



北航宇航学院

空气动力学(32学时)

主讲：覃粒子

陈 兵

qlz@buaa.edu.cn

沙河主楼D510, 13911744896

Markchien@buaa.edu.cn

沙河主楼D519, 13683012881

2024年 春季学期

第六章 平面不可压势流 (2/2)

- 势函数和流函数方程
- 几种典型的平面定常势流
- 势流叠加原理
- 几种平面势流的叠加势流
- 儒科夫斯基升力定理

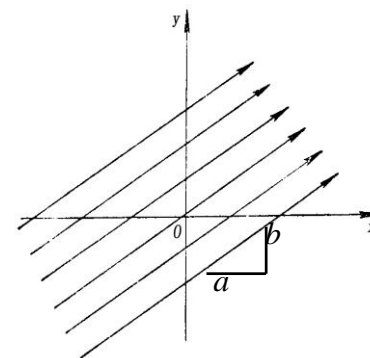
求解不可压理想流体无旋运动的规律

三种简单平面势流

直匀流：

$$\varphi = ax + by$$

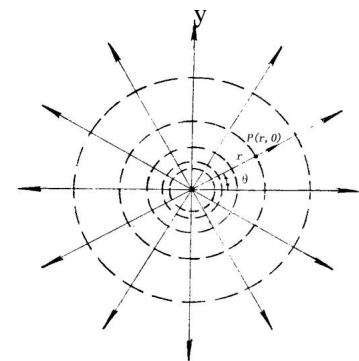
$$\psi = ay - bx$$



点源(汇)：

$$\varphi = \frac{Q}{2\pi} \ln r$$

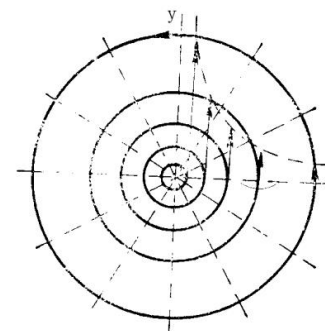
$$\psi = \frac{Q}{2\pi} \theta$$



点涡：

$$\varphi = \frac{\Gamma}{2\pi} \theta$$

$$\psi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln r$$



势流叠加原理

□ 以两个势流叠加为例

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \varphi_1 = 0 &\Rightarrow \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial y^2} = 0 \\ \nabla^2 \varphi_2 = 0 &\Rightarrow \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial y^2} = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\partial^2 (\varphi_1 + \varphi_2)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\varphi_1 + \varphi_2)}{\partial y^2} = 0$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \varphi = \nabla^2 (\varphi_1 + \varphi_2) = 0$$

□ 流函数的叠加类似。又由于速度分量与势函数之间的关系是线性的，故速度分量也可以叠加得到

$$V_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial (\varphi_1 + \varphi_2)}{\partial x} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} = V_{x1} + V_{x2}$$

$$V_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial (\varphi_1 + \varphi_2)}{\partial y} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} = V_{y1} + V_{y2}$$

6.4 几种平面势流的叠加势流

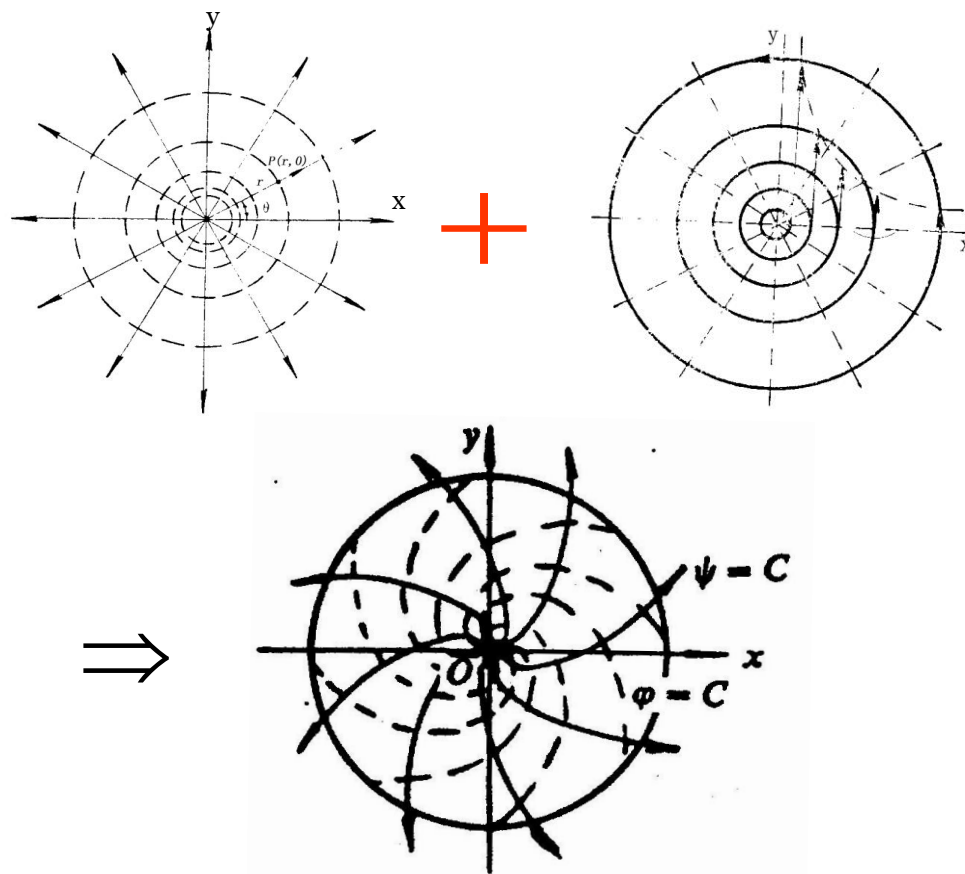
- 螺旋流动-点源/汇+点涡
- 偶极流-点源+点汇
- 不带环量的圆柱绕流-均匀直线流+偶极流

借助于3种简单不可压平面势流来研究更复杂、更贴近实际应用的复杂势流场

6.4 几种平面势流的叠加势流

6.4.1 螺旋流动

- 用图表示：将强度为 Q 的点源(汇)与强度 Γ 为的点涡叠加形成螺旋流动（源点、涡心和原点重合）



6.4 几种平面势流的叠加势流

6.4.1 螺旋流动

- 将强度为 Q 的点源(汇)与强度 Γ 为的点涡叠加，让源(汇)点与涡心重合，且在坐标原点，则复合流场的势函数和流函数分别为

$$\varphi = \frac{Q}{2\pi} \ln r + \frac{\Gamma}{2\pi} \theta \quad \psi = \frac{Q}{2\pi} \theta - \frac{\Gamma}{2\pi} \ln r$$

- 复合流场的速度分量

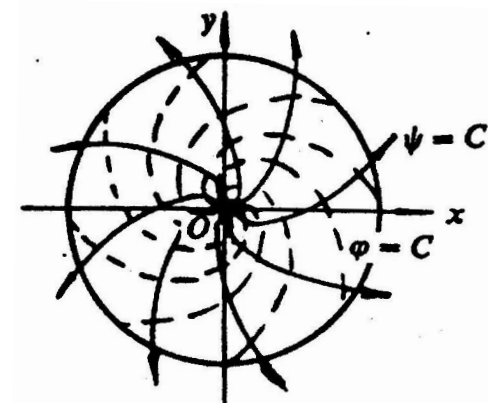
$$V_r = \frac{Q}{2\pi r} \quad V_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r}$$

6.4 几种平面势流的叠加势流

6.4.1 螺旋流动

□ 令流函数为常数便得到复合流的流线方程

$$\frac{Q}{2\pi}\theta - \frac{\Gamma}{2\pi}\ln r = C' \Rightarrow Q\theta - \Gamma\ln r = C$$
$$\Rightarrow r = e^{\frac{Q\theta - C}{\Gamma}}$$



