

工程热力学与传热学A

孔文俊

北京航空航天大学宇航学院

2024年5月17日

目录

- 第十章 传热学绪论
- 第十一章 稳态导热
- 第十二章 非稳态导热
- 第十三章 对流换热
- 第十四章 热辐射基本定律和物体的辐射特
- 第十五章 传热过程分析与换热器计算



第11章 稳态热传导

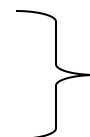
引言

三类传热问题的目标:

- (1)准确地计算所研究过程中传递的热流量
- (2)准确的预测物体中的温度分布

稳态导热研究内容:

- (1)导热基本定律的最**一般数学表达式**
- (2)导热微分方程及相应的**初始和边界条件**
- (3)分析**肋片导热**问题
- (4)具有**内热源**的导热问题
- (5)多维稳态导热问题



**热传导完整
数学描述**

要点:

1. **理解**导热的基本定律和数学描述
2. **对**一维稳态、肋片及具有内热源的**导热问题进行数值计算**

第11章 稳态热传导

11.1 导热基本定律——傅里叶定律

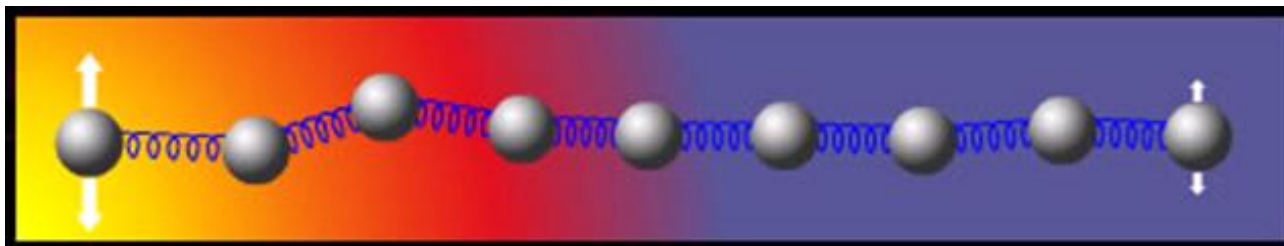
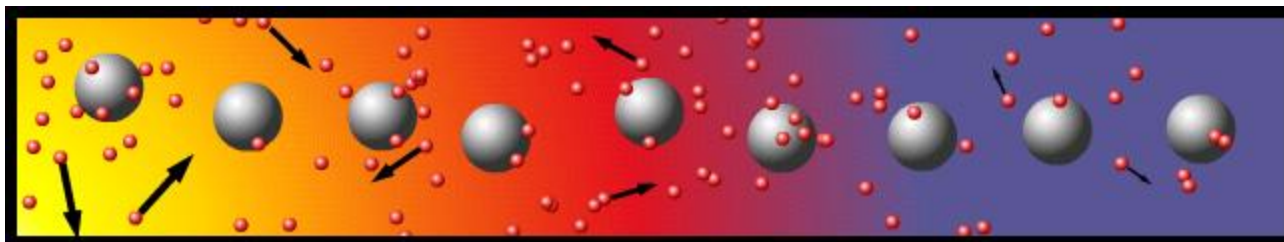
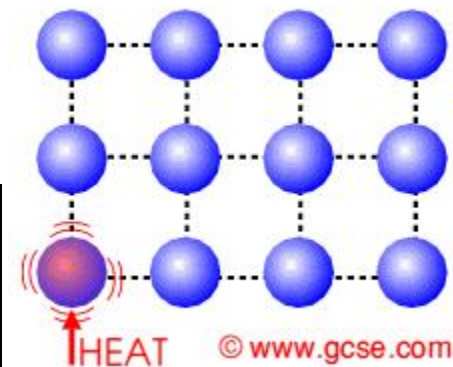
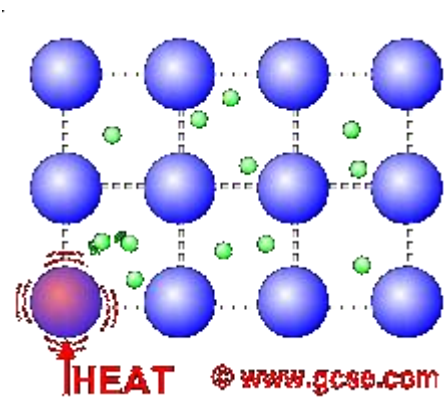
各类物体的导热机理：

导电固体导热：自由电子（电子气）的运动

非导电固体导热：晶格结构（弹性声波）的振动

气体导热：分子不规则运动时的相互碰撞；

液体导热：1. 类似于气体；
2. 类似于非导电固体；(倾向于此观点)



第11章 稳态热传导

温度场(temperature field):

温度场: 物体中存在**温度**的场。

温度分布: 各时刻物体中**各点温度**所组成的**集合**

分类:

稳态温度场: 物体中各点**温度不随时间**而变。 $t = f(x, y, z)$

瞬态温度场: 物体中各点**温度随时间变化**。 $t = f(x, y, z, \tau)$

等温面与等温线

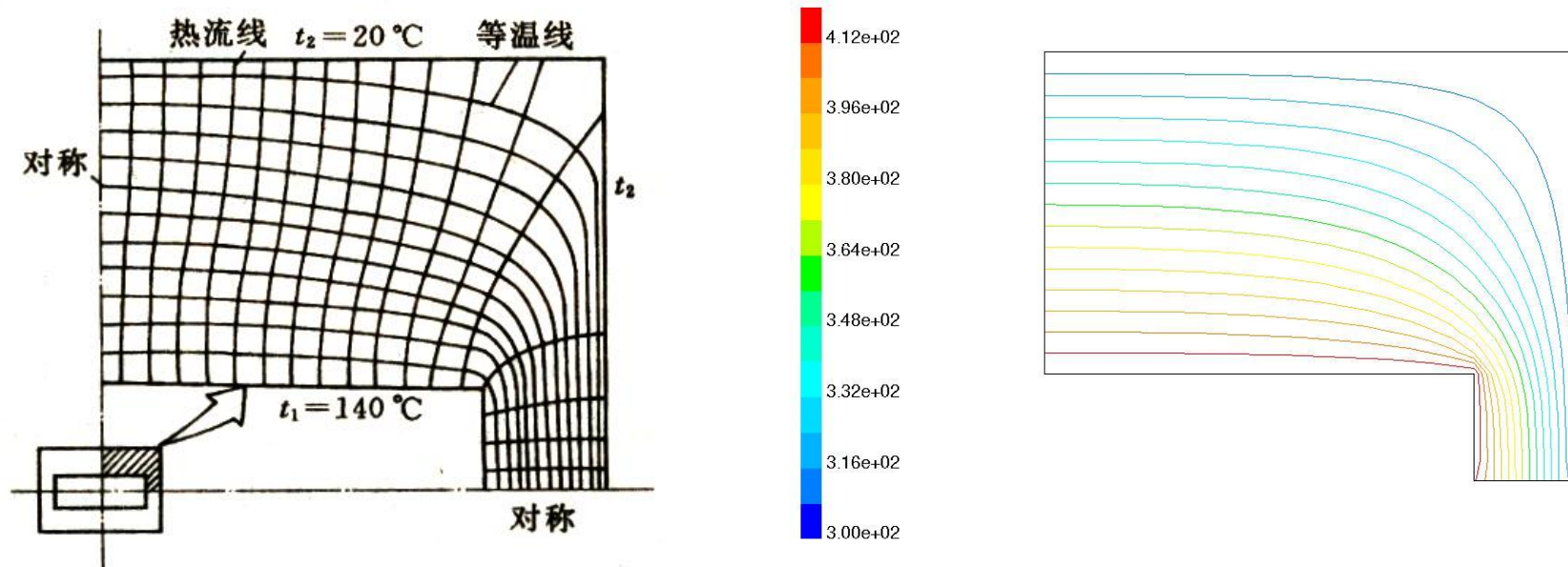
等温面: 同一时刻、温度场中所有**温度相同的点**连接起来所构成的**面**。

等温线: 用一个**平面**与各**等温面**相交, 在这个平面上得到一个**等温线簇**。

第11章 稳态热传导

特点:

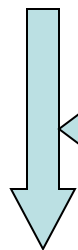
1. 温度不同的等温面或等温线彼此不能相交。
2. 在连续的温度场中，等温面或等温线不会中断，它们或者是物体中完全封闭的曲面（曲线），或者就终止与物体的边界上。
3. 当等温线图上两条相邻等温线间的温度间隔相等时，等温线的疏密可直观反映出不同区域温度热流密度的相对大小。



第11章 稳态热传导

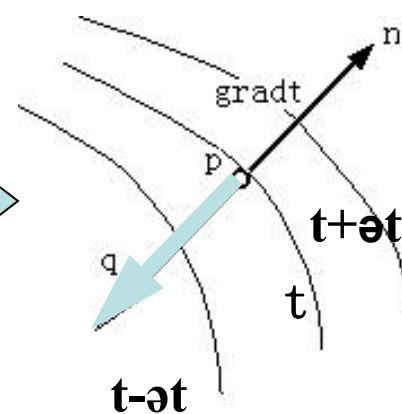
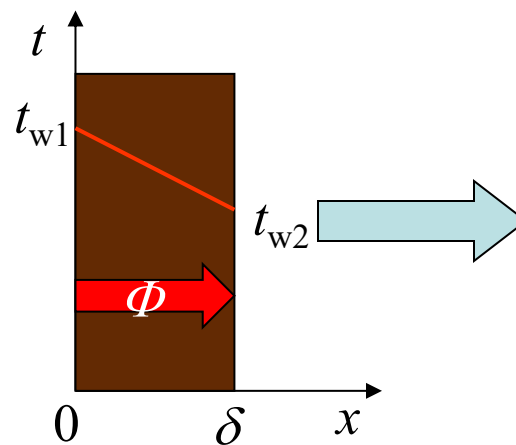
导热基本定律：

$$\Phi = -\lambda A \frac{dt}{dx} \quad [\text{W}]$$



$$\frac{\Phi}{A} \sim \frac{\partial t}{\partial x} \quad \text{傅里叶热定律}$$

$$\Phi = -\lambda A \frac{\partial t}{\partial x} \quad [\text{W}]$$



定义：在导热过程中，单位时间内通过**给定截面**的导热量，正比于**垂直该截面方向上**的温度变化率和截面面积，而热量传递的方向则与**温度升高的方向相反**。

空间热流密度表达式

当物体的温度是**三个坐标**的函数时，三个坐标方向上的**单位矢量**与该方向上**热流密度分量的乘积**合成为一个空间热流密度矢量记为 **q**

$$q = \frac{\Phi}{A} = -\lambda \frac{dt}{dx} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \longrightarrow \vec{q} = -\lambda \text{grad} t = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \vec{n}$$

第11章 稳态热传导

在公式 $\vec{q} = -\lambda \text{grad} t = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \vec{n}$ 中， $\text{grad} t$ 表示空间某点的**温度梯度**，

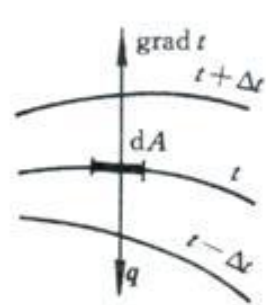
\vec{n} 表示通过该点的等温线上的**法向单位矢量**，温度升高的方向。

利用**等温线**和**热流线**来定量且形象地表述一个导热过程：

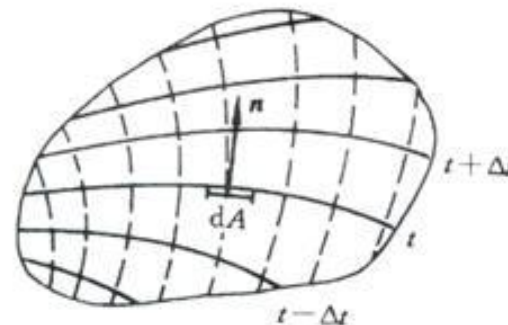
等温线表示**热流梯度**，而**热流线**是与等温线处处**垂直**的一组曲线，通过平面上任一点的热流线与该点的热流密度**相切**。

