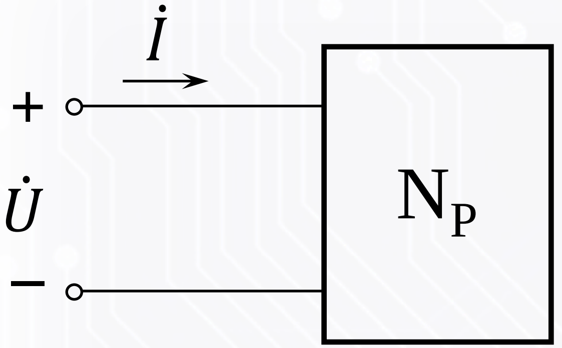
# 功率因数的提高

# 一、功率因数提高的工程意义



无源二端网络

1. 功率因数$cos\varphi$

负载对电源利用程度的衡量。

当$cos\varphi < 1$时，电路中发生能量互换，出现无功功率，引起两个问题

（1）电源设备的容量不能充分利用

（2）增加线路和发电机绕组的功率损耗

$P = U \cdot I \cdot cos\varphi$（$P$、$U$为定值）

$$\uparrow I = \frac{P}{Ucos\varphi\downarrow} \begin{cases} \Delta P\uparrow = I^2 r\uparrow \text{(费电)} \\ I\uparrow \longrightarrow S\uparrow \text{(导线截面积增加)} \end{cases}$$

