -1.0

 NDSolve
 DSolve
```

```
In[327]:=
       (*Методы Эйлера-Коши и Рунге-Кутта с шагом 0.05*)
       eulerGraph = ListPlot[corrector2, PlotStyle → Blue,
                      _диаграмма разброса данных _стиль графика _синий
           PlotLegends → PointLegend[{Blue}, {"Метод Эйлера-Коши"}]];
          rungeGraph = ListPlot[runge2, PlotStyle → Red,
                      _диаграмма разброса · · _ стиль графика _ _ красный
           PlotLegends → PointLegend[{Red}, {"Метод Рунге-Кутта"}]];
          ndsolveGraph = Plot[Evaluate[y[x] /. ndsolve], {x, 0, 1},
                       <u> </u>Гра… <u></u> Вычислить
           ImageSize → Small, PlotStyle → Gray, PlotLegends → {"NDSolve"}];
          Гразмер изоб⋯ Гмалый Гстиль графика Гсерый Глегенды графика
                                                                       _численно решиті
       dsolveGraph = Plot[Evaluate[y[x] /. dsolve], {x, 0, 1},
                      <u>Гра</u>... <u></u>Вычислить
          ImageSize → Small, PlotStyle → Pink, PlotLegends → {"DSolve"}];

| размер изоб··· | малый | стиль графика | розо··· | легенды графика | решить диффе
                                                                       решить диффер
       Show[eulerGraph, rungeGraph, ndsolveGraph]
       показать
Out[331]=
        1.0
        0.5

    Метод Эйлера–Коши

                   0.2
                             0.4
                                       0.6
                                                 0.8
                                                               • Метод Рунге-Кутта
       -0.5
       -1.0

 NDSolve
 DSolve

In[332]:=
         (*Вывод: исходя из графиков,
        можно увидеть что методы накладываются друг на друга и сказать,
        что точнее не удается.*)
In[333]:=
         (*Задание 2*)
In[334]:=
       dy[x_{-}, y_{-}, z_{-}] := 2y + z + 3e^{-x}; y_{0} = 1; x_{0} = 0;
       dz[x_{-}, y_{-}, z_{-}] := y - 2z + 4e^{x}; z_{0} = 2;
       a = 0; b = 1;
```

```
In[337]:=
         (*
         2.a
           h = 0.1
         *)
In[338]:=
       h = 0.1;
       n = \frac{b-a}{h};
       eulerY1 = \{\{x_0, y_0\}\};
       eulerZ1 = \{\{x_0, z_0\}\};
       For[i = 1, i ≤ n, i++, AppendTo[eulerY1,
                                   добавить в конец к
          {x_0 + h * i, eulerY1[i, 2] + h * dy[x_0 + h * (i - 1), eulerY1[i, 2], eulerZ1[i, 2]]};
         AppendTo[eulerZ1, \{x_0 + h * i,
        добавить в конец к
           eulerZ1[[i, 2]] + h * dz[x_0 + h * i, eulerY1[[i, 2]], eulerZ1[[i, 2]]]]]
       eulerY1
       eulerZ1
Out[343]=
       \{\{0,1\},\{0.1,1.7\},\{0.2,2.52566\},\{0.3,3.51363\},\{0.4,4.70763\},\{0.5,6.16028\},
         \{0.6, 7.93535\}, \{0.7, 10.1104\}, \{0.8, 12.78\}, \{0.9, 16.0598\}, \{1., 20.0911\}\}
Out[344]=
       \{\{0, 2\}, \{0.1, 2.14207\}, \{0.2, 2.37222\},
         \{0.3, 2.69028\}, \{0.4, 3.10032\}, \{0.5, 3.61051\}, \{0.6, 4.23328\},
         \{0.7, 4.98566\}, \{0.8, 5.88978\}, \{0.9, 6.97367\}, \{1., 8.27223\}\}
In[345]:=
        (*h = 0.05*)
```