相邻两条热流线之间所传递的热量**处处相等**，相当于构成了一个**热流通道**。

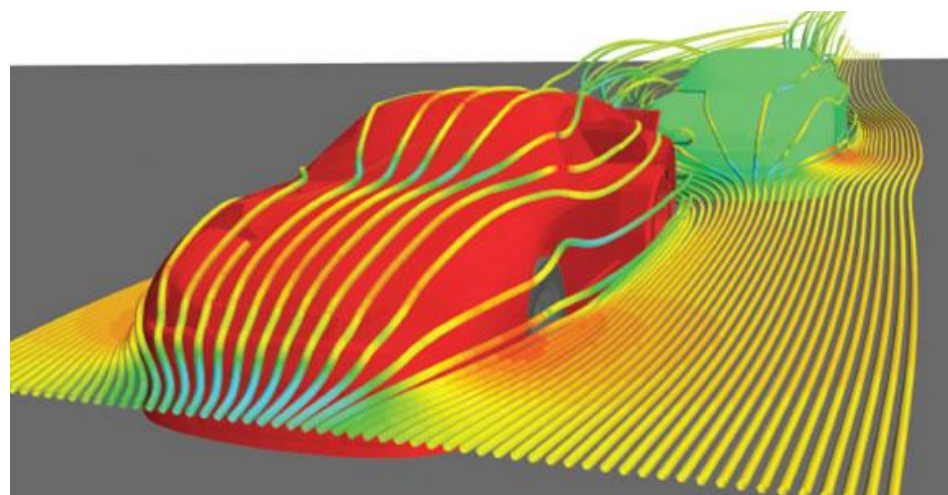
该方法用于**现代工程软件**应用。



(a) 温度梯度与热流密度矢量



(b) 等温线(实线)与热流线(虚线)





第11章 稳态热传导

导热系数: $\lambda = \frac{|\vec{q}|}{\left| \frac{\partial t}{\partial x} \vec{n} \right|}$ ——物质的**重要热物性参数** $W/(m \cdot k)$
(单位温度梯度作用下物体内热流密度矢量的模)

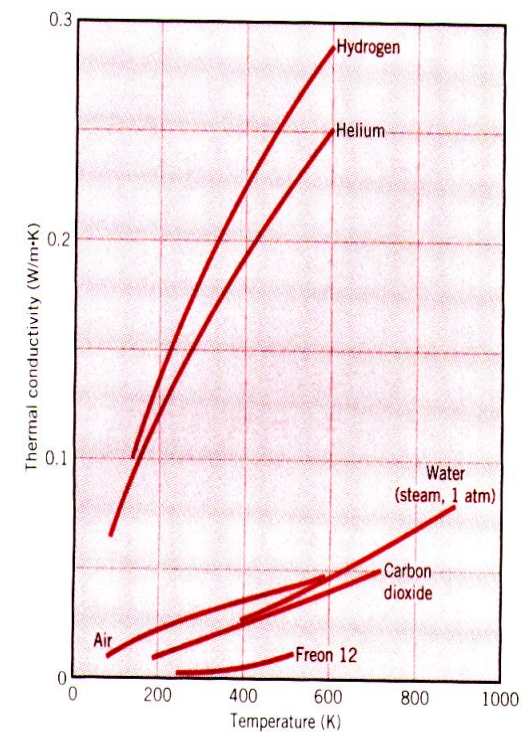
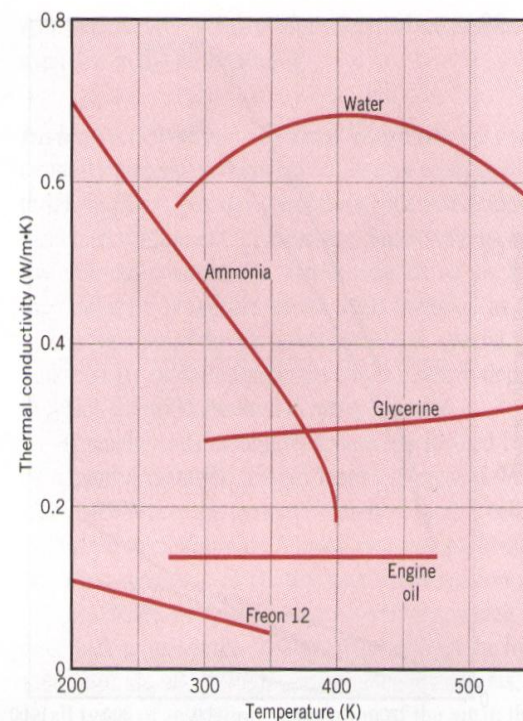
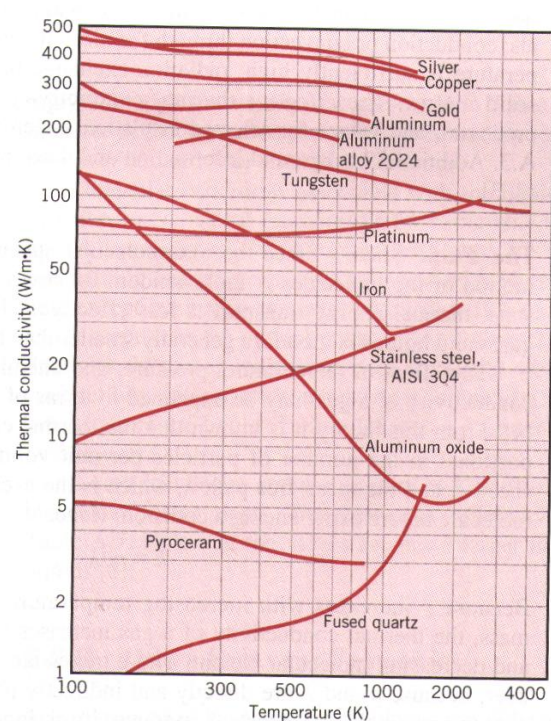
导热系数的数值表征物质导热能力大小。**(需要实验测定)**
与物质的种类、材料成分、温度、湿度、压力、密度等有关

$\lambda_{\text{金属}} > \lambda_{\text{非金属}}; \lambda_{\text{固相}} > \lambda_{\text{液相}} > \lambda_{\text{气相}}$ **(一般情况)**

特性	金属固体	气体	液体	非金属固体
范围	12-418	0.006~0.6	0.007~0.7	0.025~3
形式	自由电子	分子热运动	晶格振动	晶格振动
变化	t升高λ减小	t升高λ增大	t变化λ不同	t变化λ不同

保温材料: 平均温度不高于350°C时导热系数不大于0.12W/(m * k)
(蜂窝状多孔结构)

第11章 稳态热传导



从图上可以看出：在比较广阔的温度区间内的实用计算中，大多数材料的 λ 都容许采用**线性近似关系**，即 $\lambda = \lambda_0(a + bt)$ ，而 λ_0 是该直线段的延长线在纵坐标上的截距。

第11章 稳态热传导

工程导热材料的一般分类:

均匀且各向同性材料:

物体内部不同地点不同方向上的导热系数一样。

均匀且各向异性材料:

木材、石墨、变压器的铁芯(顺木纹方向>>垂直纹方向)

不均匀且各向同性材料:

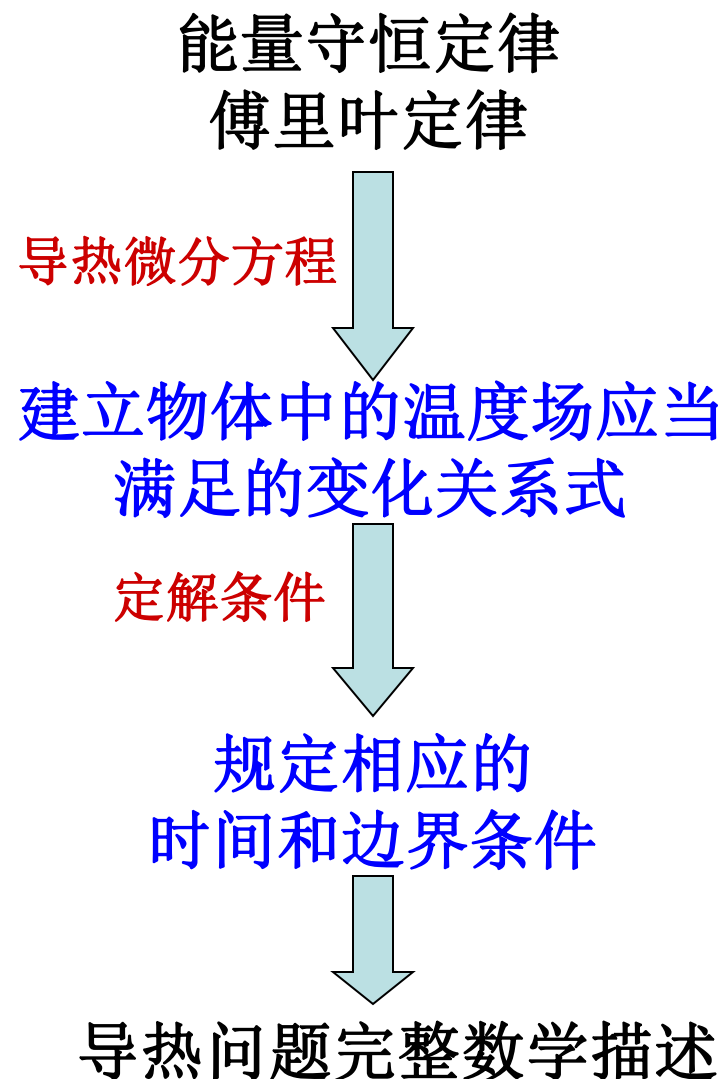
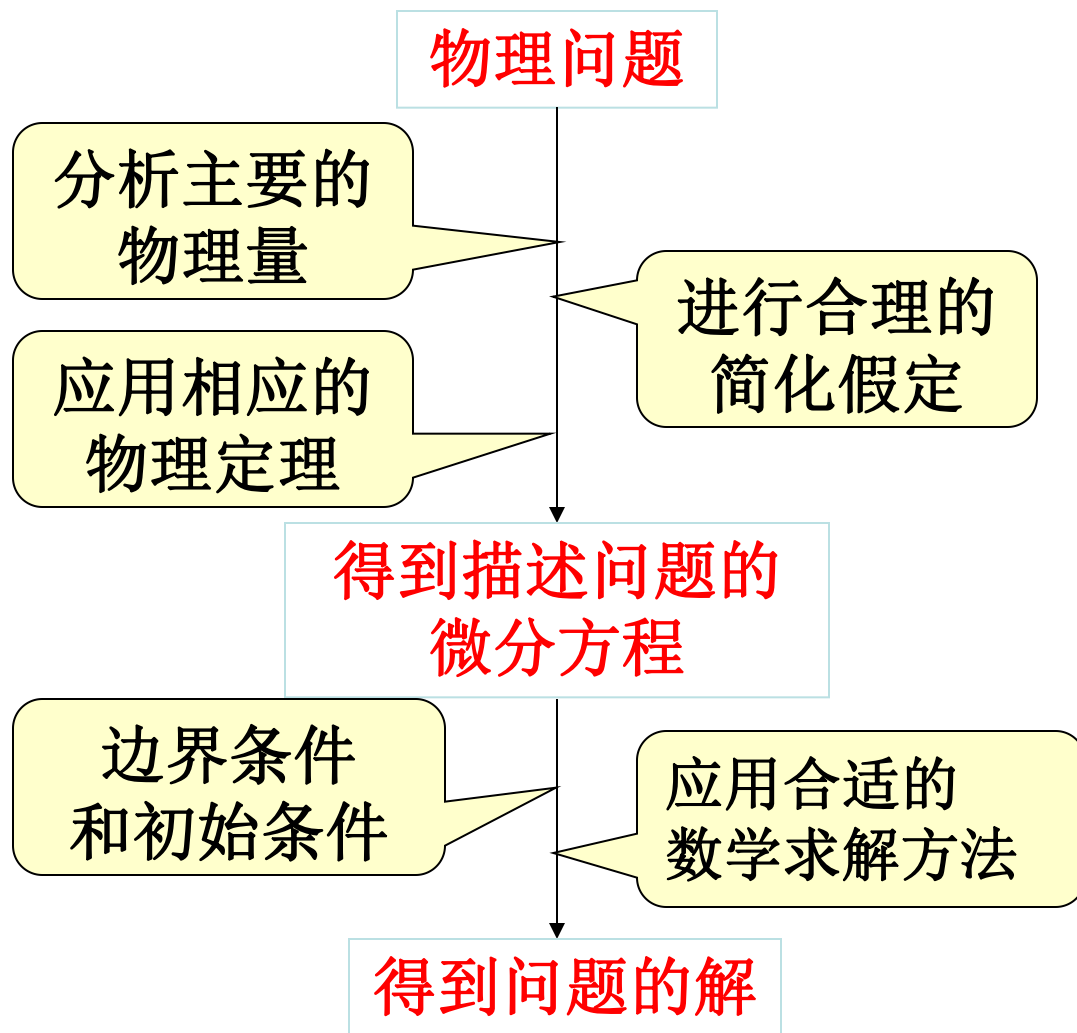
空心砖(空心率为40%,导热系数减少50%)