2. 功率因数$\cos\varphi$低的原因　（一般要求$cos\varphi > 0.85$）

工程中多为感性负载，如电动机、日光灯。

# 二、功率因数提高的方法

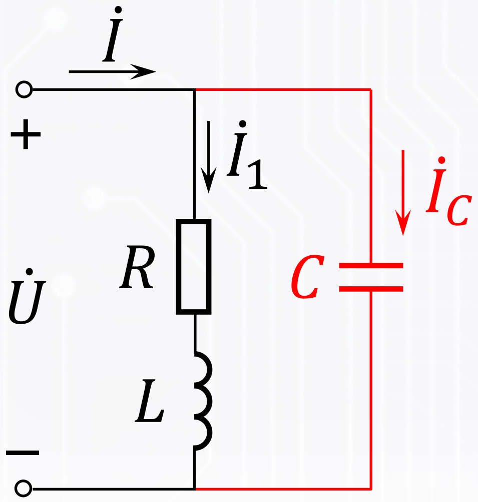
(1) 提高功率因数的原则：

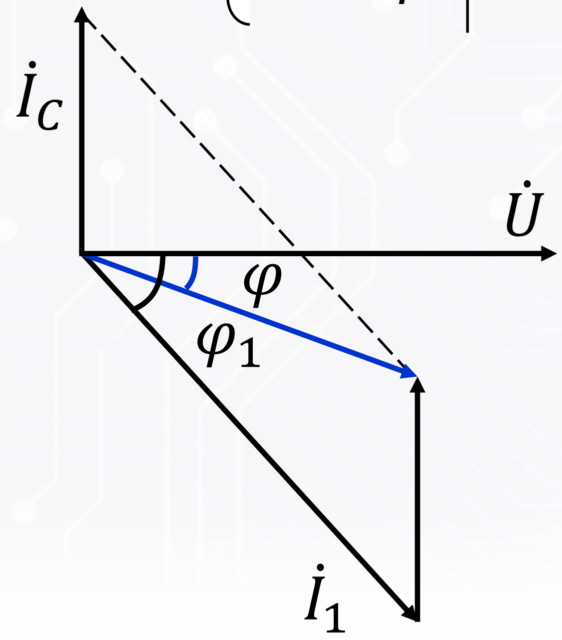
必须保证原负载的工作状态不变。即：
加至负载上的电压和负载的有功功率不变。

(2) 提高功率因数的措施：

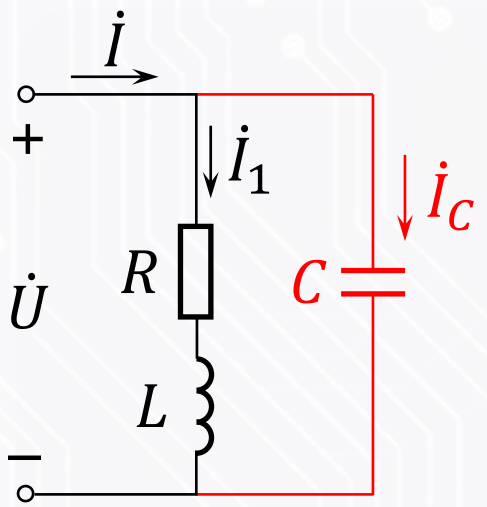
在感性负载两端并电容

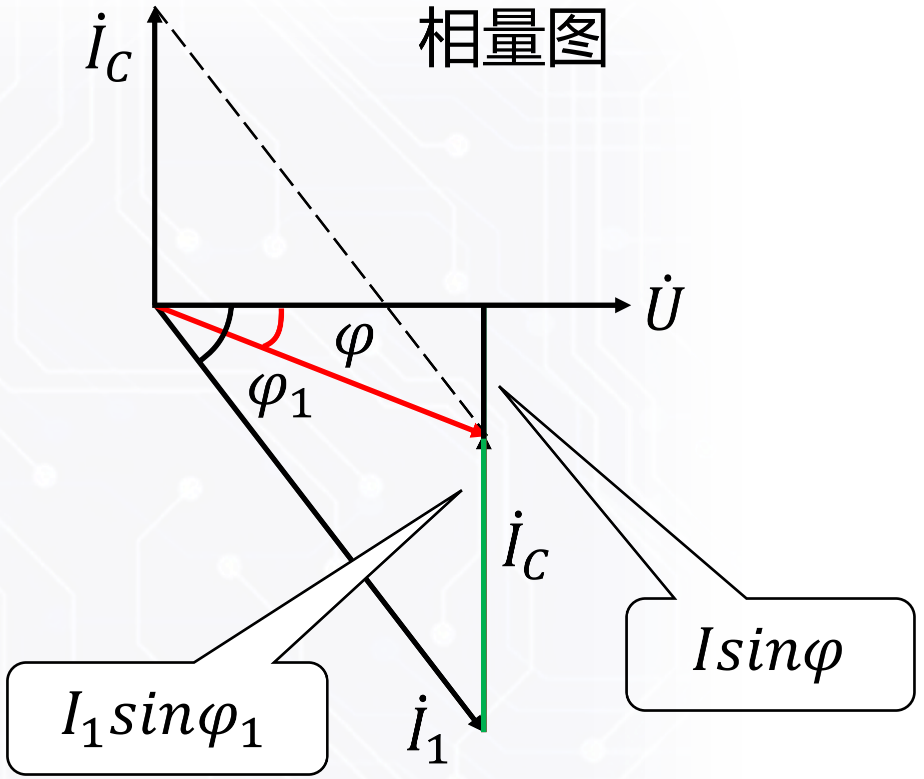
$$\begin{cases} \varphi \downarrow \Longrightarrow \cos\varphi \uparrow \\ \cos\varphi \uparrow \Longrightarrow I \downarrow \end{cases}$$



# 三、并联电容值的计算




因为 $I_C = U\omega C$

又由相量图可得：

$$I_C = I_1 sin\varphi_1 - I sin\varphi$$

即：$U\omega C = I_1 sin\varphi_1 - I sin\varphi$

$$U\omega C = \frac{P}{U cos\varphi_1} sin\varphi_1 - \frac{P}{U cos\varphi} sin\varphi$$