```
In[346]:=
       h = 0.05;
       eulerY2 = \{\{x_0, y_0\}\};
       eulerZ2 = \{\{x_0, z_0\}\};
       For[i = 1, i ≤ n, i++, AppendTo[eulerY2,
                                   добавить в конец к
          \{x_0 + h * i, eulerY2[i, 2] + h * dy[x_0 + h * (i - 1), eulerY2[i, 2], eulerZ2[i, 2]]\}];
        AppendTo[eulerZ2, \{x_0 + h * i,
        добавить в конец к
           eulerZ2[i, 2] + h * dz[x_0 + h * i, eulerY2[i, 2], eulerZ2[i, 2]]]
       eulerY2
       eulerZ2
Out[351]=
       \{\{0, 1\}, \{0.05, 1.35\}, \{0.1, 1.7307\}, \{0.15, 2.14663\}, \{0.2, 2.60277\},
         \{0.25, 3.10457\}, \{0.3, 3.65803\}, \{0.35, 4.26979\}, \{0.4, 4.94716\},
         \{0.45, 5.69823\}, \{0.5, 6.53197\}, \{0.55, 7.45833\}, \{0.6, 8.48833\},
         \{0.65, 9.63422\}, \{0.7, 10.9096\}, \{0.75, 12.3295\}, \{0.8, 13.9108\},
         \{0.85, 15.6721\}, \{0.9, 17.6342\}, \{0.95, 19.82\}, \{1., 22.2552\}\}
Out[352]=
       \{\{0, 2\}, \{0.05, 2.06025\}, \{0.1, 2.14276\}, \{0.15, 2.24739\}, \{0.2, 2.37426\},
        \{0.25, 2.52378\}, \{0.3, 2.6966\}, \{0.35, 2.89366\}, \{0.4, 3.11615\},
         \{0.45, 3.36555\}, \{0.5, 3.64365\}, \{0.55, 3.95254\}, \{0.6, 4.29462\},
         \{0.65, 4.67268\}, \{0.7, 5.08988\}, \{0.75, 5.54977\}, \{0.8, 6.05638\},
         \{0.85, 6.61421\}, \{0.9, 7.22831\}, \{0.95, 7.90433\}, \{1., 8.64855\}\}
In[353]:=
         (*
        2.6
           h = 0.1
        *)
```

In[354]:=