不均匀且各向异性材料:

多层不均匀板壳(注意连续性条件)

第11章 稳态热传导

11.2 导热问题的数学描述



第11章 稳态热传导

11.2.1 导热微分方程：

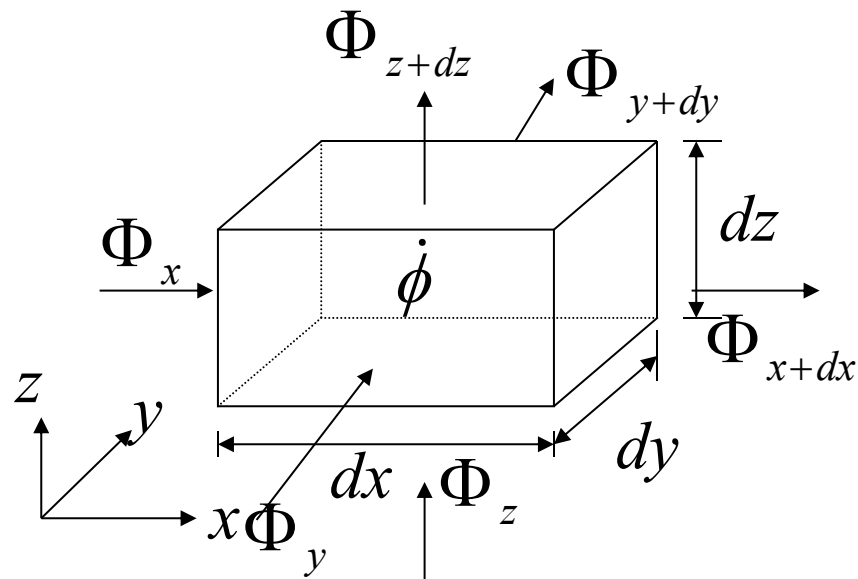
基础： 傅里叶定律 + 热力学第一定律

方法： 从导热物体中任意选取一个微元平行六面体来做该**微元体**
能量收支平衡的分析。

假设： 1. 物体内有**内热源** (单位时间内单位体积中产生或消耗的热能)
2. 导热物体中的热物理性质是**温度的函数**

热平衡关系：

导入微元体的**总热流量**
+ 微元体内热源的**生成热**
= **导出微元体的总热流量**
+ 微元体热力学能 (**内能**) 的**增量**



第11章 稳态热传导

$$\phi_{\lambda 1} = \begin{cases} (\phi_x)_x = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_x dydz \\ (\phi_y)_y = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_y dxdz \\ (\phi_z)_z = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right)_z dxdy \end{cases} \quad \phi_{\text{出}1} = \begin{cases} (\phi_x)_{x+dx} = (\phi_x)_x + \frac{\partial \phi_x}{\partial x} dx = (\phi_x)_x + \frac{\partial}{\partial x} \left[-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_x dydz \right] dx \\ (\phi_y)_{y+dy} = (\phi_y)_y + \frac{\partial \phi_y}{\partial y} dy = (\phi_y)_y + \frac{\partial}{\partial y} \left[-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_y dxdz \right] dy \\ (\phi_z)_{z+dz} = (\phi_z)_z + \frac{\partial \phi_z}{\partial z} dz = (\phi_z)_z + \frac{\partial}{\partial z} \left[-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right)_z dxdy \right] dz \end{cases}$$

导入总热流量

导出总热流量

$$\phi_{\lambda 2} = \dot{\phi} dxdydz$$

$$\phi_{\text{增}1} = \rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} dxdydz$$

内热源生成热量

热力学能增量

笛卡尔坐标系中三维非稳态导热微分方程的一般形式:

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) + \dot{\phi}$$



第11章 稳态热传导

几种简化形式:

λ 为常数:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{\Phi}}{\rho c}$$

λ 为常数, 无内热源:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right)$$

相同方法得到:

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) + \dot{\Phi}$$

圆柱坐标系

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r^2 \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda \sin \theta \frac{\partial t}{\partial \theta} \right) + \dot{\Phi}$$

球坐标系

常物性、稳态:

$$0 = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \frac{\dot{\Phi}}{\lambda}$$

泊松方程

常物性、无内热源、稳态:

$$0 = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}$$

第11章 稳态热传导

几点说明：

1. $a = \lambda / \rho c = \frac{\text{物体导热能力}}{\text{物体蓄热能力}}$ 称为**热扩散率**或者**热扩散系数**

物理意义： 1. 分子为**导热系数**，在相同温度梯度下可以传递更多的热量； 2. 分母是单位体积的物体温度升高1℃所需要的热量。**a越大，表示物体内部温度扯平的能力越大。**

2. 等号左边一项为**非稳态项**，也就是热力学能增量

3. 等号右边三项为通过界面的导热而使微元体增加的能量

4. 公式最后一项为**源项**

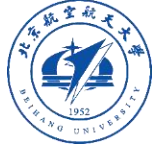
5. 一维稳态传热**无扩散项**，只在一个方向发生变化，那么 $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0$

$$\underbrace{\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau}}_{\text{非稳态项}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right)}_{\text{扩散项}} + \underbrace{\dot{\phi}}_{\text{源项}}$$

非稳态项

扩散项

源项



第11章 稳态热传导

11.2.2 定解条件:

定义: 使微分方程获得**适合某一特征**问题的解的**附加条件**。(S)

主要类别: 几何条件、物理条件、初始条件和边界条件

几何条件:

说明导热体的**几何形状**(平壁或圆筒壁)和**大小**(厚度、直径等)

物理条件:

说明导热体的**物理特征**如: 物性参数 λ 、 c 和 r 的数值, 是否随温度变化; 有无内热源、大小和分布; 是否各向同性

初始(时间)条件:

说明在时间上导热过程进行的特点

稳态导热过程不需要时间条件 — **与时间无关**

对非稳态导热过程应给出过程**开始时刻**导热体内的温度分布

$$t \Big|_{\tau=0} = f(r)$$



第11章 稳态热传导

边界条件:

导热物体边界上温度或换热情况，共分三类：

1. 规定了边界上的**温度值**，称为**第一类边界条件**。对于非稳态导热，这类边界条件要求给出以下关系式：

$$\tau > 0 \text{ 时, } t_w = f_1(\tau)$$

2. 规定了边界上的**热流密度值**，称为**第二类边界条件**。对于非稳态导热，这类边界条件要求给出以下关系式：

$$\tau > 0 \text{ 时 } -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_w = f_2(\tau)$$

3. 规定了边界上物体与周围流体间的**表面传热系数**及**周围流体的温度**，称为**第三类边界条件**。第三类边界条件可表示为

$$-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_w = h(t_w - t_f)$$



第11章 稳态热传导

4. 如果导热物体表面与温度为 T_e 的外界环境只发生辐射传热，称为辐射边界条件。可表示为

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \varepsilon \sigma (T_w^4 - T_e^4)$$

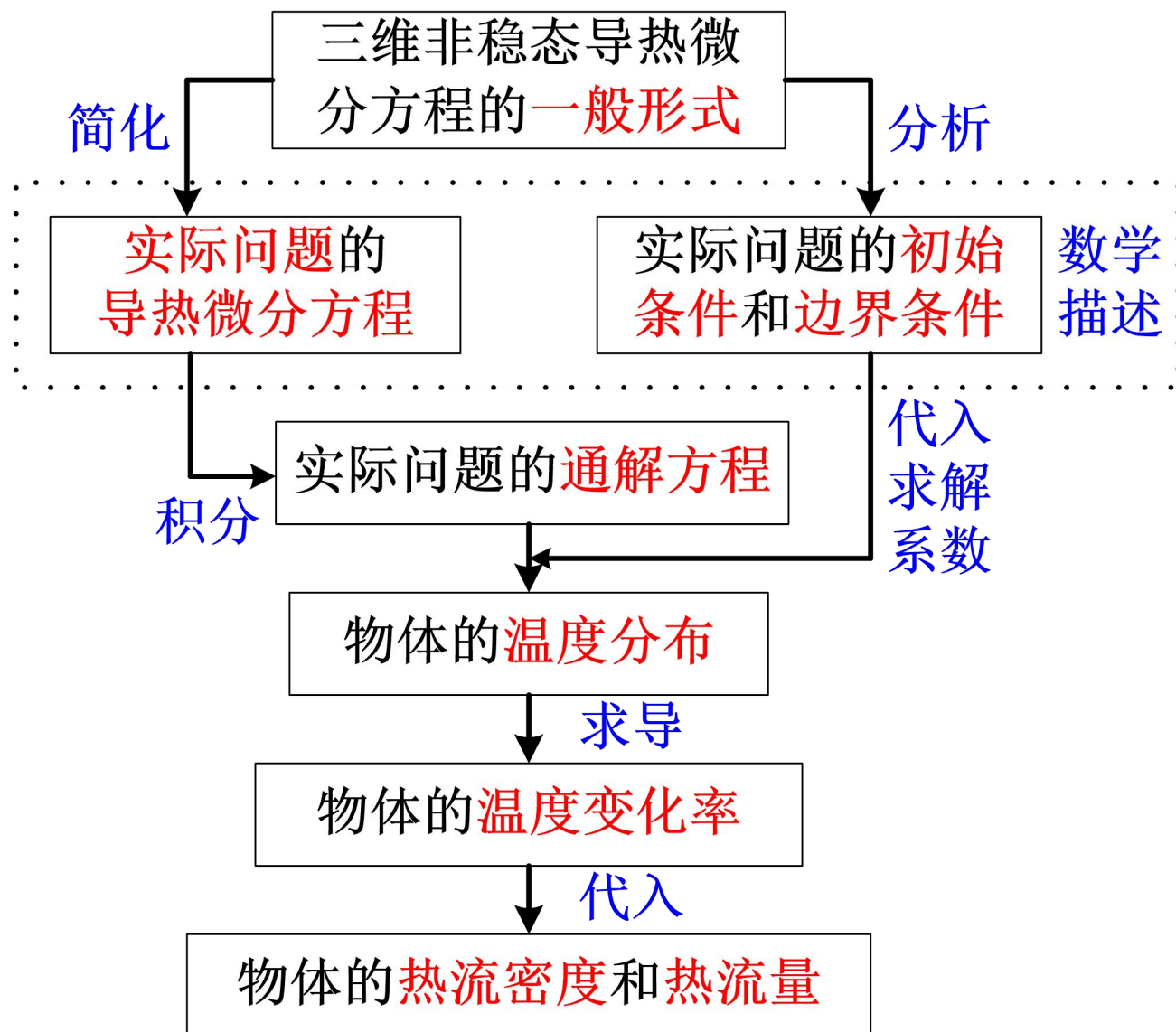
5. 当不同材料的区域分别满足导热微分方程，如果两种材料接触良好，那么，在两种材料的分界面上应满足以下温度与热流密度连续的条件，称为界面连续条件。可表示为

$$t_1 = t_2, \quad \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \right)_1 = \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \right)_2$$