$$C = \frac{P}{\omega U^2}(tan\varphi_1 - tan\varphi)$$

# RLC 电路中的谐振
## 串联谐振

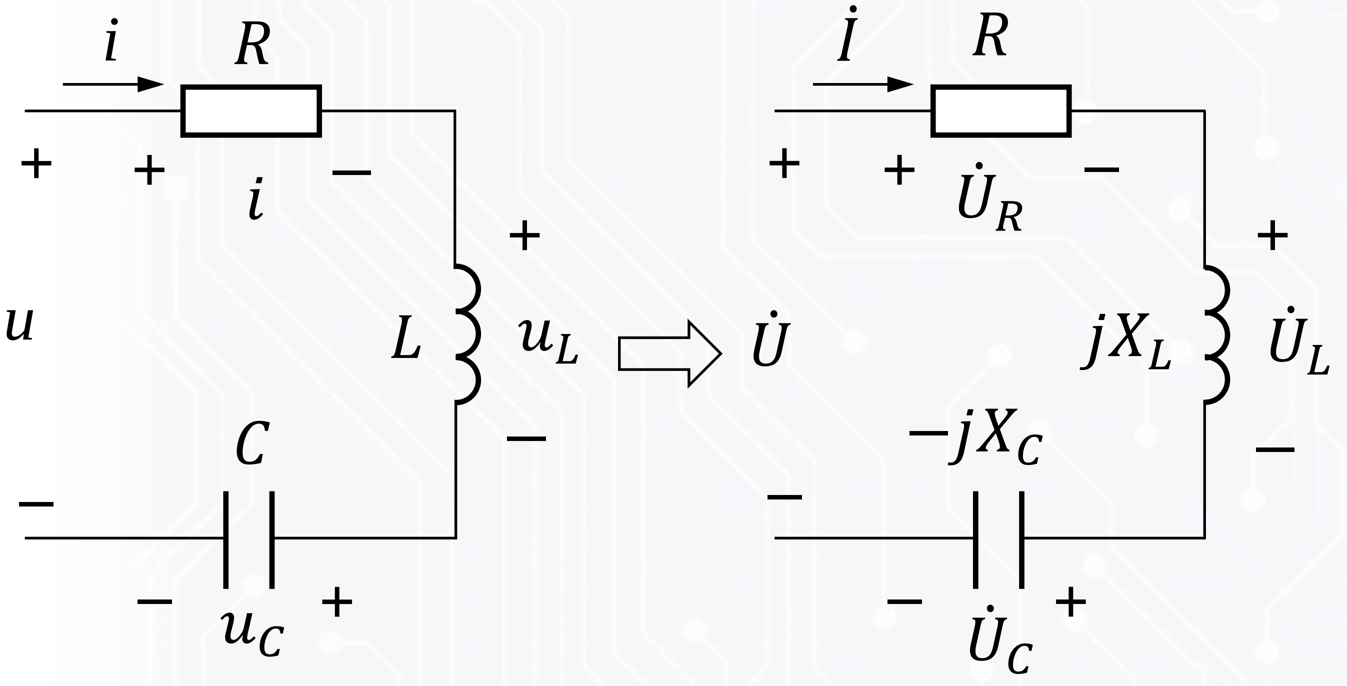
# 一、谐振的概念

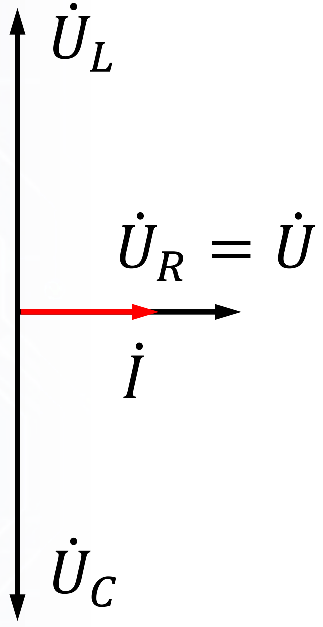
含有电感和电容的电路其电压与电流存在相位差。若调节电源的频率或电路参数，使$u$、$i$（总电流）同相，称此电路处于谐振状态。

$$\text{谐振}\ (\cos\varphi=1)\begin{cases}\text{串联谐振}\\ \\ \text{并联谐振}\end{cases}$$

研究谐振的目的，一方面在生产上充分利用谐振的特点，（如在无线电工程、电子测量技术等许多电路中应用）。另一方面又要预防它所产生的危害。

# 二、串联谐振

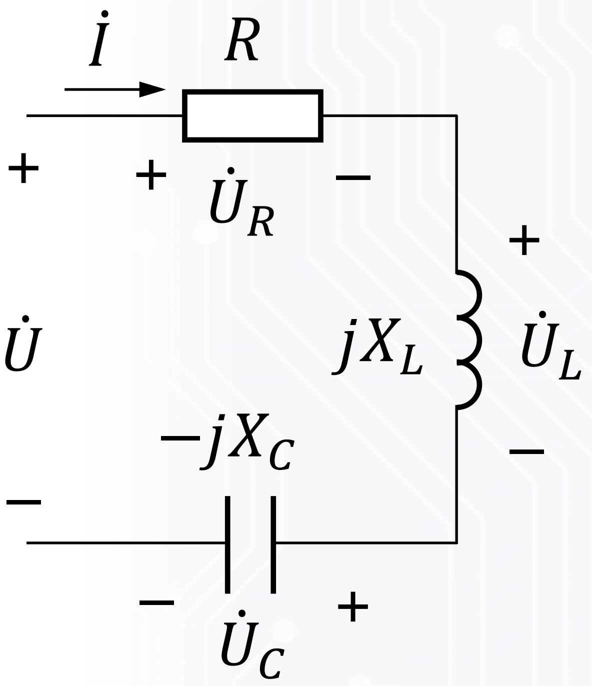


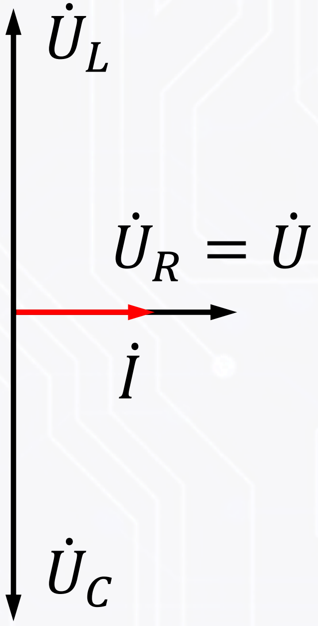




$$\dot{U} = \dot{U}_{\mathrm{R}} + \dot{U}_{\mathrm{L}} + \dot{U}_{\mathrm{C}} = [R + j(X_{\mathrm{L}} - X_{\mathrm{C}})]\dot{I} = Z\dot{I}$$