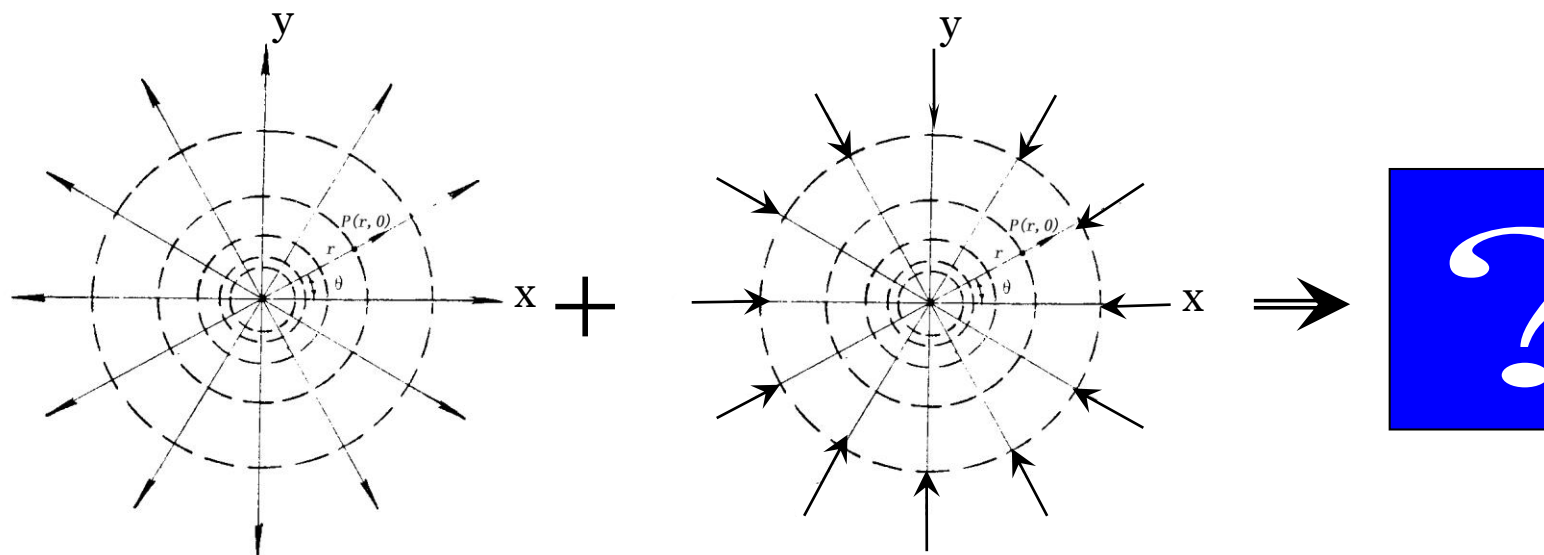
流线为一族螺旋线（故称螺旋流动），流体一边做径向运动，一边旋转。

工业上，离心泵常采用该流线方程设计型面，以减小流动损失。

6.4 几种平面势流的叠加势流

6.4.2 偶极流

- ▣ 将强度为 Q 的点源与强度 $-Q$ 点汇叠加，让源点和汇点无限接近而达重合，则得到一种新的有势流，称为**偶极流**。



6.4 几种平面势流的叠加势流

6.4.2 偶极流

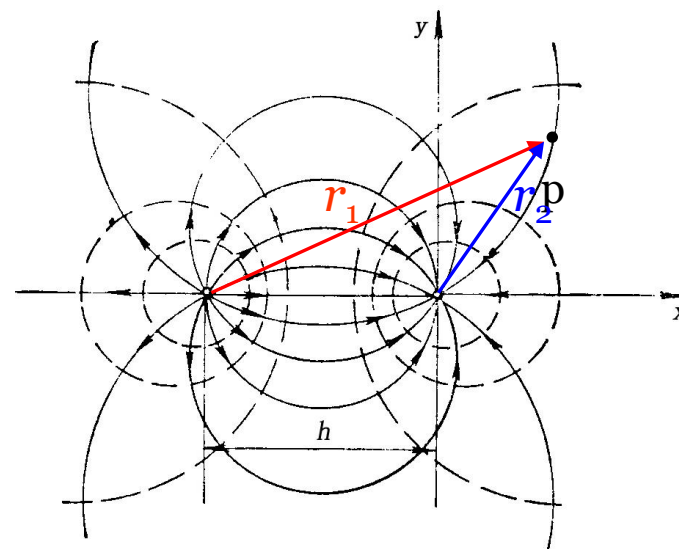
- ▣ 等强度的一个源和一个汇，放在x轴线上，源放在 **(-h,0)** 处，汇放在 **(0,0)** 处。从源出来的流量都进入汇，流动情况如图：

$$\begin{aligned}\varphi &= \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{Q}{2\pi} \ln r_1 + \frac{-Q}{2\pi} \ln r_2 \\ &= \frac{Q}{2\pi} (\ln r_1 - \ln r_2) \\ &= \frac{Q}{2\pi} \left[\ln \sqrt{(x+h)^2 + y^2} - \ln \sqrt{x^2 + y^2} \right]\end{aligned}$$

❖ 流函数为

$$\psi = \frac{Q}{2\pi} (\theta_1 - \theta_2)$$

其中 θ_1 、 θ_2 分别是点P与源点和汇点的连线与正x的夹角



$$\theta_1 = \arctan \frac{y}{x+h} \quad \theta_2 = \arctan \frac{y}{x}$$

6.4 几种平面势流的叠加势流

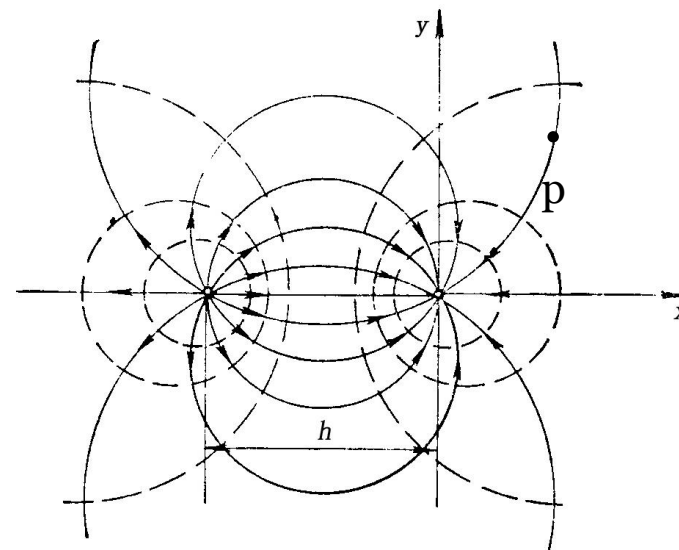
6.4.2 偶极流

- 当点源和点汇无限靠近时，令 Q 不断增大，且保持 $Qh=M=$ 常数，称 M 为偶极流的偶极矩，或者偶极子强度，则偶极子的势函数为：

$$\begin{aligned}\varphi &= \frac{Q}{2\pi} \left[\ln \sqrt{(x+h)^2 + y^2} - \ln \sqrt{x^2 + y^2} \right] \\ \Rightarrow \varphi &= \frac{Q}{4\pi} \lim_{h \rightarrow 0} \left[\ln \frac{x^2 + y^2 + 2xh + h^2}{x^2 + y^2} \right] \\ &= \frac{Q}{4\pi} \frac{2hx}{x^2 + y^2} = \frac{M}{2\pi} \frac{x}{x^2 + y^2} \\ &\quad (\because \text{当 } x \rightarrow 0 \text{ 时 } \ln(1+x) \approx x)\end{aligned}$$

- 流函数为

$$\psi = \frac{Q}{2\pi} \left(\arctan \frac{y}{x+h} - \arctan \frac{y}{x} \right) \Rightarrow \psi = -\frac{M}{2\pi} \frac{y}{x^2 + y^2}$$

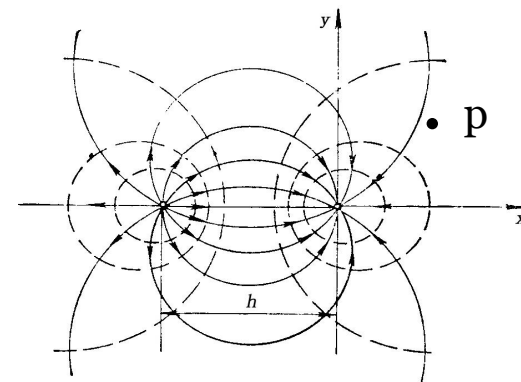


6.4 几种平面势流的叠加势流

6.4.2 偶极流

- 当 $h \rightarrow 0$, 同时偶极矩 M 保持不同时, 偶极子的等势线是一族圆心在 Ox 轴、与流线正交、在原点与 Oy 轴相切的圆:

$$\begin{aligned}\varphi &= \frac{M}{2\pi} \frac{x}{x^2 + y^2} \Rightarrow \frac{x}{x^2 + y^2} = C_1 \\ \Rightarrow \left(x - \frac{1}{2C_1}\right)^2 + y^2 &= \frac{1}{4C_1^2}\end{aligned}$$



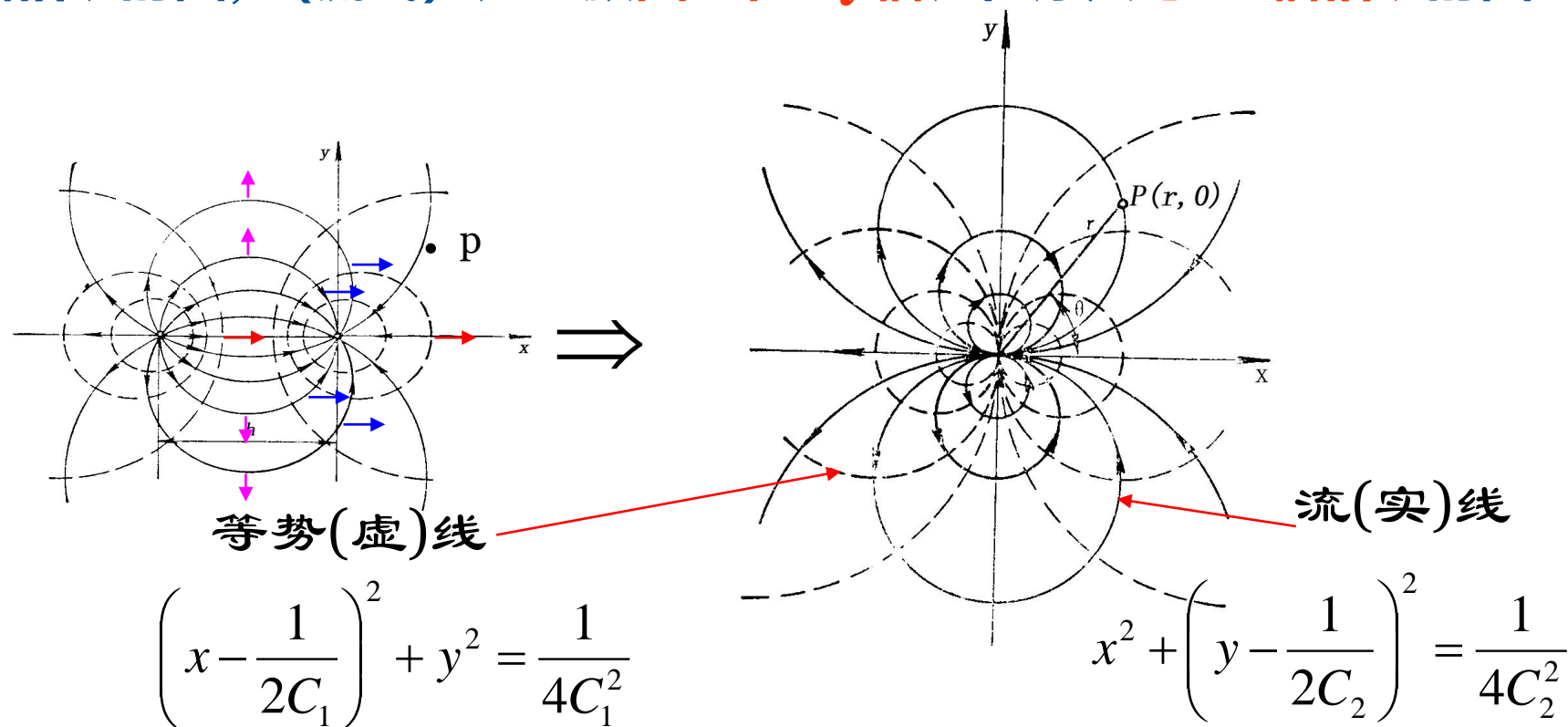
- 而等流函数线 (流线) 是一族圆心在 Oy 轴、在原点与 Ox 轴相切的圆

$$\psi = -\frac{M}{2\pi} \frac{y}{x^2 + y^2} \Rightarrow \frac{y}{x^2 + y^2} = C_2 \Rightarrow x^2 + \left(y - \frac{1}{2C_2}\right)^2 = \frac{1}{4C_2^2}$$