傅里叶定律及微分方程的不适用范围：

1. 导热物体的温度接近于0K时。
2. 当过程的作用时间极短时，
3. 当过程发生的空间尺度几小时，与微观粒子的平均行程接近时 (尺度效应)

热传导问题 一般求解步骤



第11章 稳态热传导

11.3 典型一维稳态导热问题的分析解

11.3.1 通过平壁的导热:

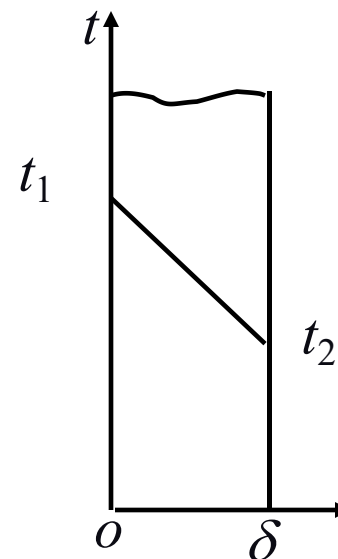
一维、稳态、常物性、无内热源情况，考察平板的导热情况。

$$\underbrace{\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau}}_{\text{非稳态项}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right)}_{\text{扩散项}} + \underbrace{\dot{\phi}}_{\text{源项}} \xrightarrow{\text{简化}} \frac{d^2 t}{dx^2} = 0 \quad \text{导热微分方程}$$

$$\begin{cases} x = 0, t = t_1 \\ x = \delta, t = t_2 \end{cases} \quad \text{第一类边界条件}$$

两次积分，得通解: $\frac{dt}{dx} = c_1 \Rightarrow t = c_1 x + c_2$

带入边界条件: $\Rightarrow \begin{cases} c_1 = \frac{t_2 - t_1}{\delta} \\ c_2 = t_1 \end{cases}$



第11章 稳态热传导

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{t_2 - t_1}{\delta} x + t_1 \\ \frac{dt}{dx} = \frac{t_2 - t_1}{\delta} \end{cases} \xrightarrow{\text{带入 } q = -\lambda \frac{dt}{dx} \text{ 定律}} \begin{cases} q = -\lambda \frac{t_2 - t_1}{\delta} = \frac{\Delta t}{\delta/\lambda} \\ \Phi = \frac{\Delta t}{\delta/(A\lambda)} \end{cases}$$

线性分布

稳态法测量导热系数的主要依据: $\lambda = \frac{q\delta}{\Delta t} \leftarrow q = \frac{\Delta t}{\delta/\lambda}$

稳态热阻分析:

$$I = \frac{U}{R} \rightarrow \phi = \frac{\Delta t}{\frac{\delta}{A\lambda}} \leftarrow \Phi = \frac{\Delta t}{\delta/(A\lambda)}$$

传热量 动力 阻力

注意: 分析多维传热问题时, 利用合成热阻解决问题比较方便, 利用电路中的串并联思想解决多层平面导热问题。

第11章 稳态热传导

多层平壁的导热：

多层平壁：由几层不同材料叠在一起组成的复合壁

例如：熔炉的墙壁—耐火层、保温砖层、普通砖层共同组成，三层**厚度**分别为：

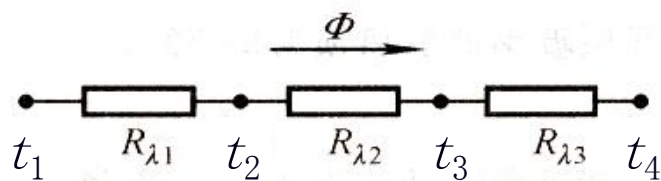
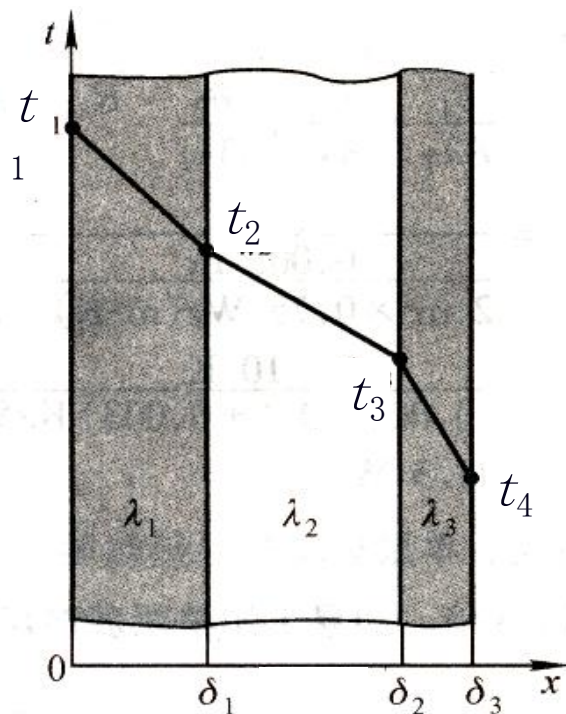
$\delta_1, \delta_2, \delta_3$ ，**导热系数** $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ ，两外表面**温度** t_1, t_4 。

假设各层之间**接触良好**，可以近似地认为接合面上各处的温度相等

❖ 第一类**边界条件**：

$$\begin{cases} x = 0 & t = t_1 \\ x = \sum_{i=1}^n \delta_i & t = t_{n+1} \end{cases}$$

❖ **热阻**： $r_1 = \frac{\delta_1}{\lambda_1} \dots r_n = \frac{\delta_n}{\lambda_n}$ **关键点**：界面**热流密度**、**传热量**处处相同



三层平壁的稳态导热

第11章 稳态热传导

利用热阻法求热流密度:

1. 各层热阻表达式:
$$\begin{cases} \frac{t_1 - t_2}{q} = \frac{\delta_1}{\lambda_1} \\ \frac{t_2 - t_3}{q} = \frac{\delta_2}{\lambda_2} \\ \frac{t_3 - t_4}{q} = \frac{\delta_3}{\lambda_3} \end{cases}$$

2. 利用串联热阻叠加:
$$\frac{t_1 - t_4}{q} = \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}$$

3. 热流密度计算式:
$$q = \frac{t_1 - t_4}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}}$$

$t_2 = t_1 - q \frac{\delta_1}{\lambda_1}$
温度分布
关键是得到
热流密度

问: 现在已经知道了 q , 如何计算其中第 i 层的右侧壁温?

$$q = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^n r_i} = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \longrightarrow t_{i+1} = t_i - q \frac{\delta_i}{\lambda_i}$$



第11章 稳态热传导

例11-1 一锅炉炉壁采用密度为 300kg/m^3 的珍珠岩制作,壁厚 $\delta=120\text{mm}$,已知内壁温度 $t_1=500^\circ\text{C}$,外壁温度 $t_2=50^\circ\text{C}$,试求每平方米炉壁·每小时的热损失。

假设: 1. 一维问题; 2. 稳态传热

分析: 根据附录4查找珍珠岩的导热系数, 由于导热系数是温度的线性函数, 将**平均温度**带入到附录4中的导热系数计算公式即可。

计算: 为求平均导热系数, 先计算出材料的**平均温度**:

$$\bar{t} = \frac{500^\circ\text{C} + 50^\circ\text{C}}{2} = 275^\circ\text{C}$$

得到**导热系数**为

$$\bar{\lambda} = (0.0651 + 0.000105 \times 275) \text{W} / (\text{m} \cdot \text{K}) = 0.094 \text{W} / (\text{m} \cdot \text{K})$$

代入公式(2-20), 得每平方米炉壁的热损失(**热流密度**)为

$$q = \frac{\bar{\lambda}}{\delta} (t_1 - t_2) = 353 \text{W} / \text{m}^2$$



第11章 稳态热传导

例11-2 一锅炉炉壁有三层材料组成，最里面的是耐火粘土砖，厚115mm，中间层是硅藻土砖，厚125mm；最外面是石棉板，厚70mm，已知墙壁内外表面的温度为495 °C和60 °C，试求每平方米炉强的热损失及分界面上的温度。

假设： 1. 一维问题； 2. 稳态导热； 3. 无接触热阻(界面紧密接触)

分析： 首先需要知道硅藻土的导热系数，它们是温度的函数，而温度是待求解的值，因此需要采用**迭代法**。

计算： 经过几次迭代，得到三层材料的导热系数为：

$$\lambda_1 = 1.12 W / (m \cdot K); \lambda_2 = 0.116 W / (m \cdot K); \lambda_3 = 0.116 W / (m \cdot K);$$

直接代入热流密度的公式，得到每小时的热损失为

$$q = \frac{t_1 - t_4}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} = 224 W / m^2$$

$$\text{分界面温度为: } t_2 = t_1 - q \frac{\delta_1}{\lambda_1} = 470 ^\circ C$$



第11章 稳态热传导

迭代法：

先**估计**一个所求量的数值进行计算，再用计算结果**修正**预估值逐次逼近，一直到预估值与计算结果一致(**在一定偏差范围内**)，称为计算达到收敛。(简单例子)

例11-3，例11-4.

11.3.2 通过圆筒壁的导热：

单层圆筒壁 (圆柱坐标系)

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) + \dot{\Phi}$$

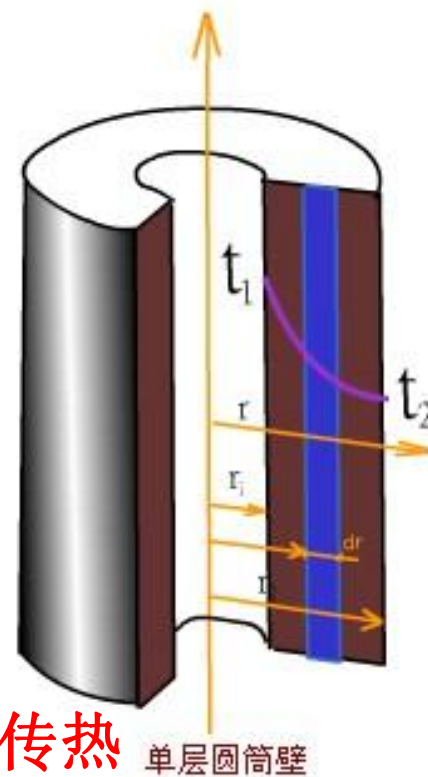
假设一维、稳态、无内热源、常物性**简化**：

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dt}{dr} \right) = 0 \quad (\text{导热微分方程})$$

第一类**边界条件**：

$$\left\{ \begin{array}{ll} r = r_1 \text{ 时} & t = t_1 \\ r = r_2 \text{ 时} & t = t_2 \end{array} \right.$$

单层圆筒壁传热
数学描述



第11章 稳态热传导

对导热微分方程**两次积分**，得到**通解**：

$$r \frac{dt}{dr} = c_1$$

第一次积分

$$t = c_1 \ln r + c_2$$

第二次积分

运用**边界条件**求系数：

$$t = c_1 \ln r + c_2 \xrightarrow{\begin{cases} r = r_1 \text{ 时 } t = t_1 \\ r = r_2 \text{ 时 } t = t_2 \end{cases} \text{ 边界条件}} \begin{cases} c_1 = \frac{t_2 - t_1}{\ln(r_2/r_1)}; \\ c_2 = t_1 - (t_2 - t_1) \frac{\ln r_1}{\ln(r_2/r_1)} \end{cases}$$

$$t = t_1 + \frac{t_2 - t_1}{\ln(r_2/r_1)} \ln(r/r_1)$$

系数代入微分方程

从温度分布来看，**温度呈对数曲线分布**。

第11章 稳态热传导

对**温度分布**表达式进行**求导**，得到圆筒壁内部的热流密度和热流分布情况

$$t = t_1 + (t_2 - t_1) \frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)} \Rightarrow \frac{dt}{dr} = -\frac{t_1 - t_2}{\ln(r_2/r_1)} \frac{1}{r}$$