$$Z = Z_{\mathrm{R}} + Z_{\mathrm{L}} + Z_{\mathrm{C}} = R + j(X_{\mathrm{L}} - X_{\mathrm{C}}) = R + jX$$

# 三、串联谐振的条件




由于 $X_L = X_C$ 即：

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$ —— 电路谐振角频率

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$ ——谐振频率

串联谐振的特点：

1. 电流达到最大值　　谐振电流 $I_0 = \dfrac{U}{R}$ 电流最大

2. $\dot{U}_L = -\dot{U}_C$，即$\dot{U}_L$与$\dot{U}_C$的有效值相等，相位相反，相互抵消，所以串联谐振又称电压谐振。

# 四、品质因数 Q 值

定义：谐振时，$U_L$或 $U_C$与总电压的比值。

$$U = IR \qquad U_L = IX_L = I\omega_0 L \qquad U_C = X_C I = \frac{1}{\omega_0 C} I$$

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} \qquad Q = \frac{U_L}{U} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{U_C}{U} = \frac{1}{\omega_0 CR}$$

$$U_L = U_C = QU$$

注意

**谐振时**：$\dot{U}_L$与 $\dot{U}_C$ 相互抵消，是电源电压的$Q$倍。

如 $Q = 100$，$U = 220\text{V}$，则在谐振时

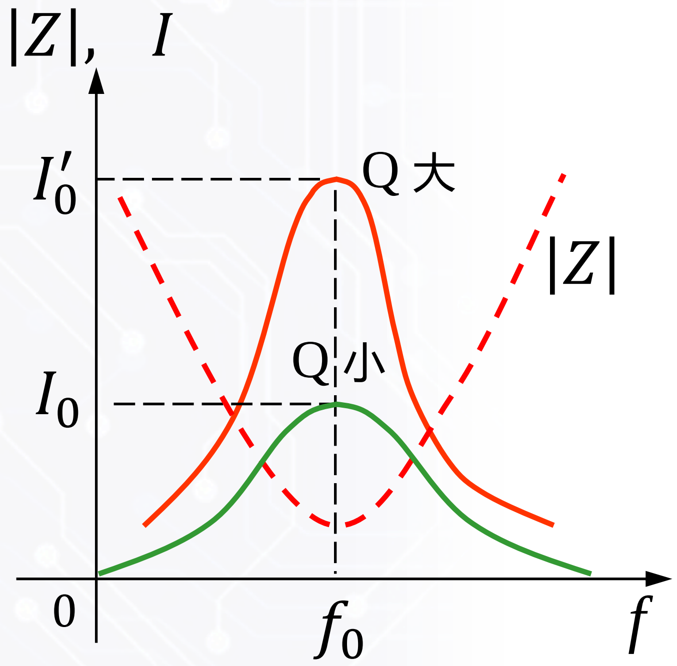
$$U_L = U_C = QU = 22000V$$

所以电力系统应避免发生串联谐振。

# 五、串联电路的谐振曲线

电流随频率变化的关系曲线。

$$I(\omega)=\frac{U}{|Z|}=\frac{U}{\sqrt{R^2+(\omega L-1/\omega C)^2}}$$




谐振电流 $I_0=\dfrac{U}{R}$

分析：

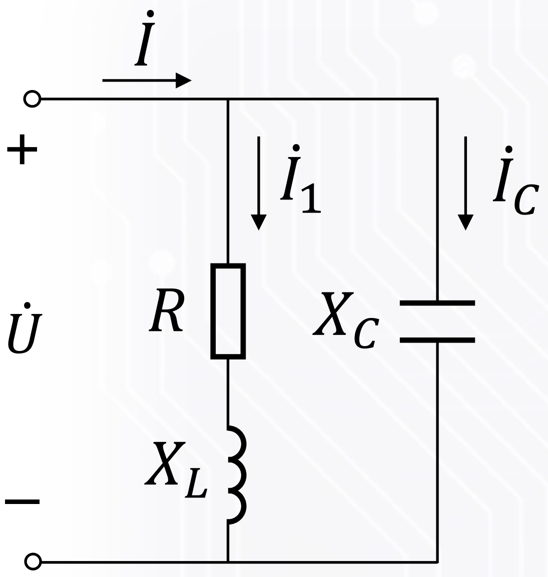
$$R\downarrow\quad\left\{\begin{array}{l} I_0\uparrow \\ Q\uparrow=\dfrac{\omega_0 L}{R\downarrow}\end{array}\right.$$