6.4 几种平面势流的叠加势流

6.4.2 偶极流

- 即当 $h \rightarrow 0$, 同时偶极矩 M 保持不变时, 偶极子的等势线是一族圆心在 O_x 轴、与流线正交、在 origin 与 O_y 轴相切的圆; (流线) 是一族圆心在 O_y 轴、在 origin 与 O_x 轴相切的圆:



6.4 几种平面势流的叠加势流

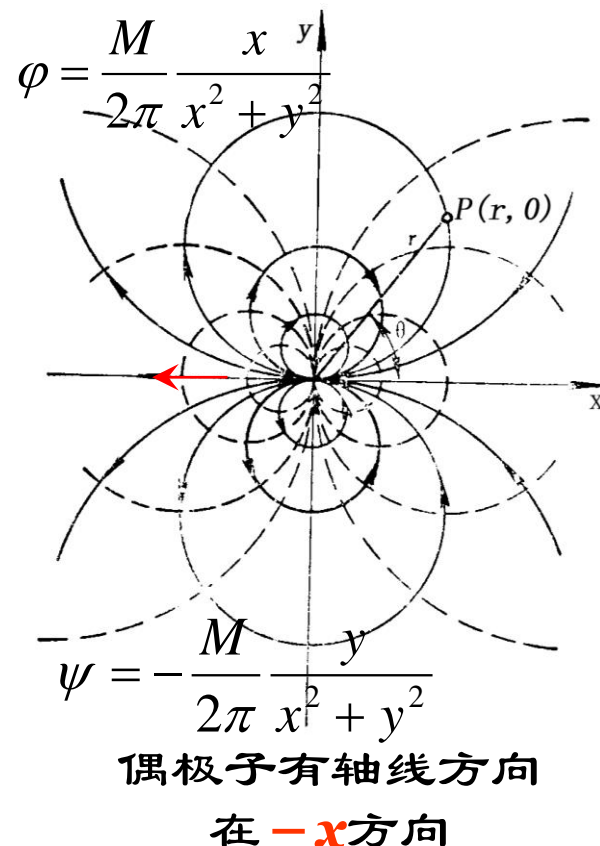
6.4.2 偶极流

□ 偶极流的两个速度分量

$$V_x = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{M(y^2 - x^2)}{2\pi(x^2 + y^2)^2}$$

$$V_y = \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{M(2xy)}{2\pi(x^2 + y^2)^2}$$

要注意，偶极子有**轴线方向**，上述布于 x 轴上的正负源形成的偶极子其轴线在 **$-x$ 方向**，对于指向正 x 方向的偶极子，上述**位函数**、**流函数**和**速度**分布都要改变符号。



6.4 几种平面势流的叠加势流

6.4.2 偶极流

- 如果偶极子轴线和 x 轴成 θ 角，正向指向第三象限如图所示，在 $x' y'$ 坐标系中的位函数及流函数可写为

$$\varphi = \frac{M}{2\pi} \frac{x'}{x'^2 + y'^2}$$
$$\psi = -\frac{M}{2\pi} \frac{y'}{x'^2 + y'^2}$$

根据二维坐标系的旋转变换关系

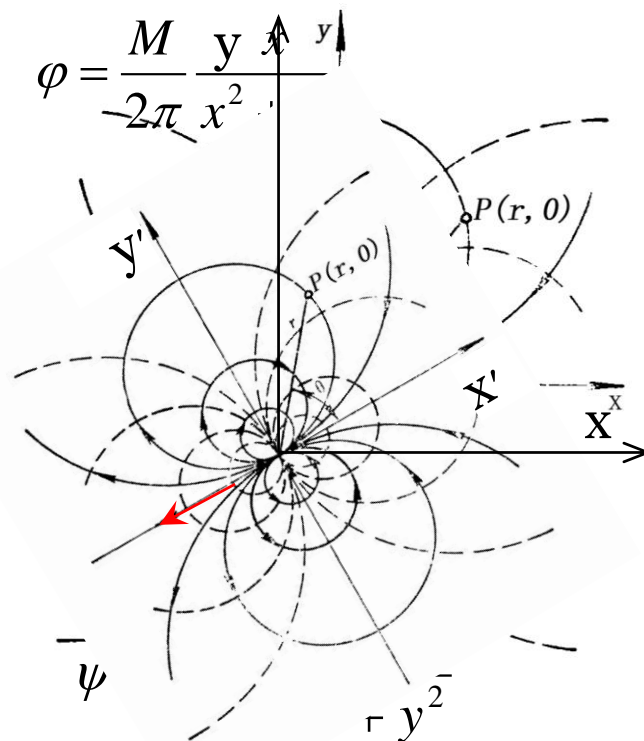
$$x' = x \cos \theta + y \sin \theta$$

$$y' = y \cos \theta - x \sin \theta$$

得到在 (x, y) 坐标系中的偶极子

$$\varphi = \frac{M}{2\pi} \frac{x \cos \theta + y \sin \theta}{x^2 + y^2}$$

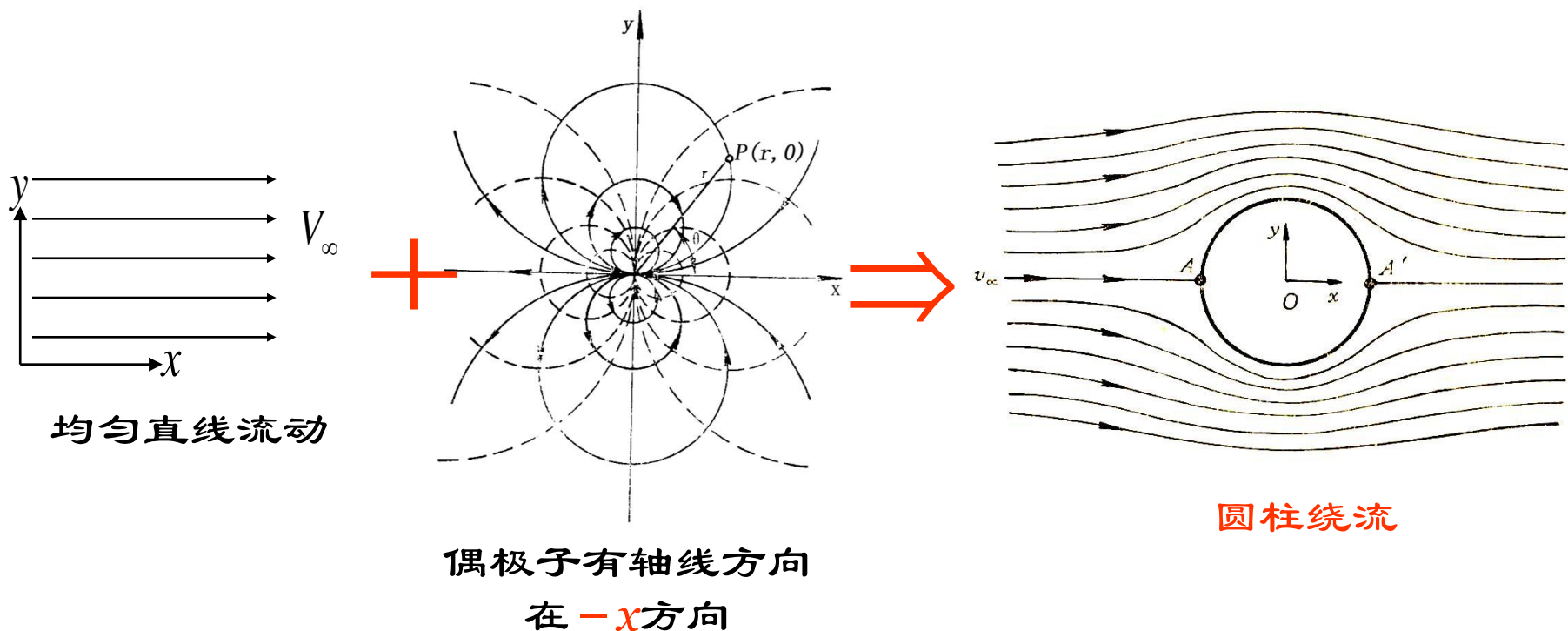
$$\psi = -\frac{M}{2\pi} \frac{y \cos \theta - x \sin \theta}{x^2 + y^2}$$



6.4 几种平面势流的叠加势流

6.4.3 不带环量的圆柱绕流

- 研究表明，如果将一个均匀直线流与偶极子相叠加，就可以得到理想流体绕圆柱的平面有势流动。
- 设直匀流 V_∞ 平行于 x 轴，由左向右流。再把一个轴线指向负 x 的偶极子放在坐标原点处。