代入到**傅里叶定律**得到：

$$q = -\lambda \frac{dt}{dr} = \frac{\lambda}{r} \frac{t_1 - t_2}{\ln(r_2/r_1)} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

虽然是稳态情况，
但**热流密度** q 与半
径 r 成反比！

$$\Phi = 2\pi r l q = \frac{t_1 - t_2}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi\lambda}} = \frac{t_1 - t_2}{R_\lambda} \quad [\text{W}]$$

传热量与内外侧温度和热阻有关，是一个常量，不随半径变化

长度为 l 的圆筒壁的
导热**热阻**

第11章 稳态热传导

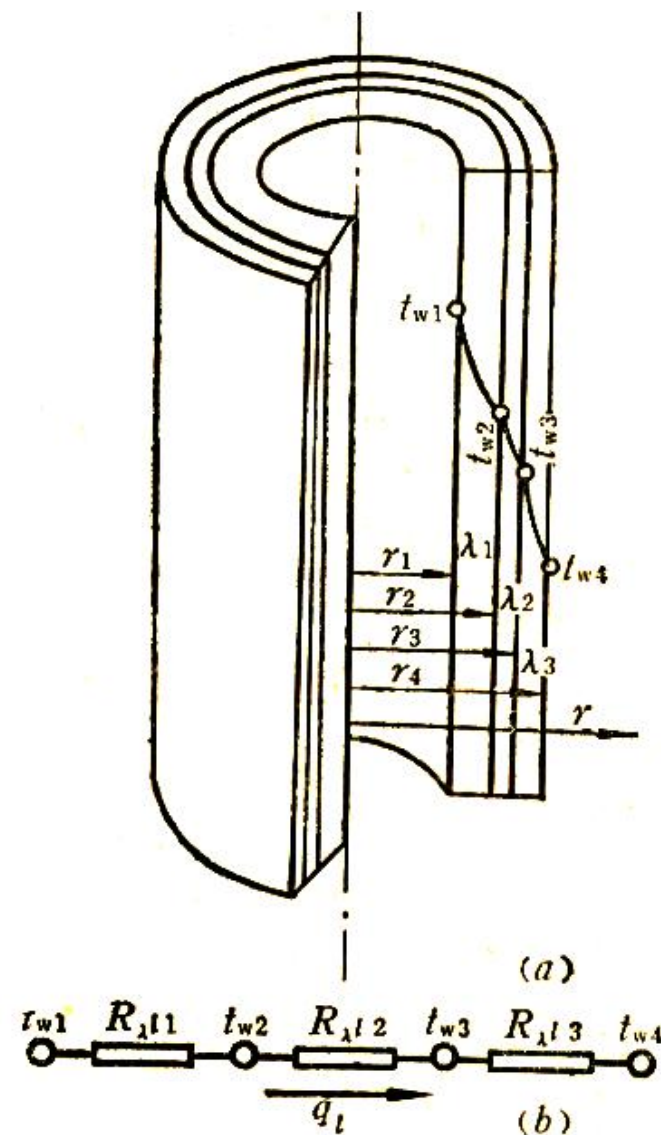
多层圆筒壁

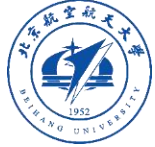
由不同材料构成的多层圆筒壁(层间接触良好), 运用串联热阻叠加原则, 其导热热流量可按总温差和总热阻计算:

$$\Phi = \frac{t_{w1} - t_{w(n+1)}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2\pi\lambda_i L} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}} \quad [W]$$

$$q_l = \frac{t_{w1} - t_{w(n+1)}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2\pi\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}} \quad [W/m]$$

通过单位长度圆筒壁的热流量





第11章 稳态热传导

例11-5 为了减少热损失和保证工作条件，在**外径为133mm**的蒸汽管道外覆盖保温层。蒸汽管道**外壁面温度为400°C**。按电厂安全操作规定，保温材料外侧温度**不得超过50 °C**。如果采用水泥珍珠岩制品制作保温材料，并把每米长管道的热损失 **Φ/l 控制在465W/m**之下，问保温层厚度应为多少毫米？

假设： 1. 圆柱一维问题； 2. 稳态导热； 3. **导热系数为温度的线性函数**

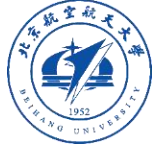
分析： 首先得到温度范围内水泥珍珠岩的导热系数，并利用公式(2-30)求解内、外半径之比，得到保温层外径。

计算： 为求平均导热系数，先计算出材料的**平均温度**

$$\bar{t} = \frac{400^{\circ}\text{C} + 50^{\circ}\text{C}}{2} = 225^{\circ}\text{C}$$

根据**附录4**查得导热系数为

$$\{\bar{\lambda}\}_{W/(m \cdot k)} = 0.0651 + 0.000105 \{\bar{t}\}_{^{\circ}\text{C}} = 0.0887 W/(m \cdot k)$$



第11章 稳态热传导

因为 $d_1=133\text{mm}$ 是已知的，要确定保温层厚度 δ ，需要先求出 d_2 ，为了求 d_2 ，将公式2-31改写成

$$\ln(d_2 / d_1) = \frac{2\pi\lambda l}{\phi}(t_1 - t_2)$$

$$\text{即 } \ln\{d_2\}_m = \frac{2\pi\lambda l}{\phi}(t_1 - t_2) + \ln\{d_1\}_m$$

$$\text{于是 } \ln\{d_2\}_m = \frac{2\pi \times 0.087}{465}(400 - 50) + \ln 0.133 = -1.601$$

$$d_2 = 0.202\text{m}$$

保温层厚度为

$$\delta = \frac{d_2 - d_1}{2} = \frac{0.202\text{m} - 0.133\text{m}}{2} = 34\text{mm}$$

讨论：根据已知条件的不同，导热热流量计算式2-21、2-30及下面的2-34可分别用来计算热流量、导热层厚度及表面温度(或温差)



第11章 稳态热传导

11.3.3 通过球壳的导热

球坐标系下的一维导热问题可以表示为：

温度分布
$$t = t_2 + (t_1 - t_2) \frac{1/r - 1/r_2}{1/r_1 - 1/r_2}$$

热流量
$$\phi = \frac{4\pi\lambda(t_1 - t_2)}{1/r_1 - 1/r_2}$$

热阻
$$R = \frac{1}{4\pi\lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

11.3.4 带第二类、第三类边界条件的一维导热问题：

例题：一个电熨斗，功率为1200w，底面垂直置于环境温度为25℃的房间，金属底板厚5mm，导热系数为15W/(m*k)，面积是300cm²。考虑辐射作用在内的表面传热系数为80 W/(m²*k)，要确定稳态条件下底板两表面的温度。

第11章 稳态热传导

分析：该问题为一维平板导热，两侧分别为第二和第三边界条件。

计算：

$$\left. \begin{array}{l} \frac{d^2 t}{dx^2} = 0 \text{ (导热微分方程)} \\ x = 0, \quad -\lambda \frac{dt}{dx} = q_0 \\ x = \delta, \quad -\lambda \frac{dt}{dx} = h(t - t_\infty) \end{array} \right\} \text{(边界条件) p44}$$

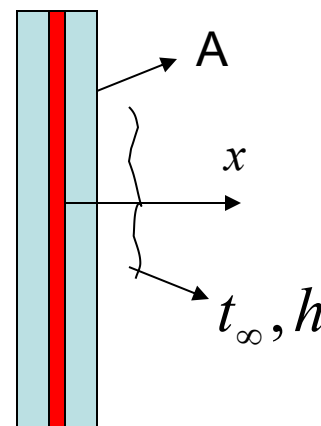
将左右两侧边界条件代入到导热微分方程，得到**方程通解**

$$q_0 = \frac{1200W}{0.03m^2} = 40000W / m^2$$

由左侧边界条件知 $\frac{dt}{dx} = c_1 \rightarrow -\lambda c_1 = q_0, c_1 = -\frac{q_0}{\lambda}$

由右侧边界条件知

$$-\lambda_1 = h[(c_1 \delta + c_2) - t_\infty] \rightarrow c_2 = t_\infty + \frac{q_0}{h} + \frac{q_0}{\lambda} \delta$$



第11章 稳态热传导

将 c_1 , c_2 带入到通解之中, 可以得到

$$t = t_{\infty} + q_0 \left(\frac{\delta - x}{\lambda} + \frac{1}{h} \right)$$

将题目中给定的数值代入可得:

$$t_{x=0} = t_{\infty} + q_0 \left(\frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h} \right) = 538^{\circ}C$$

$$t_{x=\delta} = t_{\infty} + q_0 \left(0 + \frac{1}{h} \right) = 525^{\circ}C$$

根据第二类和第三类边界条件, 我们得出了一维平板导热问题。

如果是**截面发生变化**或者**导热系数**发生变化的情况, 这样的问题怎样进行求解呢?

第11章 稳态热传导

11.3.5 变面积或变导热系数的一维问题

求解导热问题的主要途径分两个步骤：

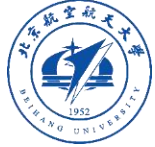
- 求解导热微分方程，获得温度分布场；
- 根据Fourier定律和已获得的温度场计算热流量；

对于稳态、无内热源、第一类边界条件下的一维导热问题，可以不通过温度场而直接获得热流量。此时，一维Fourier定律：

$$\Phi = -\lambda A \frac{dt}{dx}$$

当 $\lambda=\lambda(t)$, $A=A(x)$ 时，分离变量后积分，并注意到热流量 Φ 与 x 无关(稳态)，得

$$\Phi = -\lambda(t) A(x) \frac{dt}{dx} \xrightarrow{\text{积分}} \Phi \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{A(x)} = -\int_{t_1}^{t_2} \lambda(t) dt \frac{(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} = -\frac{\int_{t_1}^{t_2} \lambda(t) dt}{t_2 - t_1} (t_2 - t_1)$$



第11章 稳态热传导

其中，平均传热系数可以表示为

$$\bar{\lambda} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} \lambda(t) dt}{t_2 - t_1}$$

傅里叶定律(变截面、变导热系数)可以重新表示为

$$\Phi = \frac{\bar{\lambda}(t_1 - t_2)}{\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{A(x)}}$$

当 λ 随温度呈线性分布时，即 $\lambda = \lambda_0 + at$ ，则 $\bar{\lambda} = \lambda_0 + a \frac{t_1 + t_2}{2}$
实际上，不论 λ 如何变化，只要能计算出平均导热系数，就可以利用前面讲过的所有定导热系数公式，只是需要将 λ 换成平均导热系数。(应用)

第11章 稳态热传导

11.4 通过肋片导热 (热流量发生变化)

增加对流传热的三种方式

$$\Phi = \frac{A(t_{f1} - t_{f2})}{\frac{1}{h_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h_2}} [\text{W}]$$

1. 增加温差($t_{f1} - t_{f2}$), 但受工艺条件限制
2. 减小热阻:
 - a) 金属壁一般很薄(δ 很小)、热导率很大, 故导热热阻一般可忽略
 - b) 增大 h_1 、 h_2 , 但提高 h_1 、 h_2 并非任意的
 - c) 增大换热面积 A 能有效增加传热量

肋片导热:

定义: 依附于基础表面上的扩展表面, 能够有效地增加换热面积。

特点: 肋片中沿导热热流传递的方向上热流量是不断变化的。

要解决的问题:

1. 通过肋片的散热热流量有多少?
2. 从基础面伸出部分的温度沿导热热量传递的方向是如何变化的

第11章 稳态热传导

等截面直肋导热

已知:

矩形直肋

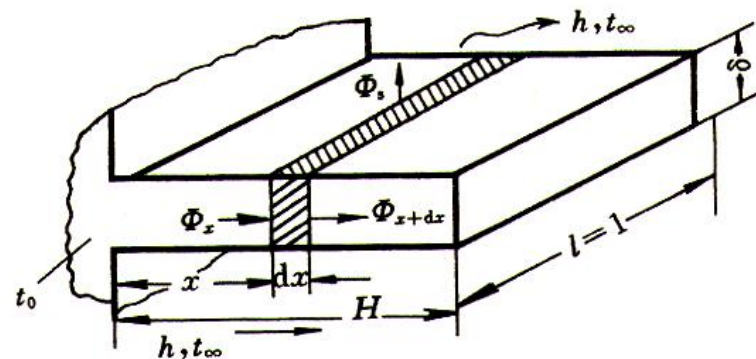
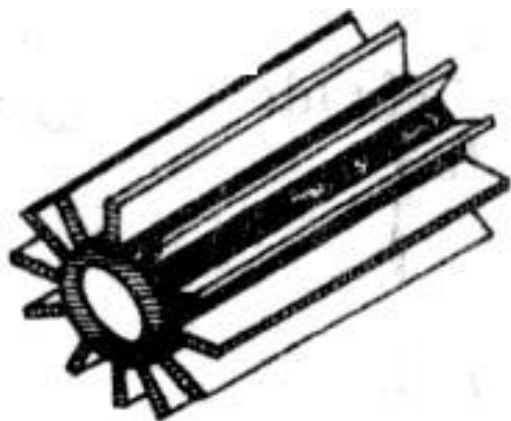
肋跟温度为 t_0 , 且 $t_0 > t_\infty$

肋片与环境的表面传热

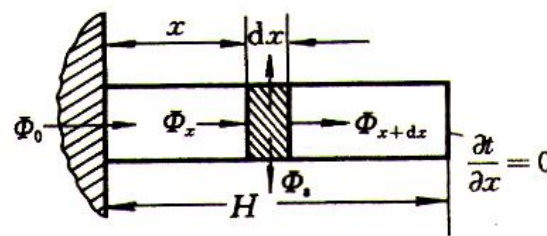
系数为 h .

求解:

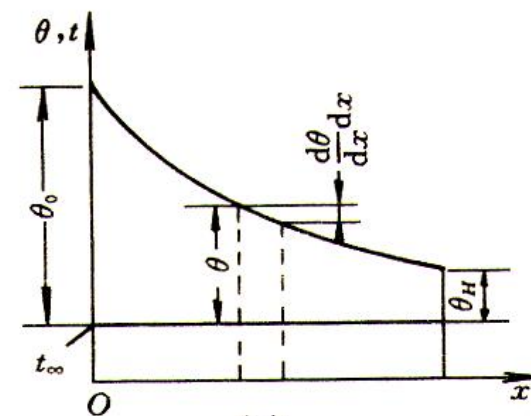
温度场 t 和散热热流量 Φ



(a)

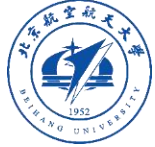


(b)



(c)

通过肋片的热量传递



第11章 稳态热传导

1. 物理模型

严格地说，肋片中的温度场是三维、稳态、常物性、第三类边界的导热问题。但由于三维问题比较复杂，因此，在忽略次要因素的基础上，将问题简化为一维稳态导热问题。

1. λ , h 和 A_c 均保持不变
2. 肋片温度在垂直于纸面方向不发生变化，可取截面分析
3. 换热热阻 $1/h$ 远远大于导热热阻 δ/λ ，肋片任意界面温度均匀
4. 肋片顶端视为绝缘(后面有解决方法)。

2. 数学描述

根据常物性、稳态情况(11-10)得出导热微分方程：
$$\frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{\dot{\phi}}{\lambda} = 0$$
需要确定源项的表达形式，由于肋片两侧有热量传递，可以把通过边界所交换的热量折算成整个截面上的体积源项。

第11章 稳态热传导

取长度为 dx 的**微元段**来分析，设参与换热的**周长**为 P ，
微元段表面的**总散热量**为： $\phi_s = (Pdx)h(t - t_\infty)$
相应的微元体积 $A_c dx$ ，因而相应的折算源项为：

$$\dot{\phi} = -\frac{\phi_s}{A_c dx} = -\frac{hP(t - t_\infty)}{A_c}$$

将得到的**源项**带入到传热微分方程中得

$$\frac{d^2 t}{dx^2} = \frac{hP(t - t_\infty)}{\lambda A_c}$$

$$x = 0, t = t_0;$$

相应的**边界条件**为：

$$x = H, \frac{dt}{dx} = 0$$

边界条件：肋根是第一类；肋端为绝热；四周为对流换热





第11章 稳态热传导

3. 分析求解

导热微分方程: $\frac{d^2 t}{dx^2} - \frac{hP}{\lambda A_c} (t - t_\infty) = 0$

引入过余温度 $\theta = t - t_\infty$ 。代入上面公式, 令 $m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A_c}} = \text{const}$

导热微分方程变为: $\frac{d^2 \theta}{dx^2} = m^2 \theta$

混合边界条件变为:
$$\begin{cases} x = 0 \text{ 时}, & \theta = \theta_0 = t_0 - t_\infty \\ x = H \text{ 时}, & \frac{d\theta}{dx} = 0 \end{cases}$$

新的导热微分方程是二阶线性齐次常微分方程, 它的通解为:

$$\theta = c_1 e^{mx} + c_2 e^{-mx}$$

第11章 稳态热传导

根据**混合边界条件**，可以得到**两个系数**的值分别为：

$$c_1 = \theta_0 \frac{e^{-mH}}{e^{mH} + e^{-mH}} \quad c_2 = \theta_0 \frac{e^{mH}}{e^{mH} + e^{-mH}}$$

代入到**通解**，最后可得等截面内的温度分布：

$$\theta = \theta_0 \frac{e^{m(H-x)} + e^{-m(H-x)}}{e^{mH} + e^{-mH}} = \theta_0 \frac{\text{ch}[m(H-x)]}{\text{ch}(mH)}$$

将 $x=H$ 和 $x=0$ 代入到温度分布公式和傅里叶定律公式中，可以得到肋端顶部的**过余温度**和肋片的**总热流量**分别为

$$\theta_H = \frac{\theta_0}{\text{ch}(mH)} \quad \Phi = -\lambda A_c \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=0} = \lambda A_c \theta_0 m \cdot \text{th}(mH) = \frac{hP}{m} \theta_0 \cdot \text{th}(mH)$$

$$\text{sh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}; \quad \text{ch}(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}; \quad \text{th}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

双曲正弦函数

双曲余弦函数

双曲正切函数

几点说明:

(1)上述推导中忽略了肋端的散热(认为肋端绝热)。对于一般工程计算,尤其高而薄的肋片,足够精确。**若必须考虑肋端散热**,取:
 $H_c = H + d/2$,利用假象高度代替实际高度。

(2)上述分析近似认为肋片温度场为一维。当 $Bi = h\delta/\lambda \leq 0.05$ 时,误差小于1%。对于**短而厚**的肋片,二维温度场,上述算式不适用;实际上,肋片表面上表面传热系数 h 不是均匀一致的—**通过数值计算进行求解**

例题11-6: 已知温度计的读数为 100°C , 储气筒与温度计套管连接处的温度为 50°C , 套管高 $H=140\text{mm}$, 壁厚 $\delta=1\text{mm}$, 管材导热系数为 $\lambda=58.2\text{W}/(\text{m}\cdot\text{k})$, 套管外表面的表面传热系数为 $h=29.1\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{k})$, 试分析: (1)温度计的读数能否准确地代表被测地点处的空气温度
(2)如果不能, 分析其误差有多大?

第11章 稳态热传导

分析：直接选取**温度计套管**作为研究对象，选取 $t_0=50\text{ }^{\circ}\text{C}$ 作为**肋根温度**，温度计读数 $t_H=100\text{ }^{\circ}\text{C}$ 为**套管顶部温度**，套管外部温度为 t_f ，由于套管中每一截面上的温度可认为是相等的，那么温度计套管可以看作是**截面积为 $\pi d\delta$ 的一等截面直肋**，而测量误差就是套管顶端的**过余温度 $\theta_H=t_H-t_f$** 。

计算：根据公式(11-40)得 $t_H - t_f = \frac{t_0 - t_f}{ch(mH)}$

归并整理后得
$$t_f = \frac{t_H ch(mH) - t_0}{ch(mH) - 1}$$

换热周长 $P=\pi d$ ，套管截面积 $A_c=\pi d\delta$ ，于是 mH 的值为

$$mH = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A_c}} H = 3.13$$

由数学手册知 $ch3.13=11.5$ 。代入上式计算得

$$t_f = \frac{100^{\circ}\text{C} * 11.5 - 50^{\circ}\text{C}}{11.5 - 1} = 104.7^{\circ}\text{C}$$

讨论！



第11章 稳态热传导

11.4.2 肋效率和肋面总效率

为了从散热的角度评价加装肋片后换热效果，引进**肋片效率** η_f

$$\text{肋片效率} = \frac{\text{实际散热量 } \Phi}{\text{假设整个肋表面处于肋基温度下的散热量 } \Phi_0}$$

等截面直肋传热传热的**热效率**为：

$$\eta_f = \frac{\frac{hP}{m} \theta_0 \text{th}(mH)}{hPH \theta_0} = \frac{\text{th}(mH)}{mH}$$

由于直肋的肋片长度要远大于其厚度，

$$l \gg \delta \quad \Rightarrow \quad P \approx 2l$$

因此可以取**单位长度**来研究其中参与换热的周界 $P=2$ ，于是有：

$$mH = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A_c}} H = \sqrt{\frac{2h}{\lambda \delta \times 1}} H = \sqrt{\frac{2h}{\lambda \delta}} H$$

第11章 稳态热传导

对于环肋，肋效率也是参数 mH 的单值函数。假定环肋的**内半径远大于其厚度**将上式的分子分母同乘以 $H^{1/2}$ ，得到

$$mH = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A_c}} H = \sqrt{\frac{2h}{\lambda \delta H}} H^{3/2} = \sqrt{\frac{2h}{\lambda A_L}} H^{3/2}$$

可见， η_f 与参量 $\left(\frac{h}{\lambda A_L}\right)^{\frac{1}{2}} H^{\frac{3}{2}}$ 有关，其关系曲线如图2-19所示。这样，矩形直肋的散热量可以不用(2-43)计算，而直接用图2-19查出 η_f 然后，散热量 $\Phi = \eta_f \cdot h \cdot (PH) \cdot (t_0 - t_\infty)$