```
h = 0.1;
                  n = \frac{b-a}{h};
                  rungeY1 = \{\{x_0, y_0\}\};
                  rungeZ1 = \{\{x_0, z_0\}\};
                  k_1[x_, y_, z_] := h * dy[x, y, z];
                  r_1[x_, y_, z_] := h * dz[x, y, z];
                 k_2[x_-, y_-, z_-] := h * dy[x + \frac{h}{2}, y + \frac{k_1[x, y, z]}{2}, z + \frac{r_1[x, y, z]}{2}];
                 r_2[x_-, y_-, z_-] := h * dz \left[x + \frac{h}{2}, y + \frac{k_1[x, y, z]}{2}, z + \frac{r_1[x, y, z]}{2}\right];
                 k_3[x_-, y_-, z_-] := h * dy \left[x + \frac{h}{2}, y + \frac{k_2[x, y, z]}{2}, z + \frac{r_2[x, y, z]}{2}\right];
                 r_3[x_-, y_-, z_-] := h * dz \left[x + \frac{h}{2}, y + \frac{k_2[x, y, z]}{2}, z + \frac{r_2[x, y, z]}{2}\right];
                  k_4[x_-, y_-, z_-] := h * dy[x + h, y + k_3[x, y, z], z + r_3[x, y, z]];
                  r_4[x_1, y_1, z_2] := h * dz[x + h, y + k_3[x, y, z], z + r_3[x, y, z]];
In[366]:=
                  For [i = 1, i ≤ n, i++,
                       AppendTo rungeY1, добавить в конец к
                           \left\{x_{0} + i * h, rungeY1[[i, 2]] + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY1[[i, 2]], rungeZ1[[i, 2]]] + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY1[[i, 2]], rungeZ1[[i, 2]]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY1[[i, 2]], rungeZ1[[i, 2]]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY1[[i, 2]], rungeZ1[[i, 2]]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY1[[i, 2]], rungeZ1[[i, 2]]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY1[[i, 2]], rungeZ1[[i, 2]]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY1[[i, 2]], rungeZ1[[i, 2]]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY1[[i, 2]], rungeZ1[[i, 2]]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY1[[i, 2]], rungeZ1[[i, 2]]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY1[[i, 2]], rungeZ1[[i, 2]]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY1[[i, 2]], rungeZ1[[i, 2]]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY1[[i, 2]], rungeZ1[[i, 2]]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY1[[i, 2]], rungeZ1[[i, 2]]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY1[[i, 2]], rungeZ1[[i, 2]
                                           2 * k_2[x_0 + h * (i - 1), rungeY1[i, 2], rungeZ1[i, 2]] +
                                           2 * k_3[x_0 + h * (i - 1), rungeY1[i, 2], rungeZ1[i, 2]] +
                                           k_4[x_0 + h * (i-1), rungeY1[i, 2], rungeZ1[i, 2]]);
                       AppendTo rungeZ1, добавить в конец к
                           \left\{x_{0} + i * h, rungeZ1[[i, 2]] + \frac{1}{c} (r_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY1[[i, 2]], rungeZ1[[i, 2]]] + \frac{1}{c} \right\}
                                           2 * r_2[x_0 + h * (i - 1), rungeY1[i, 2], rungeZ1[i, 2]] +
                                           2 * r_3[x_0 + h * (i - 1), rungeY1[i, 2], rungeZ1[i, 2]] +
                                           r_4[x_0 + h * (i-1), rungeY1[i, 2], rungeZ1[i, 2]])
                  rungeY1
                  rungeZ1
Out[367]=
                  \{\{0, 1\}, \{0.1, 1.76628\}, \{0.2, 2.69295\},
                     \{0.3, 3.8286\}, \{0.4, 5.23308\}, \{0.5, 6.98047\}, \{0.6, 9.16289\},
                     \{0.7, 11.8951\}, \{0.8, 15.3205\}, \{0.9, 19.6182\}, \{1., 25.0119\}\}
Out[368]=
                  \{\{0, 2\}, \{0.1, 2.14485\}, \{0.2, 2.38024\},
                     \{0.3, 2.71072\}, \{0.4, 3.14537\}, \{0.5, 3.69818\}, \{0.6, 4.38867\},
                     \{0.7, 5.24281\}, \{0.8, 6.29419\}, \{0.9, 7.58566\}, \{1., 9.17138\}\}
```

In[369]:=
$$(*h = 0.05*)$$
In[370]:=
$$h = 0.05;$$

$$n = \frac{b-a}{h};$$

$$rungeY2 = \{\{x_0, y_0\}\};$$

$$rungeZ2 = \{\{x_0, z_0\}\};$$

$$k_1[x_-, y_-, z_-] := h*dy[x, y, z];$$

$$r_1[x_-, y_-, z_-] := h*dy[x + \frac{h}{2}, y + \frac{k_1[x, y, z]}{2}, z + \frac{r_1[x, y, z]}{2}];$$

$$k_2[x_-, y_-, z_-] := h*dy[x + \frac{h}{2}, y + \frac{k_1[x, y, z]}{2}, z + \frac{r_1[x, y, z]}{2}];$$

$$k_3[x_-, y_-, z_-] := h*dy[x + \frac{h}{2}, y + \frac{k_2[x, y, z]}{2}, z + \frac{r_2[x, y, z]}{2}];$$

$$r_3[x_-, y_-, z_-] := h*dy[x + \frac{h}{2}, y + \frac{k_2[x, y, z]}{2}, z + \frac{r_2[x, y, z]}{2}];$$

$$k_4[x_-, y_-, z_-] := h*dy[x + h, y + k_3[x, y, z], z + r_3[x, y, z]];$$

$$r_4[x_-, y_-, z_-] := h*dz[x + h, y + k_3[x, y, z], z + r_3[x, y, z]];$$