6.4 几种平面势流的叠加势流

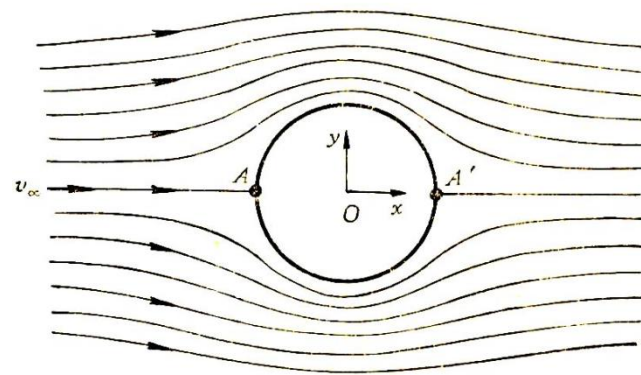
6.4.3 不带环量的圆柱绕流

□ 此时，圆柱绕流仍为有势流，势函数为

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = V_{\infty}x + \frac{M}{2\pi} \frac{x}{x^2 + y^2}$$
$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = V_{\infty}y - \frac{M}{2\pi} \frac{y}{x^2 + y^2}$$

□ 速度场为

$$V_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = V_{\infty} + \frac{M(y^2 - x^2)}{2\pi(x^2 + y^2)^2}$$
$$V_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{M(2xy)}{2\pi(x^2 + y^2)^2}$$



□ 圆柱的半径R可以由以下条件确定：在驻点A(x,y) [x=-R, y=0]有流函数 $\psi_A=0$ 。由驻点速度为零可得

$$R^2 = \frac{M}{2\pi V_{\infty}}$$

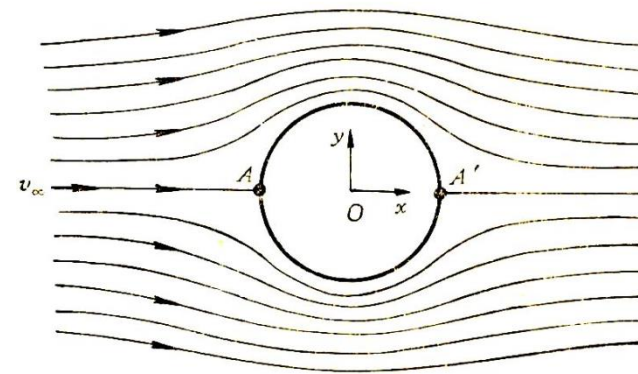
6.4 几种平面势流的叠加势流

6.4.3 不带环量的圆柱绕流

□ 于是势函数和流函数可进一步化为

$$\varphi = V_{\infty} x \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) = V_{\infty} \sin \theta \left(r + \frac{R^2}{r} \right)$$

$$\psi = V_{\infty} y \left(1 - \frac{R^2}{r} \right) = V_{\infty} \sin \theta \left(r - \frac{R^2}{r} \right)$$



6.4 几种平面势流的叠加势流

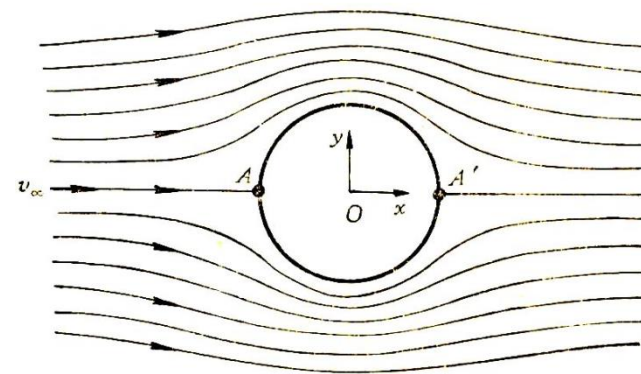
6.4.3 不带环量的圆柱绕流

□ 1、零流线

■ 令流函数 $\psi=0$ ，可以由流函数

$$\psi = V_{\infty} y \left(1 - \frac{R^2}{r} \right) = V_{\infty} \sin \theta \left(r - \frac{R^2}{r} \right)$$

得到 $y=0$ 或者 $r=R$ 。也就是说，在AA'以外的x轴线上，以及圆柱面上，流函数恒为0，即它们为一条流线。叫零流线，它从无穷远沿x正方向流来，在圆柱前驻点与柱面



□ 2、远场流动

■ 由势函数

$$\varphi = V_{\infty} x \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) = V_{\infty} \cos \theta \left(r + \frac{R^2}{r} \right)$$

很容易得到x、y速度分量

$$V_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = V_{\infty} \left[1 - R^2 \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{r^2} \right]$$
$$V_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -R^2 \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{r^2}$$

显然，当 $r \rightarrow \infty$ 时， $V_x = V_{\infty}$ ， $V_y = 0$ 。

6.4 几种平面势流的叠加势流

6.4.3 不带环量的圆柱绕流

□ 3、圆柱表面流动

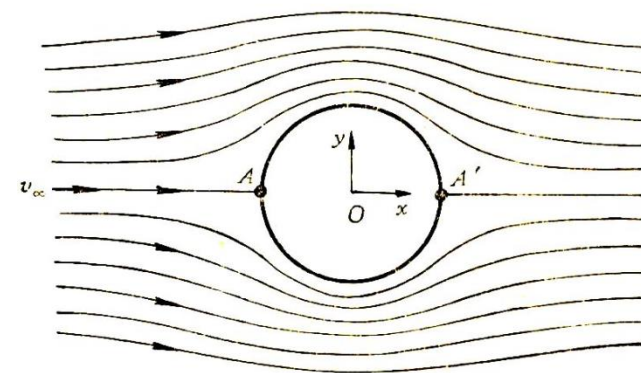
■ 由势函数

$$\varphi = V_{\infty} x \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) = V_{\infty} \cos \theta \left(r + \frac{R^2}{r} \right)$$

很容易得到 r 、 θ 速度分量

$$V_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = V_{\infty} \cos \theta \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right)$$
$$V_{\theta} = \frac{\partial \varphi}{r \partial \theta} = -V_{\infty} \sin \theta \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right)$$

显然，当 $r=R$ 时即在圆柱面上， $V_r=0$ ， $V_{\theta}=-2V_{\infty}\sin\theta$ 。这说明在柱面上，流动是贴着柱面沿切向流动。在前驻点（ $\theta=\pi$ ）和后驻点（ $\theta=0$ ）， $V_{\theta}=0$ ；在上下顶点（ $=\pm\pi/2$ ）速度最大 $V_{\theta}=\pm 2V_{\infty}$



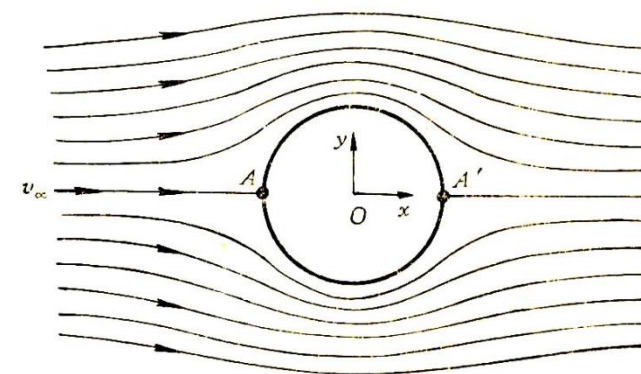
6.4 几种平面势流的叠加势流

6.4.3 不带环量的圆柱绕流

□ 4、圆柱表面压力分布

■ 由于圆柱面上, $V_r=0$, $V_\theta=-2V_\infty\sin\theta$, 由伯努利方程有

$$\begin{aligned} p_\infty + \frac{1}{2}\rho V_\infty^2 &= p_s + \frac{1}{2}\rho V_\theta^2 \\ &= p_s + \frac{1}{2}\rho(-2V_\infty\sin\theta)^2 \\ \Rightarrow p_s &= p_\infty + \frac{1}{2}\rho V_\infty^2(1-4\sin^2\theta) \\ \Rightarrow C_p &= \frac{p_s - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2} = 1-4\sin^2\theta \end{aligned}$$



显然, 在前驻点 ($\theta=\pi$) 和后驻点 ($\theta=0$), $C_p=1$; 在上下顶点 $\theta=\pm\pi/2$ 点 C_p 达最小值 -3 ; 在 $\pm\pi/6$ 和 $\pm5\pi/6$ 处, $C_p=0$ 。