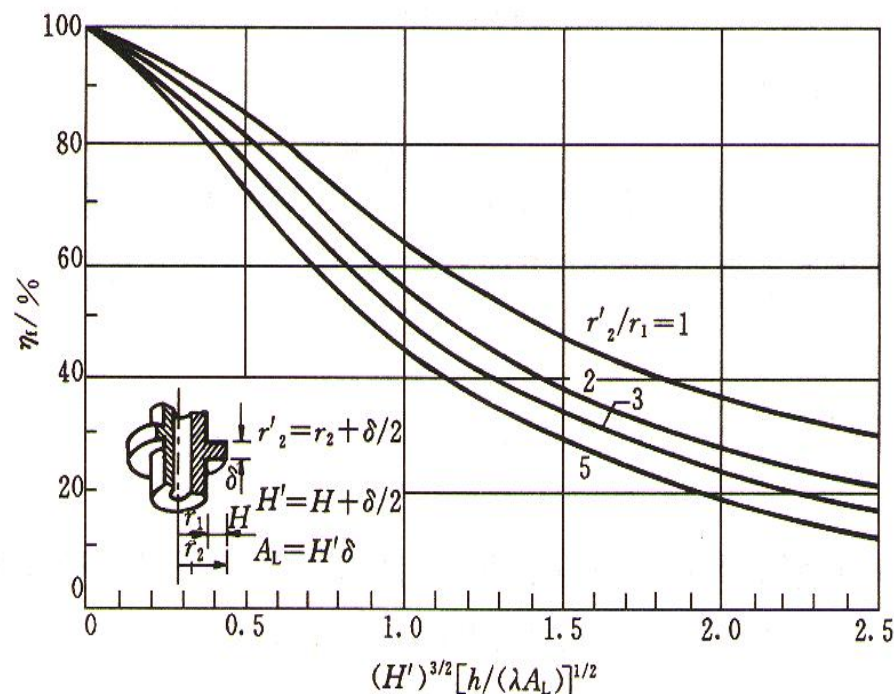
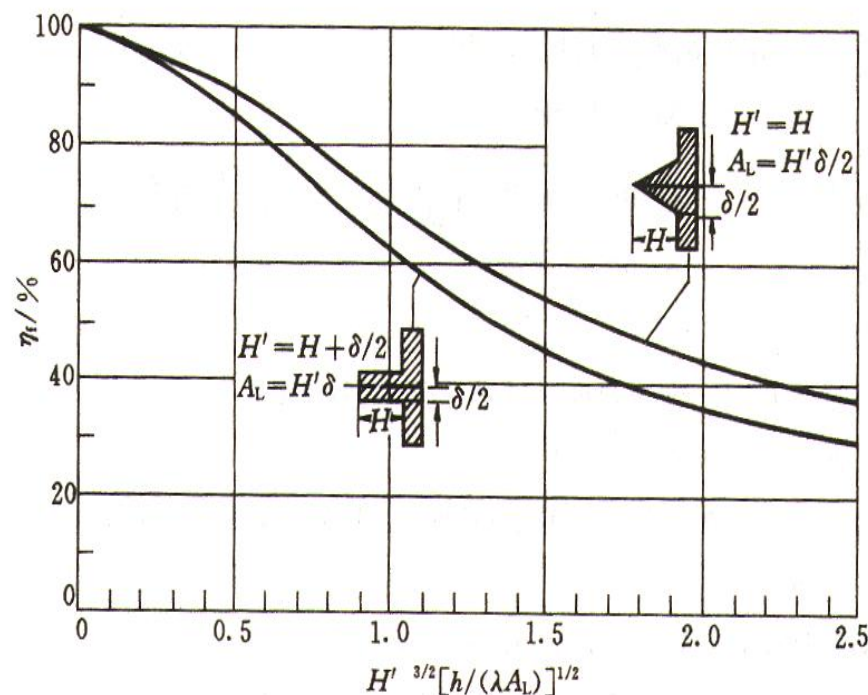
影响肋片效率的**因素**：肋片材料的**热导率** λ 、肋片表面与周围介质之间的**表面传热系数** h 、肋片的几何**形状和尺寸**(P 、 A 、 H)等

第11章 稳态热传导

其它形状肋片效率

为了减轻肋片重量、节省材料，并保持散热量基本不变，需要采用变截面肋片，**环肋及三角形截面**直肋是其中的两种。

对于变截面肋片来讲，由于从导热微分方程求得的肋片散热量计算公式相当复杂，因此，**人们仿照等截面直肋设计了肋片效率曲线**，下面分别是三角形直肋和矩形剖面环肋的效率曲线**(与上相同)**。



第11章 稳态热传导

肋片总效率

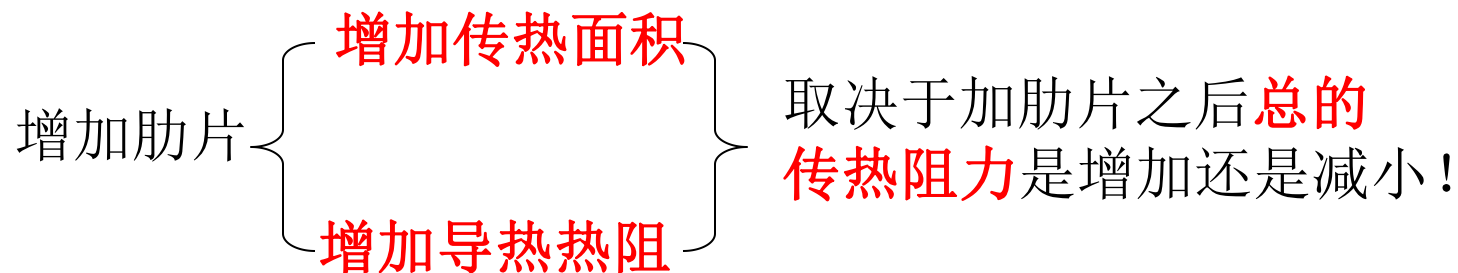
由于肋片总是**成组地被采用的**，假设流体的温度为 t_f ，流体与整个表面的表面传热系数为 h ，肋片的表面积为 A_f ，两个肋片之间的根部表面积为 A_r ，根部温度为 t_0 ，则所有的肋片与根部面积之和为 A_0 ，计算该表面的对流换热量时，若以 $t_0 - t_f$ 为温差，则有

$$\begin{aligned}\phi &= A_r h(t_0 - t_f) + A_f \eta_f h(t_0 - t_f) = h(t_0 - t_f)(A_r + \eta_f A_f) \\ &= A_0 h(t_0 - t_f) \left(\frac{A_r + \eta_f A_f}{A_0} \right) = A_0 \eta_0 h(t_0 - t_f)\end{aligned}$$

其中 $\eta_0 = \frac{A_r + \eta_f A_f}{A_r + A_f}$ 称为**肋面总效率**

第11章 稳态热传导

11.4.3 肋片的选用及最小重量肋片



定量表示：

增加肋片 **是否有利** 取决于 **毕渥数**，即肋片的导热阻力(δ/λ)与表面对流热阻力($1/h$)之比，这一比值($h\delta/\lambda$)构成一个无量纲数，记为Bi。

对等截面的直肋，当 $Bi \leq 0.25$ 时，加肋总是有利的，一般工程中，采用肋片对强化换热都是有效的。

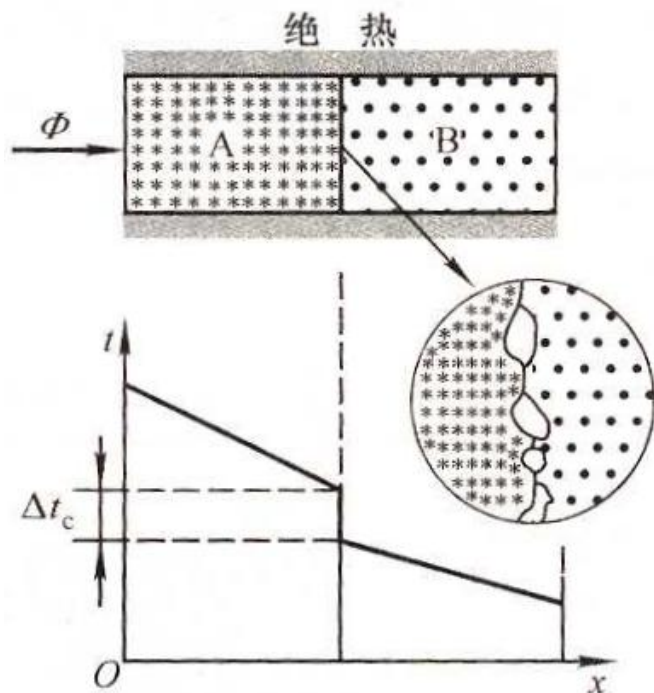
肋片是增强向太空进行辐射散热的唯一手段，一般**抛物线截面**的肋片性能最优，但制造难度较大，而**三角肋片**有类似性能，且加工方便，在航天器中得到广泛应用。

第11章 稳态热传导

11.4.4 接触热阻

实际固体表面**不是理想平整的**，所以两固体表面直接接触的界面容易出现**点接触**，或者只是部分的而不是完全的和平整的面接触，给导热**带来额外的热阻**

—— **接触热阻**(Thermal contact resistance)



当界面上的空隙中**充满**导热系数远小于固体的**气体**时，接触热阻的影响更突出

当两固体壁具有温差时，接合处的热传递机理为**接触点间的固体导热和间隙中的空气导热**，对流和辐射的影响一般不大

第11章 稳态热传导

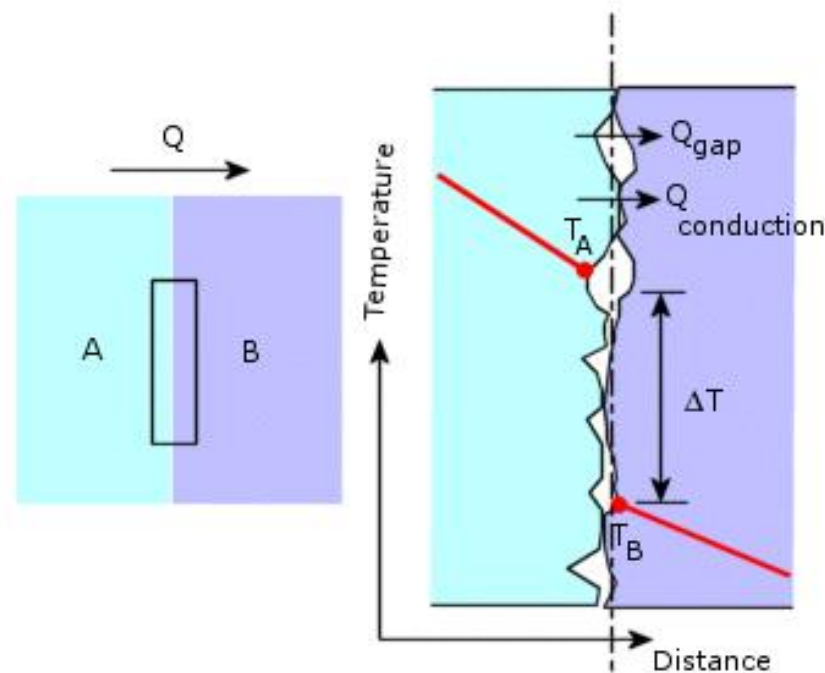
接触热阻的影响因素:

- (1) 固体表面的粗糙度
- (2) 接触表面的硬度匹配
- (3) 接触面上的挤压压力
- (4) 空隙中的介质的性质

在实验研究与工程应用中, **消除接触热阻的手段**

- (1) 导热液体(导热油、硅油)、银
- (2) 先进的电子封装技术等

例题11-7 在外径为25mm的管子上装有铝制矩形剖面的环肋, 肋高 $H=15\text{mm}$ 厚 $\delta=1\text{mm}$ 。肋基温度为 170°C , 周围流体温度为 25°C 。设铝的导热系数为 $\lambda=200\text{W}/(\text{m}\cdot\text{k})$, 肋面的表面传热系数 $h=130\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{k})$, 试计算每片肋的散热量。