```
In[382]:=
                    For i = 1, i \le n, i++,
                           AppendTo rungeY2,
                          добавить в конец к
                             \left\{x_{0} + i * h, rungeY2[i, 2] + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY2[i, 2], rungeZ2[i, 2]] + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY2[i, 2], rungeZ2[i, 2]] + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY2[i, 2], rungeZ2[i, 2]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY2[i, 2], rungeZ2[i, 2]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY2[i, 2], rungeZ2[i, 2]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY2[i, 2], rungeZ2[i, 2]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY2[i, 2], rungeZ2[i, 2]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY2[i, 2], rungeZ2[i, 2]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY2[i, 2], rungeZ2[i, 2]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY2[i, 2], rungeZ2[i, 2]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY2[i, 2], rungeZ2[i, 2]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY2[i, 2], rungeZ2[i, 2]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY2[i, 2], rungeZ2[i, 2]) + \frac{1}{6}(k_{1}[x_{0} + h * (i - 1), rungeY2[i, 2], rungeZ2[i, 2], rungeZ2[i,
                                                2 * k_2[x_0 + h * (i - 1), rungeY2[i, 2], rungeZ2[i, 2]] +
                                                2 * k_3[x_0 + h * (i - 1), rungeY2[i, 2], rungeZ2[i, 2]] +
                                                k_4[x_0 + h * (i-1), rungeY2[i, 2], rungeZ2[i, 2]]);
                          AppendTo rungeZ2, добавить в конец к
                              \left\{x_0 + i * h, rungeZ2[i, 2] + \frac{1}{6} (r_1[x_0 + h * (i - 1), rungeY2[i, 2], rungeZ2[i, 2]] + \frac{1}{6} \right\}
                                                2 * r_2[x_0 + h * (i - 1), rungeY2[i, 2], rungeZ2[i, 2]] +
                                                2 * r_3[x_0 + h * (i - 1), rungeY2[i, 2], rungeZ2[i, 2]] +
                                                r_{4}[x_{0} + h * (i-1), rungeY2[i, 2], rungeZ2[i, 2]])
                    rungeY2
                    rungeZ2
Out[383]=
                     \{\{0,1\},\{0.05,1.36577\},\{0.1,1.76629\},\{0.15,2.20678\},\{0.2,2.69298\},
                       \{0.25, 3.23125\}, \{0.3, 3.82866\}, \{0.35, 4.49306\}, \{0.4, 5.23318\},
                        \{0.45, 6.05875\}, \{0.5, 6.98062\}, \{0.55, 8.01091\}, \{0.6, 9.16312\},
                        \{0.65, 10.4524\}, \{0.7, 11.8955\}, \{0.75, 13.5114\}, \{0.8, 15.321\},
                        \{0.85, 17.3481\}, \{0.9, 19.6188\}, \{0.95, 22.1628\}, \{1., 25.0128\}\}
Out[384]=
                     \{\{0,2\},\{0.05,2.06122\},\{0.1,2.14485\},\{0.15,2.25105\},\{0.2,2.38024\},
                        \{0.25, 2.53314\}, \{0.3, 2.71072\}, \{0.35, 2.91428\}, \{0.4, 3.14538\},
```

 $\{0.45, 3.40594\}, \{0.5, 3.6982\}, \{0.55, 4.02479\}, \{0.6, 4.38871\},$ $\{0.65, 4.79343\}, \{0.7, 5.24287\}, \{0.75, 5.74148\}, \{0.8, 6.29429\},$ $\{0.85, 6.90694\}, \{0.9, 7.58581\}, \{0.95, 8.33802\}, \{1., 9.17158\}\}$

In[385]:=

(*2.B*)

In[386]:=

dsolveMethodY =

DSolve[$\{y'[x] = dy[x, y[x], z[x]], z'[x] = dz[x, y[x], z[x]], y[x_0] = y_0,$ решить дифференциальные уравнения

 $z[x_0] = z_0$, {y, z}, x][1][1]

ndsolveMethodY =

NDSolve[$\{y'[x] = dy[x, y[x], z[x]], z'[x] = dz[x, y[x], z[x]],$ численно решить ДУ

 $y[x_0] = y_0, z[x_0] = z_0, \{y, z\}, \{x, a, b\}][1][1]$

dsolveMethodZ =

DSolve[$\{y'[x] = dy[x, y[x], z[x]], z'[x] = dz[x, y[x], z[x]], y[x_0] = y_0,$ решить дифференциальные уравнения

 $z[x_0] = z_0$, {y, z}, x][1][2]

ndsolveMethodZ =

NDSolve[$\{y'[x] = dy[x, y[x], z[x]], z'[x] = dz[x, y[x], z[x]],$ _численно решить ДУ

 $y[x_0] = y_0, z[x_0] = z_0, \{y, z\}, \{x, a, b\}][1][2]$

Out[386]=

 $y \rightarrow Function \left[\{x\}, \frac{1}{8} e^{-x-\sqrt{5} x} \left(7 e^{x} - 5 \sqrt{5} e^{x} - 6 e^{\sqrt{5} x} + 7 e^{x+2\sqrt{5} x} + 5 \sqrt{5} e^{x+2\sqrt{5} x} \right) \right]$

Out[387]=

Out[388]=

 $z \to Function \left[\{x\}, -\frac{1}{8} e^{-x - \sqrt{5} x} \left(-11 e^{x} - 3 \sqrt{5} e^{x} + 6 e^{\sqrt{5} x} - 11 e^{x + 2 \sqrt{5} x} + 3 \sqrt{5} e^{x + 2 \sqrt{5} x} \right) \right]$

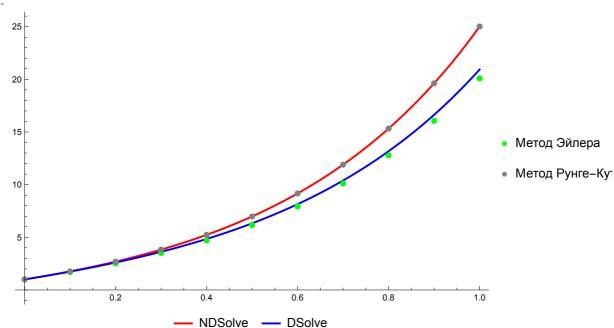
Out[389]=