6.4 几种平面势流的叠加势流

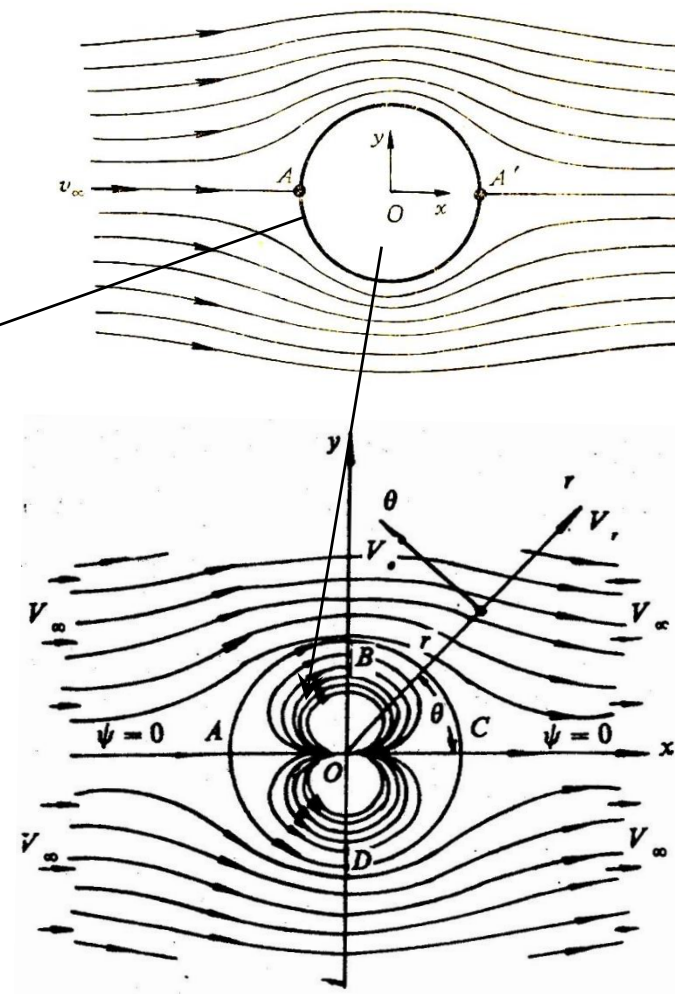
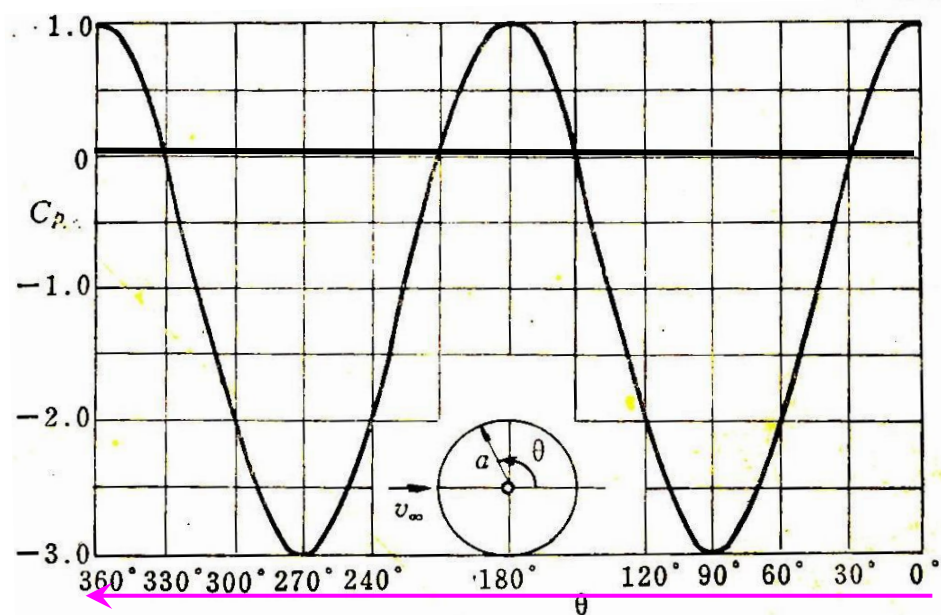


6.4.3 不带环量的圆柱绕流

□ 4、圆柱表面压力分布

■ 由于圆柱面上，压力系数曲线

$$C_p = \frac{p_s - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2} = 1 - 4 \sin^2 \theta$$



6.5 儒科夫斯基升力定理

- 带环量的圆柱绕流
- 儒科夫斯基升力定理

6.5 儒科夫斯基升力定理

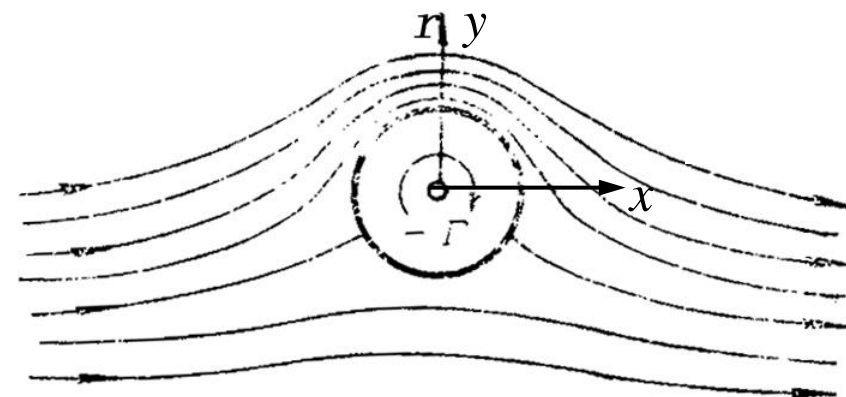


6.5.1 带环量的圆柱绕流

- ❖ 在理想圆柱绕流（均匀直线流+偶极流）中，如果圆柱体本身在作等速自转，就构成了带环量的圆柱绕流问题。
- ❖ 此时，由于粘性作用，旋转的圆柱将带动紧贴柱面的流体旋转，旋转速度与半径成反比。此时，流场实际上是如下复合流场：

均匀直线流 + 偶极流 + 环量为 $(-\Gamma)$ 的有势涡

→ 带环量的圆柱绕流



6.5 儒科夫斯基升力定理

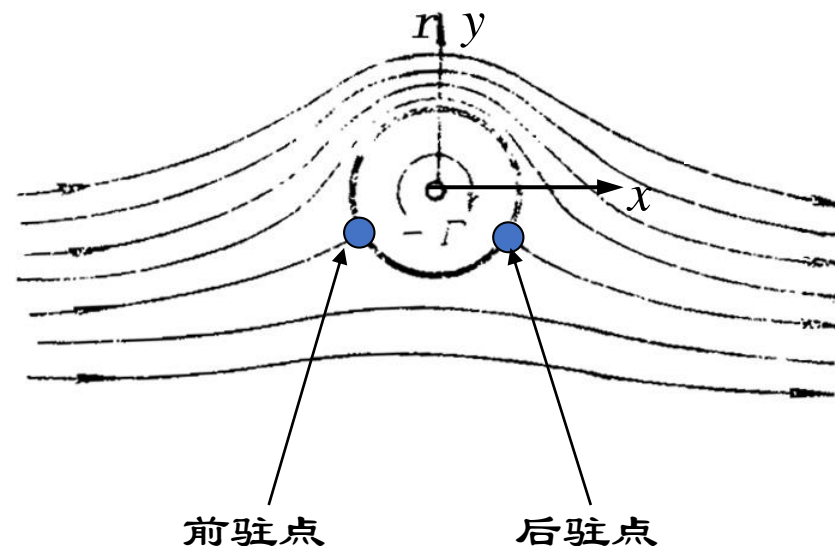
6.5.1 带环量的圆柱绕流

▣ 带环量的圆柱绕流的势函数和流函数可得

$$\varphi = V_{\infty} \cos \theta \left(r + \frac{R^2}{r} \right) - \frac{\Gamma}{2\pi} \theta$$
$$\psi = V_{\infty} \sin \theta \left(r - \frac{R^2}{r} \right) + \frac{\Gamma}{2\pi} \ln r$$

❖ 对应的 r 、 θ 速度分量为

$$V_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = V_{\infty} \cos \theta \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right)$$
$$V_{\theta} = \frac{\partial \varphi}{r \partial \theta} = -V_{\infty} \sin \theta \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) - \frac{\Gamma}{2\pi r}$$



6.5 儒科夫斯基升力定理



6.5.1 带环量的圆柱绕流

□ 对应的 r 、 θ 速度分量为

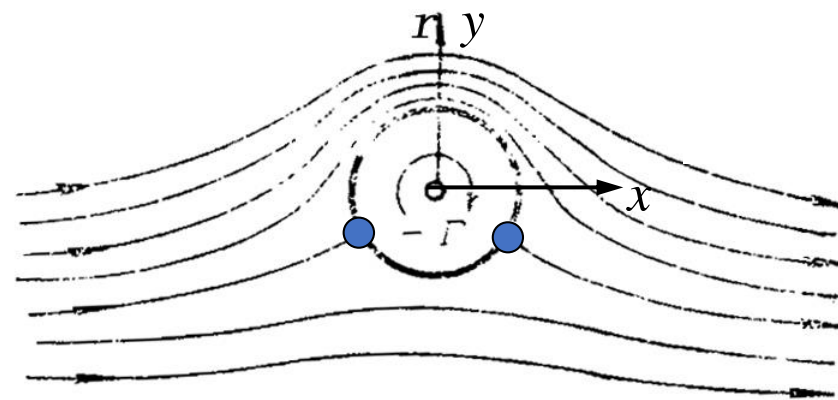
$$V_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = V_\infty \cos \theta \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right)$$
$$V_\theta = \frac{\partial \varphi}{r \partial \theta} = -V_\infty \sin \theta \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) - \frac{\Gamma}{2\pi r}$$

□ 在圆柱表面上

$$r = R, \quad V_r = 0, \quad V_\theta = -2V_\infty \sin \theta - \frac{\Gamma}{2\pi R}$$

□ 在驻点

$$V_r = 0, \quad V_\theta = 0, \quad \theta = \alpha, \sin \theta = \sin \alpha = -\frac{\Gamma}{4\pi R V_\infty}$$

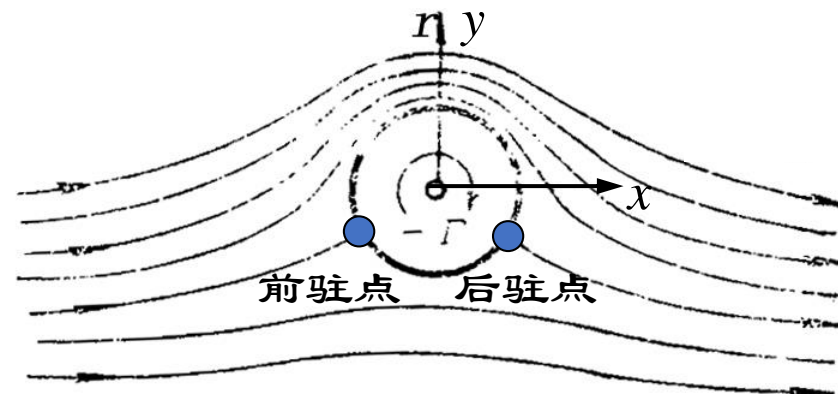


6.5 儒科夫斯基升力定理

6.5.1 带环量的圆柱绕流

□ 前后驻点的坐标很容易由

$$\begin{aligned} V_r &= 0, & V_\theta &= 0, \\ \text{得到} \quad \sin \theta &= \sin \alpha = -\frac{\Gamma}{4\pi R V_\infty} \\ \begin{cases} y_s = -\frac{\Gamma}{4\pi V_\infty} \\ x_s = \pm \sqrt{R^2 - y_s^2} \end{cases} \end{aligned}$$