第2章 稳态热传导

假设: (1) 一维稳态常物性的导热; (2) 顶端散热增加半个肋片厚度

计算: 采用图2-20的效率曲线计算

$$H' = H + \delta / 2 = 15.5mm$$

$$r_1 = 12.5mm, \quad r_2' = r_1 + H' = 28mm$$

$$\frac{r_2'}{r_1} = 2.24$$

$$A_L = \delta(r_2' - r_1) = 1.55 \times 10^{-5} m^2$$

$$H'^{3/2} \left(\frac{h}{\lambda A} \right)^{1/2} = 0.396$$

从图2-20中查到 $\eta_f = 0.82$

如果整个肋面处于肋基温度, 一个肋片两面的散热量为

$$\phi_0 = 2\pi(r_2'^2 - r_1^2)h(t_0 - t_\infty) = 74.3W$$

每一个肋片的实际散热量为

$$\phi = \eta_f \phi_0 = 60.9W$$

第11章 稳态热传导

11.5 具有内热源的一维导热问题

解决问题： 电器及线圈中有**电流通过**时的发热，**化工**中的放热和吸热反应，以及核能装置中**燃料元件**的放射反应。

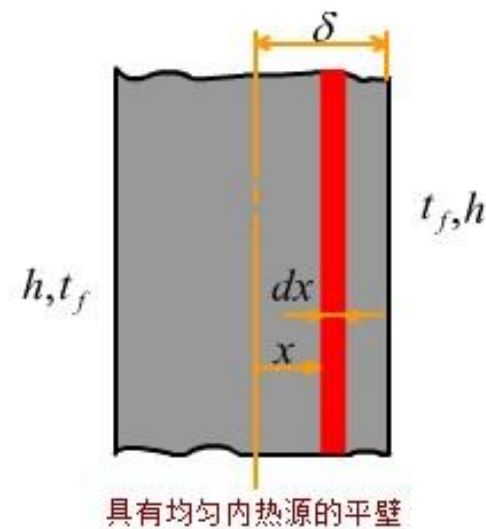
11.5.1 具有内热源的平板导热

右图所示的平壁具有**均匀的内热源**，其两侧同时与温度为 t_f 的流体发生对流传热，表面传热系数为 h ，确定任一 x 处的**温度分布**及通过该界面处的**热流密度**。

根据对称性，只研究**板厚的一半**，数学描述为：

导热微分方程
$$\frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{\dot{\phi}}{\lambda} = 0$$

边界条件
$$\begin{cases} x = 0, \frac{dt}{dx} = 0 \\ x = \delta, -\lambda \frac{dt}{dx} = h(t - t_f) \end{cases}$$



第11章 稳态热传导

对导热微分方程进行两次积分，得到**通解**： $t = -\frac{\dot{\phi}}{2\lambda}x^2 + c_1x + c_2$

根据边界条件得到**温度分布**公式： $t = \frac{\dot{\phi}}{2\lambda}(\delta^2 - x^2) + \frac{\dot{\phi}\delta}{h} + t_f$

任一位置 x 处的**热流密度**仍然可由温度分布按照傅里叶定律给出：

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx} = \dot{\phi}x$$

特点： **热流密度**不再是**常数**；

温度分布也不再是直线而是**抛物线**

注意： 由于给定壁面温度的情况可以看成是当**表面传热系数趋于无穷大**，流体温度等于壁面温度是的一个**特例**。

$$t = \frac{\dot{\phi}}{2\lambda}(\delta^2 - x^2) + t_w$$

第11章 稳态热传导

例题11-9 核反应堆模型是一个三层平板大平壁,中间为 $\delta_1=14\text{mm}$ 的燃料层,两侧均为 $\delta_2=6\text{mm}$ 的铝板,层间接触良好.燃料层有 $\dot{\phi}=1.5 \times 10^7 \text{ W} / \text{m}^3$ 的内热源, $\lambda_1=35 \text{ W} / (\text{m} \cdot \text{k})$; 铝板中无内热源, $\lambda_2=100 \text{ W} / (\text{m} \cdot \text{k})$; 其表面受到温度 $t_f=150^\circ\text{C}$ 的高压水冷却, 表面传热系数 $h=3500 \text{ W} / (\text{m}^2 \cdot \text{k})$ 。稳态时燃料层的最高温度、燃料与铝板的界面温度及铝板的表面温度。

分析： 由于对称性，只研究半个模型即可。由于燃料产生的所有热量全部通过铝板散失到冷却水中，因此，**从界面到冷却水传递的热流量相同**

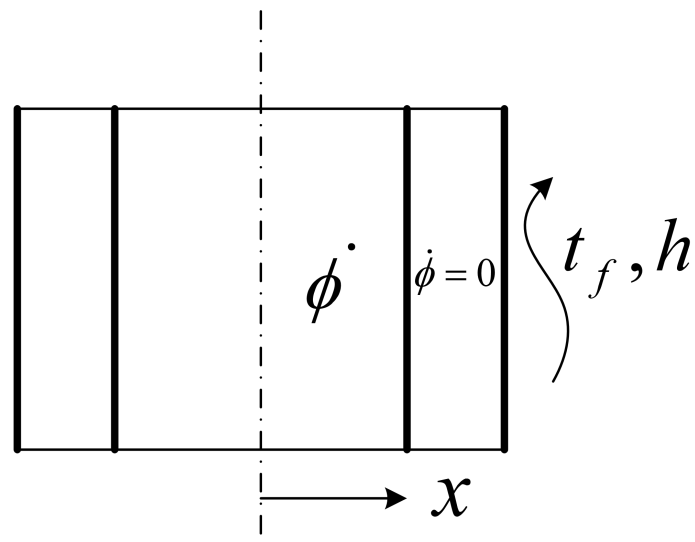
假设： (1)一维稳态传热；(2)不计接触热阻；(3)内热源强度为常数

计算： 计算核燃料边缘的热流密度

$$q = \frac{\delta_1}{2} \dot{\phi} = 1.05 \times 10^5 \text{ W} / \text{m}^2$$

按照牛顿冷却公式

$$q = h(t_2 - t_f) \quad \text{即} \quad t_2 = t_f + \frac{q}{h}$$



第11章 稳态热传导

代入数值，得

$$t_2 = 150^\circ\text{C} + \frac{1.05 \times 10^5 \text{ W} / \text{m}^2}{3500 \text{ W} / (\text{m}^2 \cdot \text{k})} = 180^\circ\text{C}$$

按傅里叶定律，有

$$q = \frac{\lambda_2 (t_1 - t_2)}{\delta_2}$$

转换并代入数值，得

$$t_1 = \frac{q \delta_2}{\lambda_2} + t_2 = 186.3^\circ\text{C}$$

按照公式(2-50)有

$$t_0 = \frac{\dot{\phi}}{2\lambda_1} (\delta_1 / 2)^2 + t_1 = 196.8^\circ\text{C}$$

第11章 稳态热传导

11.5.1 具有内热源的圆柱体导热

右图所示为半径为 r_1 的圆柱体，具有均匀的内热源，导热系数 λ 为常数。**外表面维持在均匀而且恒定的温度**，确定圆柱体中的温度分布及最高温度。

导热微分方程： $\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dt}{dr} \right) + \frac{\dot{\phi}}{\lambda} = 0$ **边界条件：** $\begin{cases} x=0, \frac{dt}{dr} = 0 \\ x=r_1, t=t_1 \end{cases}$

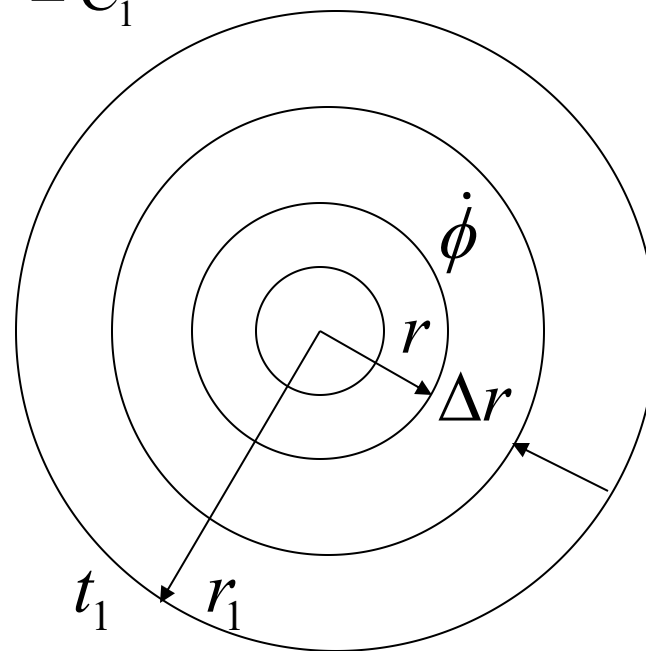
两端各乘以 r 并进行积分，得出 $r \frac{dt}{dr} + \frac{1}{2} \frac{\dot{\phi}}{\lambda} r^2 = C_1$

第一个边界条件得出： $C_1 = 0$

第二个边界条件得出： $C_2 = t_1 + \frac{1}{4} \frac{\dot{\phi}}{\lambda} r_1^2$

得到圆柱体的**温度场**为： $t - t_1 = \frac{1}{4} \frac{\dot{\phi}}{\lambda} (r_1^2 - r^2)$

最高温度出现在圆心处： $t_{\max} = \frac{1}{4} \frac{\dot{\phi} r_1^2}{\lambda} + t_1$



第11章 稳态热传导

本章小结

掌握导热问题的**分析解法**，即获得物体温度场的方法：

1. 获得物体的温度分布必须满足的导热微分方程
 2. 根据边界条件得出典型导热问题的分析解
- } **完整的数学描述**

利用稳态热传导理论**解决实际问题**：

1. 肋片导热问题(**肋效率**及**接触热阻**的概念)
2. 具有内热源的导热问题(利用公式解决题目)

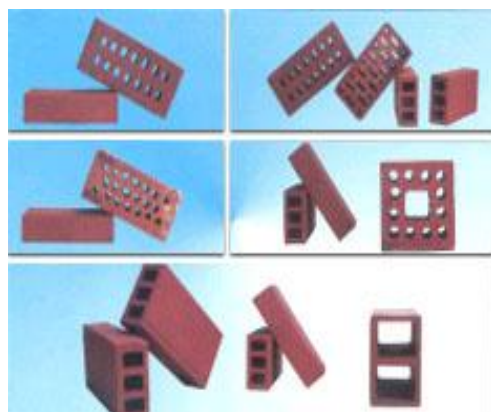
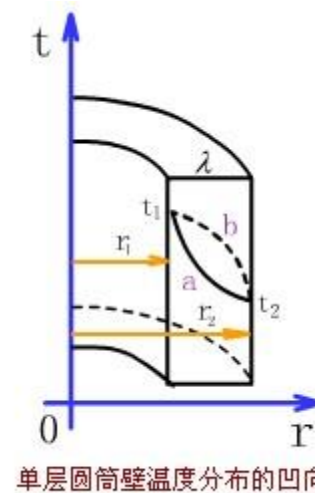
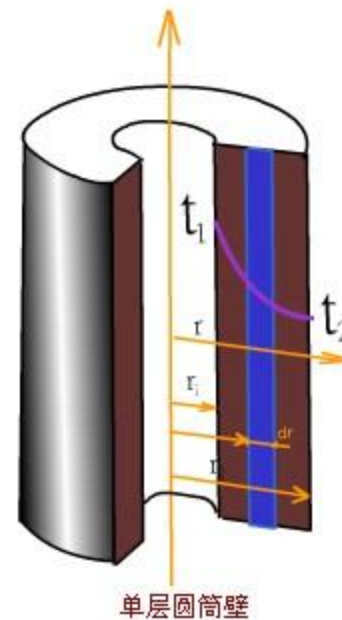
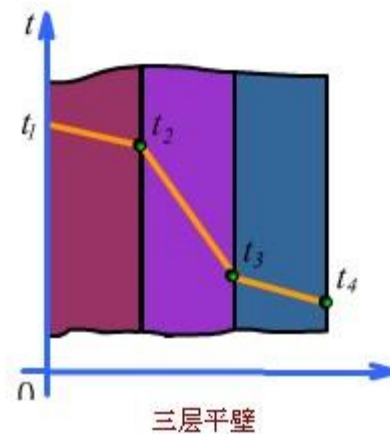
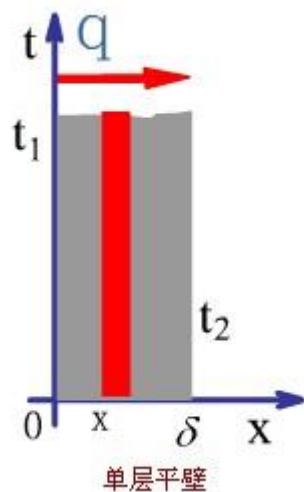
掌握的方法：

解决一般工程问题的方法和步骤

课后作业：

2-2, 2-16, 2-47, 2-52, 2-71, 2-77

第2章 稳态热传导



Thank you