```
In[390]:=
```

```
(*Функция у, шаг 0.1*)
ndsolveMethodYGraph = Plot[Evaluate[y[x] /.ndsolveMethodY], {x, 0, 1},
                    гра… вычислить
   ImageSize → Small, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"NDSolve"}];
   Гразмер изоб⋯ Гмалый Гстиль графика Гкра⋯ Глегенды графика
                                                 численно решить ДУ
dsolveMethodYGraph = Plot[Evaluate[y[x] /. dsolveMethodY], {x, 0, 1},
                   <u>Гра</u> вычислить
   ImageSize → Small, PlotStyle → Blue, PlotLegends → {"DSolve"}];
   размер изоб… | малый | | стиль графика | синий | | легенды графика
                                                  решить дифференци
eulerMethodYGraph = ListPlot[eulerY1, PlotStyle → Green,
                   PlotLegends → PointLegend[{Green}, {"Метод Эйлера"}]];
   | легенды графика | поточечная лег··· | зелёный
rungeMethodYGraph = ListPlot[rungeY1, PlotStyle → Gray,
                   PlotLegends → PointLegend[{Gray}, {"Метод Рунге-Кутта"}]];
   Show[ndsolveMethodYGraph, dsolveMethodYGraph,
показать
```

eulerMethodYGraph, rungeMethodYGraph]



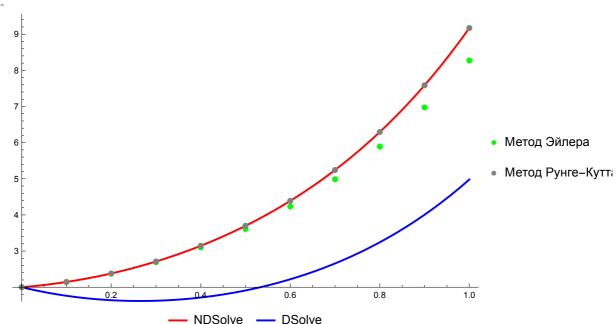