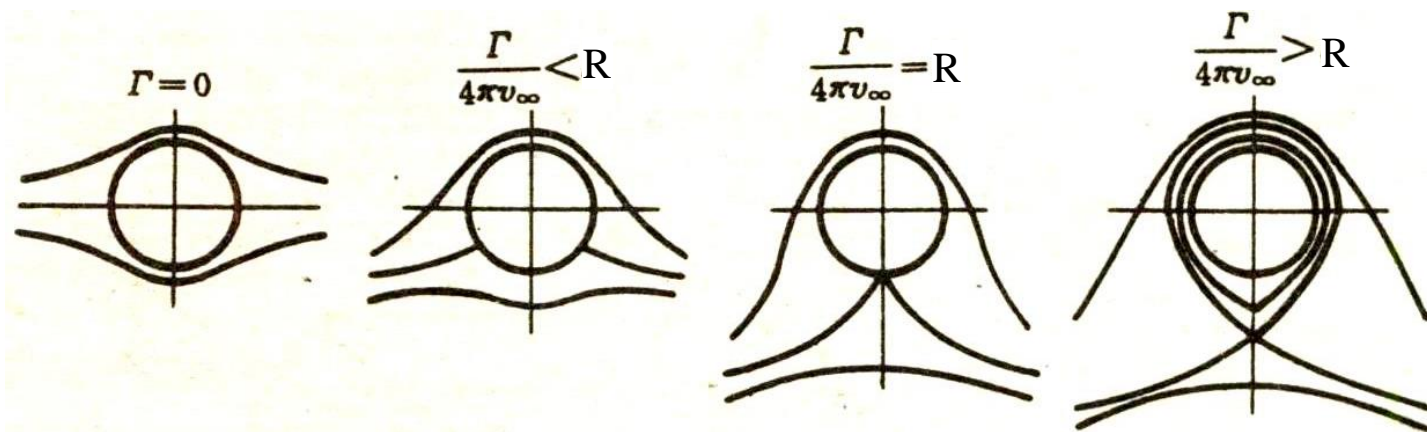
❖ 讨论：

- 如果 $R = |y_s|$ 即涡强度 $\Gamma = 4\pi V_\infty R$ 时，驻点 $\theta = \alpha = -\pi/2$ ，前后驻点重合（即柱面上只有一个驻点）；
- 如果 $\Gamma < 4\pi V_\infty R$ ，则 $|\sin \alpha| < 1$ ，柱面上有两个驻点；
- 如果 $\Gamma > 4\pi V_\infty R$ ，则柱面上没有驻点，但流场内一般仍有驻点；

6.5 儒科夫斯基升力定理

6.5.1 带环量的圆柱绕流

□ 图给出几种不同点涡强度下驻点位置图画



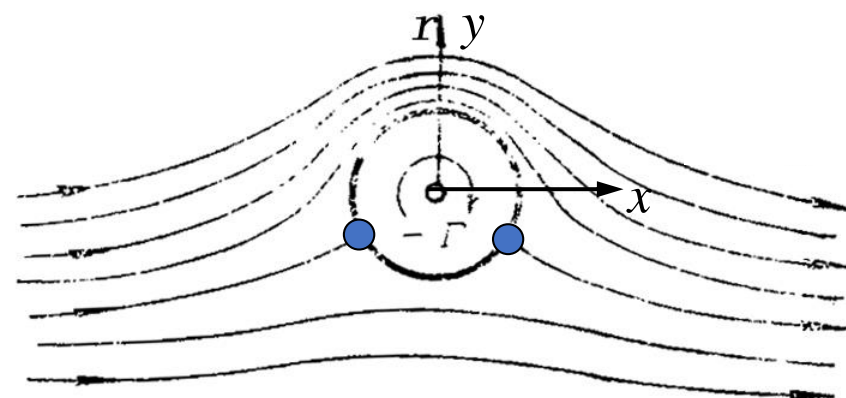
- ❖ 显然，有环量的绕圆流动其左右仍是对称的，但上下已不对称了，因此在垂直于来流的 y 方向合力就不会为零。
- ❖ 垂直于来流方向的空气动力分力称为升力，可以通过沿圆柱表面压强积分（利用伯努利方程将压强表为速度分布后积分求得），或者利用动量方程求出合力。

6.5 儒科夫斯基升力定理

6.5.2 儒科夫斯基升力定理

▣ 利用伯努利方程，可得到圆柱表面的压力分布

$$\begin{aligned}p_s + \frac{1}{2}\rho V_\theta^2 &= p_\infty + \frac{1}{2}\rho V_\infty^2 \\ \Rightarrow p_s - p_\infty &= \frac{1}{2}\rho V_\infty^2 - \frac{1}{2}\rho V_\theta^2 \\ &= \frac{1}{2}\rho V_\infty^2 - \frac{1}{2}\rho \left(-2V_\infty \sin \theta - \frac{\Gamma}{2\pi R} \right)^2 \\ \Rightarrow C_p &= 1 - \left(2\sin \theta + \frac{\Gamma}{2\pi R V_\infty} \right)^2\end{aligned}$$



6.5 儒科夫斯基升力定理

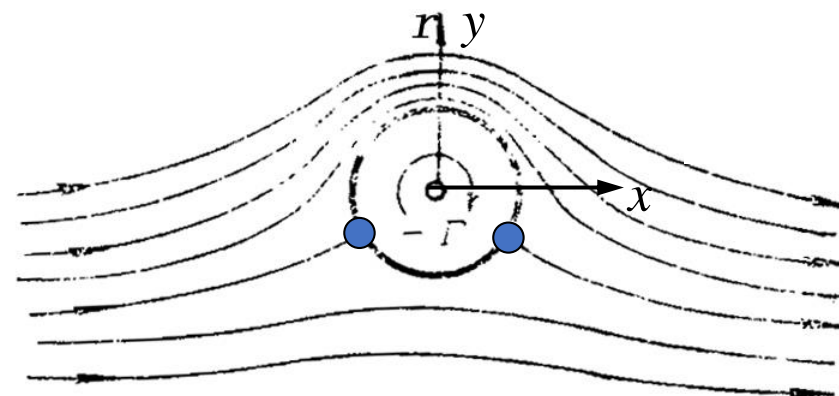
6.5.2 儒科夫斯基升力定理

▣ 利用伯努利方程，得到的圆柱表面压力分布

$$C_p = 1 - \left(2 \sin \theta + \frac{\Gamma}{2\pi R V_\infty} \right)^2$$

- ❖ 可见圆柱表面压力关于 y 对称，而关于 x 不对称， x 轴下半部分压力大，这样流体流过

圆柱就产生了一个向上的合力，即升力。可以表面压力积分的升力 Y 和阻力 X



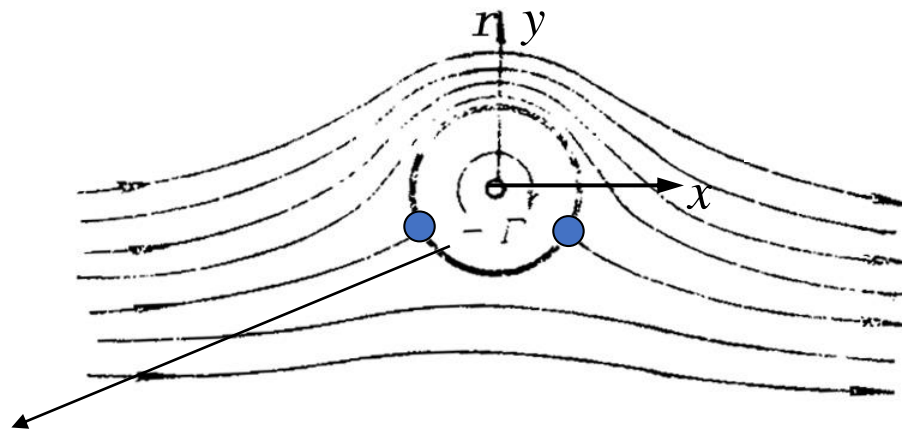
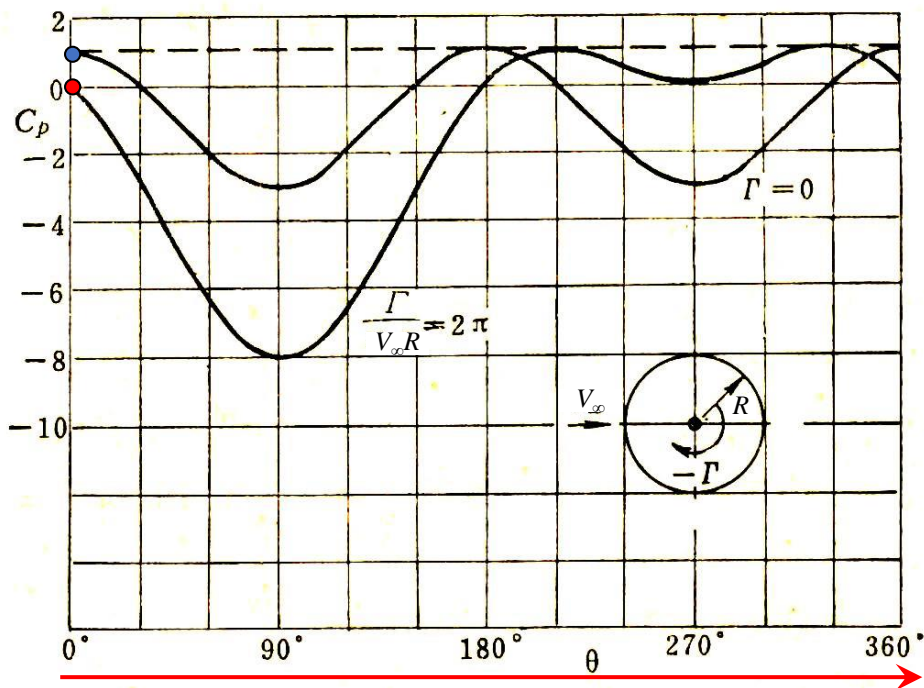
$$Y = F_y = \int_0^{2\pi} -pR \sin \theta d\theta$$

$$X = F_x = \int_0^{2\pi} -pR \cos \theta d\theta$$

6.5 儒科夫斯基升力定理

6.5.2 儒科夫斯基升力定理

- 有环量时，上半圆上的负压远远超过下半圆上的负压，所以有一个向上的合力，即升力。这个力的来源主要靠上半圆上的吸力。圆柱表面的压力分布



$$C_p = 1 - \left(2 \sin \theta + \frac{\Gamma}{2\pi R V_\infty} \right)^2$$

6.5 儒科夫斯基升力定理



6.5.2 儒科夫斯基升力定理

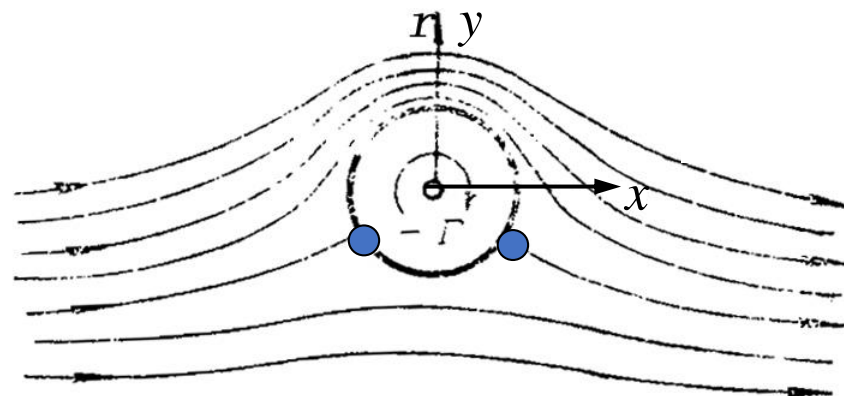
▣ 将柱面压力表达式

$$p_s = p_\infty + \frac{1}{2}\rho V_\infty^2 - \frac{1}{2}\rho \left(-2V_\infty \sin \theta - \frac{\Gamma}{2\pi R} \right)^2$$

带入上式即可得到升力和阻力分别为

$$Y = F_y = \rho V_\infty \Gamma$$

$$X = F_x = 0$$



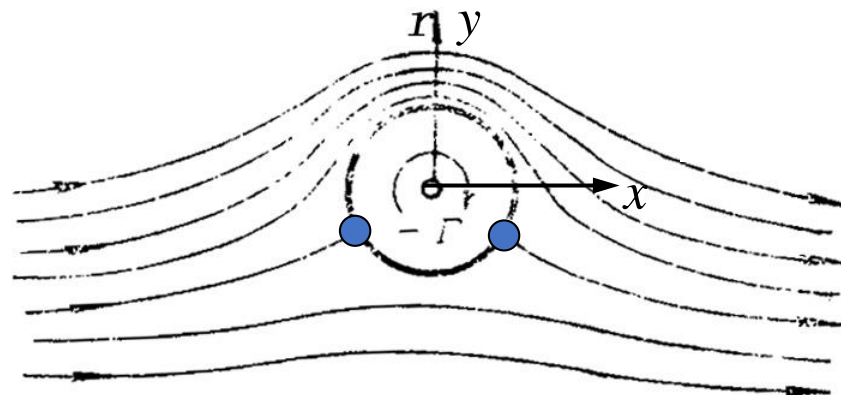
- ❖ 这说明，理想流体经带环量的圆柱势，产生了升力 Y ，其大小等于来流的密度 ρ 乘速度 V_∞ 再乘以环量 Γ 。方向等于把直匀流的指向逆着环流转 $\pi/2$ ，称为升力，该结果称为库塔-儒可夫斯基升力定理。

6.5 儒科夫斯基升力定理

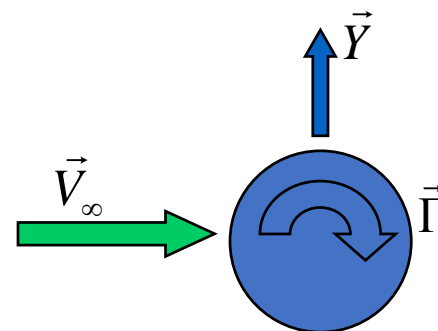
6.5.2 儒科夫斯基升力定理

□ 考虑到速度、环量和升力之间的向量关系，升力定理可写为

$$\vec{Y} = \rho \vec{V}_{\infty} \times \vec{\Gamma}$$



❖ 儒可夫斯基升力定理，广泛的应用到空气动力学中翼型的升力。



6.5 儒科夫斯基升力定理

6.5.2 儒科夫斯基升力定理

❖ 凯尔文定理：

在均质理想流体中，沿着封闭流体周线（物质线）的速度环量（即通过该流体周线的任意曲面的涡量）不随时间变化。

- ▣ 机翼的特殊形状使它不用旋转就能产生环量，上部流速加快形成吸力，下部流速减慢形成压力。



6.5 儒科夫斯基升力定理

6.5.2 儒科夫斯基升力定理

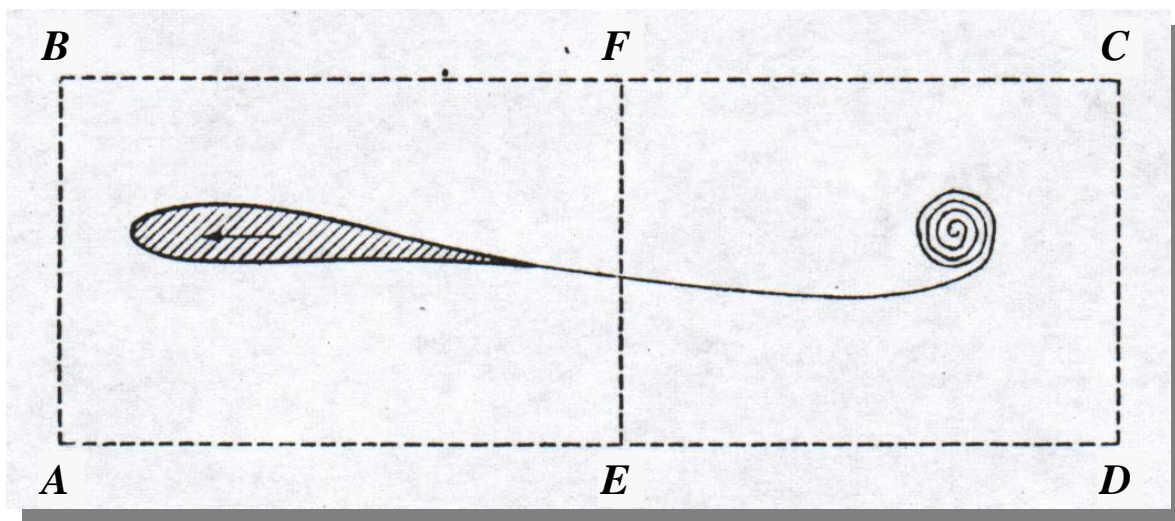
- 机翼的特殊形状使它不用旋转就能产生环量，上部流速加快形成吸力，下部流速减慢形成压力。