```
In[395]:=
```

```
(*Функция z, шаг 0.1*)
ndsolveMethodZGraph = Plot[Evaluate[z[x] /.ndsolveMethodZ], {x, 0, 1},
                    гра… вычислить
   ImageSize → Small, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"NDSolve"}];
   Гразмер изоб⋯ Гмалый Гстиль графика Гкра⋯ Глегенды графика
                                                 численно решить ДУ
dsolveMethodZGraph = Plot[Evaluate[z[x] /. dsolveMethodZ], {x, 0, 1},
                   _гра... _вычислить
   ImageSize → Small, PlotStyle → Blue, PlotLegends → {"DSolve"}];
   размер изоб… | малый | | стиль графика | синий | | легенды графика
                                                  решить дифференци
eulerMethodZGraph = ListPlot[eulerZ1, PlotStyle → Green,
                   | диаграмма разброса д··· | стиль графика | зелёный
   PlotLegends → PointLegend[{Green}, {"Метод Эйлера"}]];
   rungeMethodZGraph = ListPlot[rungeZ1, PlotStyle → Gray,
                   PlotLegends → PointLegend[{Gray}, {"Метод Рунге-Кутта"}]];
   Show[ndsolveMethodZGraph, dsolveMethodZGraph,
показать
```

eulerMethodZGraph, rungeMethodZGraph]

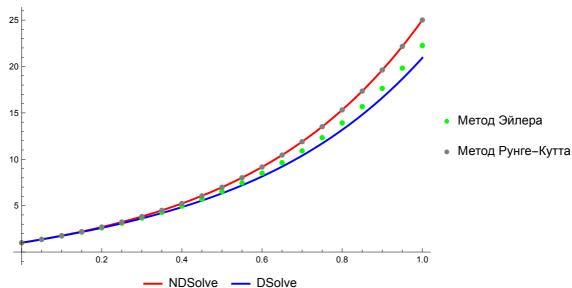
Out[399]=



```
In[400]:=
```

```
(*Функция у, шаг 0.05*)
ndsolveMethodYGraph = Plot[Evaluate[y[x] /.ndsolveMethodY], {x, 0, 1},
                    гра… вычислить
   ImageSize → Small, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"NDSolve"}];
   Гразмер изоб⋯ Гмалый Гстиль графика Гкра⋯ Глегенды графика
                                                   численно решить ДУ
dsolveMethodYGraph = Plot[Evaluate[y[x] /. dsolveMethodY], {x, 0, 1},
                   _гра... _вычислить
   ImageSize → Small, PlotStyle → Blue, PlotLegends → {"DSolve"}];
   размер изоб… | малый | | стиль графика | синий | | легенды графика
                                                  решить дифференци
eulerMethodYGraph = ListPlot[eulerY2, PlotStyle → Green,
                   | диаграмма разброса д··· | стиль графика | зелёный
   PlotLegends → PointLegend[{Green}, {"Метод Эйлера"}]];
   rungeMethodYGraph = ListPlot[rungeY2, PlotStyle → Gray,
                   PlotLegends → PointLegend[{Gray}, {"Метод Рунге-Кутта"}]];
   Show[ndsolveMethodYGraph, dsolveMethodYGraph,
показать
 eulerMethodYGraph, rungeMethodYGraph]
25
```

Out[404]=



```
In[405]:=
```

Out[409]=

In[410]:=

```
(*Функция z, шаг 0.05*)
ndsolveMethodZGraph = Plot[Evaluate[z[x] /. ndsolveMethodZ], {x, 0, 1},
                     гра… вычислить
   ImageSize \rightarrow Small, \ PlotStyle \rightarrow Red, \ PlotLegends \rightarrow \{"NDSolve"\}];
   Гразмер изоб⋯ Гмалый Гстиль графика Гкра⋯ Глегенды графика
                                                     численно решить ДУ
dsolveMethodZGraph = Plot[Evaluate[z[x] /. dsolveMethodZ], {x, 0, 1},
                    гра… вычислить
   ImageSize → Small, PlotStyle → Blue, PlotLegends → {"DSolve"}];
   размер изоб… | малый | | стиль графика | синий | | легенды графика
                                                     решить дифференци
eulerMethodZGraph = ListPlot[eulerZ2, PlotStyle → Green,
                    PlotLegends → PointLegend[{Green}, {"Метод Эйлера"}]];
   | легенды графика | поточечная лег··· | зелёный
rungeMethodZGraph = ListPlot[rungeZ2, PlotStyle → Gray,
                    PlotLegends \rightarrow PointLegend[{Gray}, {"Метод Рунге-Кутта"}]];
   Show[ndsolveMethodZGraph, dsolveMethodZGraph,
Іпоказать
```

eulerMethodZGraph, rungeMethodZGraph]

• Метод Эйлера 6 • Метод Рунге-Кутта

8.0

1.0

NDSolve - DSolve

(*Вывод: основываясь на графиках, при шаге 0.05 результат получается более точным, также метод Рунге-Кутта оказался более точным*)