$$\vec{\Gamma}_{ABCD} = \vec{\Gamma}_{ABFE} + \vec{\Gamma}_{EFCD}$$

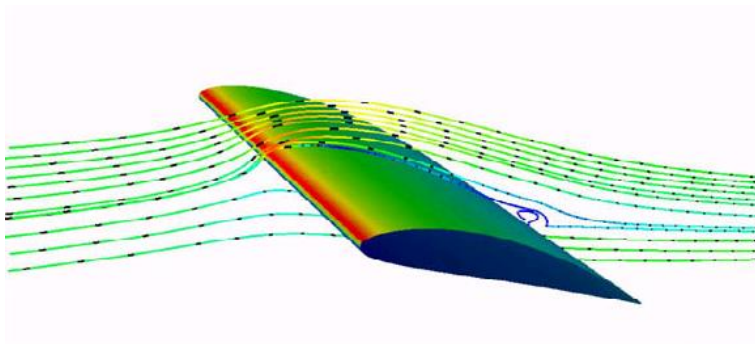
$$\therefore \vec{\Gamma}_{ABCD} = 0$$

$$\Gamma_{EFCD} = \Gamma > 0$$

$$\therefore \Gamma_{ABFE} = -\Gamma_{EFCD} = -\Gamma < 0$$



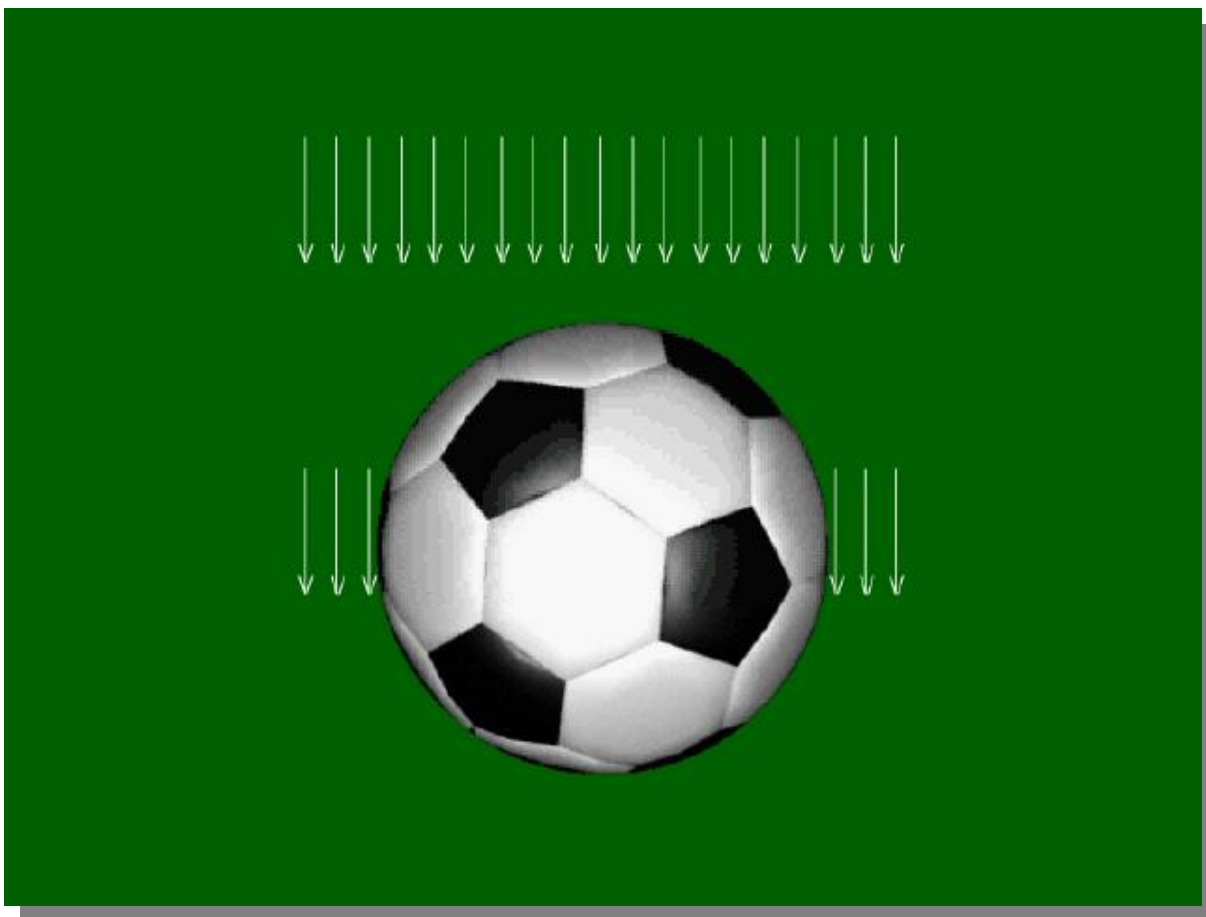
脱体涡量与机翼环量大小相等方向相反



6.5 儒科夫斯基升力定理

6.5.2 儒科夫斯基升力定理

旋转的球带动空气形成环流，一侧气流加速，另一侧减速，形成压差力，使足球拐弯，称为**马格努斯效应**。



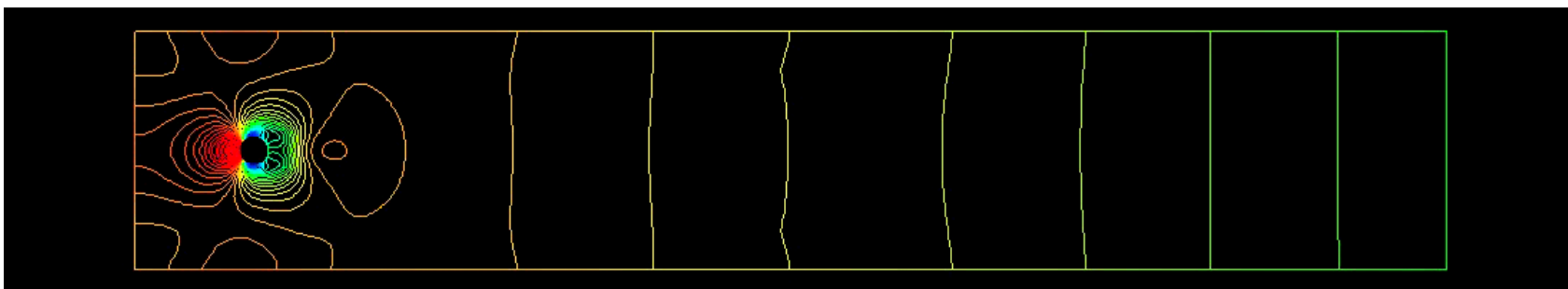
突然下坠的射门

6.5 儒科夫斯基升力定理

6.5.2 儒科夫斯基升力定理

▣ 达朗培尔疑题

达朗培尔 (D' Alembert, 18世纪法国著名数学家) 提出, 在理想不可压流中, 任何一个封闭物体的绕流, 其阻力都是零。这个结论不符合事实。这个矛盾多少耽误了一点流体力学的发展, 那时人们以为用无粘的位流去处理实际流动是没有什么价值的。



6.5 儒科夫斯基升力定理

6.5.2 儒科夫斯基升力定理

- 后来才知道，这样撇开粘性来处理问题，是一种很有价值的合乎逻辑的抽象，它能使我们把影响流动的各种因素分开来看清楚。譬如，早期由经验得出来的良好翼型，最大的升阻比不过是几十比一，后来在位流理论指导下，设计出来的翼型的最大升阻比竟达三百比一。这就是无粘抽象的指导意义。
- 下面辆汽车，哪个阻力大？为什么？



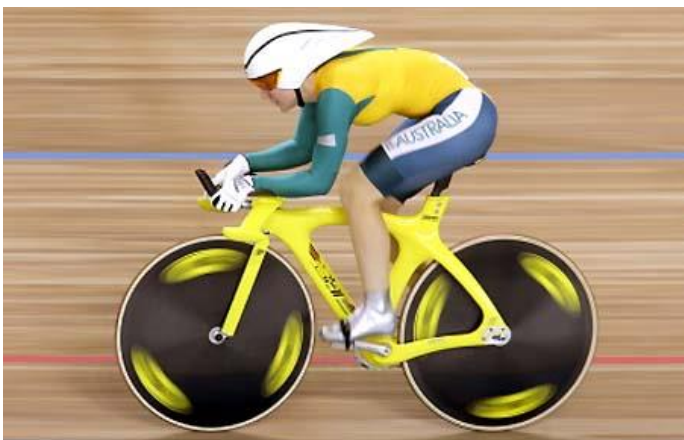
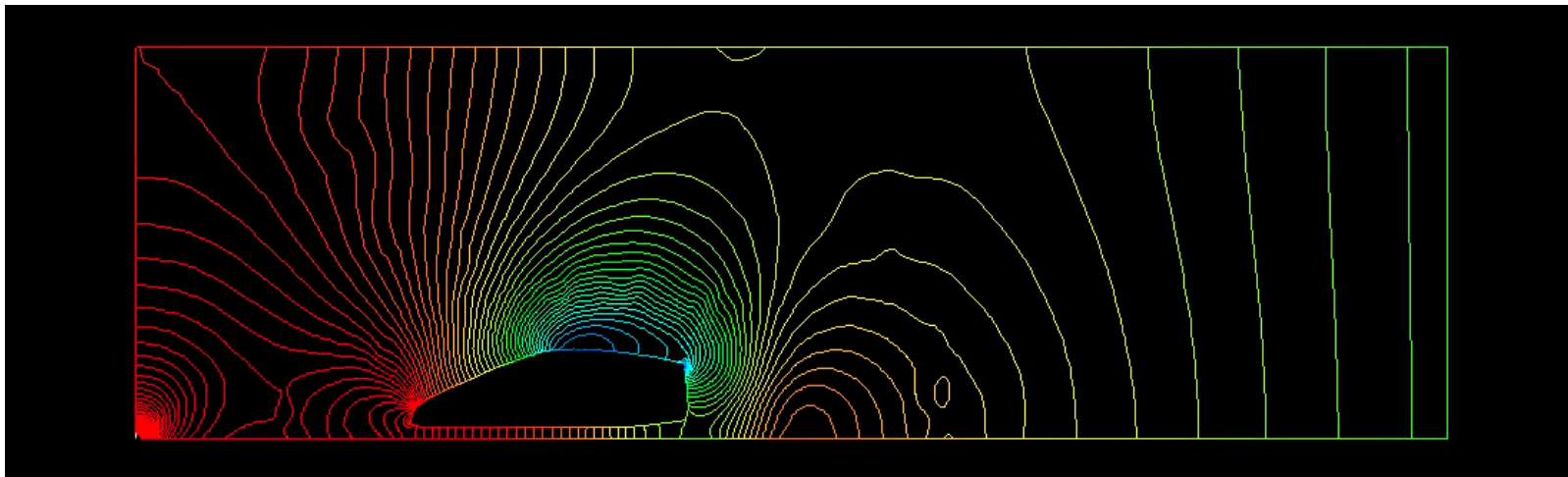
$C_D = 0.137$

6.5 儒科夫斯基升力定理



6.5.2 儒科夫斯基升力定理

▣ 汽车阻力产生解释



6.5 儒科夫斯基升力定理

6.5.2 儒科夫斯基升力定理

- 事实上，物体的阻力不仅由压力流向不平衡构成，同时还包括流体与固体壁面之间的摩擦力。要彻底的研究阻力问题，解决达朗贝尔疑题等类似问题，必须考虑流体的粘性。这是粘性流体力学需要解决的问题

P260页：9.6、9.8、9.9、9.10、9.11

4、在二维笛卡尔坐标系 xOy 中，有一平面不可压势流——均匀直线流动，速度大小为 V_∞ ，流动方向沿着 x 轴正向。现将一个强度为 Q 的点源放入其中，点源的源点正好在坐标原点 O 。试采用势流叠加原理求解以下问题：↵

- 1) 求解复合流动的流函数、势函数和速度，并确定 $x \rightarrow \pm\infty$ 时的速度值；↵
- 2) 在 x 轴上有一个合速度为零的点称为驻点（用 A 表示），求驻点 A 的坐标；↵
- 3) 求过 A 点的流线（用 l 表示）方程；↵
- 4) 当 $x \rightarrow +\infty$ 时，流线 l 宽度（ y 向尺寸）趋向一个渐近值 D ，求 D 的取值；↵
- 5) 求流线 l 上的压力系数 $C_p = (p - p_\infty) / (\frac{1}{2} \rho V_\infty^2)$ 。↵



北京航空航天大学



北京航空航天大学
BEIHANG UNIVERSITY

THE END