电路具有选择最接近谐振频率附近的电流的能力：称为选择性。

Q 值越大，曲线越尖锐，选择性越好。

# RLC 电路中的谐振
# 并联谐振

# 一、并联谐振条件




$$Z=\frac{\frac{1}{j\omega C}(R+j\omega L)}{\frac{1}{j\omega C}+(R+j\omega L)}=\frac{R+j\omega L}{1+j\omega RC-\omega^2 LC}$$

实际中线圈的电阻很小，所以在谐振时有

$$\omega_0 L>>R$$

则： $$Z=\frac{R+j\omega L}{1+j\omega RC-\omega^2 LC}\approx\frac{1}{RC/L+j(\omega C-1/\omega L)}$$

谐振条件：$\omega_0 C-1/\omega_0 L\approx 0$

谐振频率

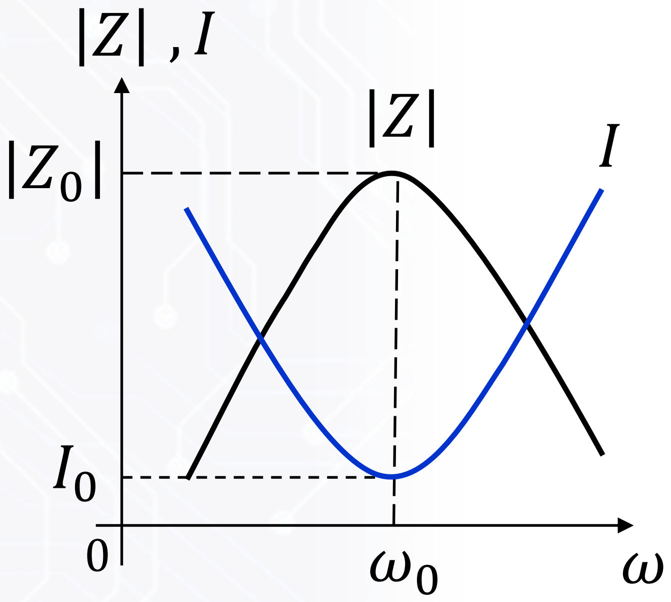
$$\omega_0\approx\frac{1}{\sqrt{LC}}\quad 或\quad f=f_0\approx\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

# 二、并联谐振特征

1. 阻抗最大，呈电阻性 $|Z_0| = \dfrac{L}{RC}$ （当满足 $\omega_0 L >> R$时）

2. 恒压源供电时，总电流最小。

$$I = I_0 = \frac{U}{|Z_0|} = \frac{U}{L/_{RC}}$$




3. 支路电流与总电流 的关系

当$\omega_0 L >> R$时

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (2\pi f_0 L)^2}} \approx \frac{U}{2\pi f_0 L}$$

$$I_C = \frac{U}{\dfrac{1}{2\pi f_0 C}} = U \cdot 2\pi f_0 C$$

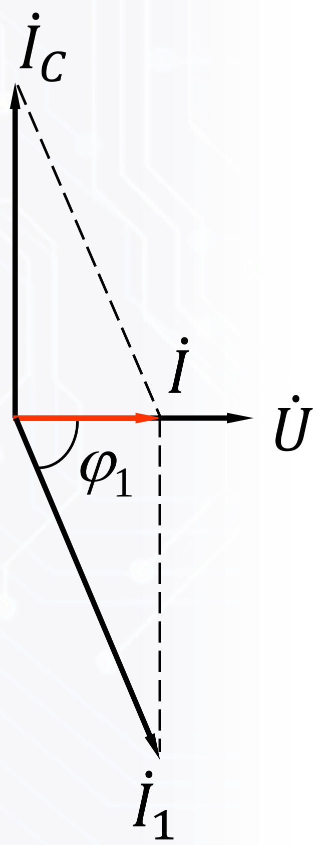
$$\frac{I_C}{I_0} = \frac{U(2\pi f_0 C)}{U/|Z_0|} = \frac{U(2\pi f_0 C)}{U/\dfrac{L}{RC}}$$

$$= \frac{2\pi f_0 L}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} = Q$$

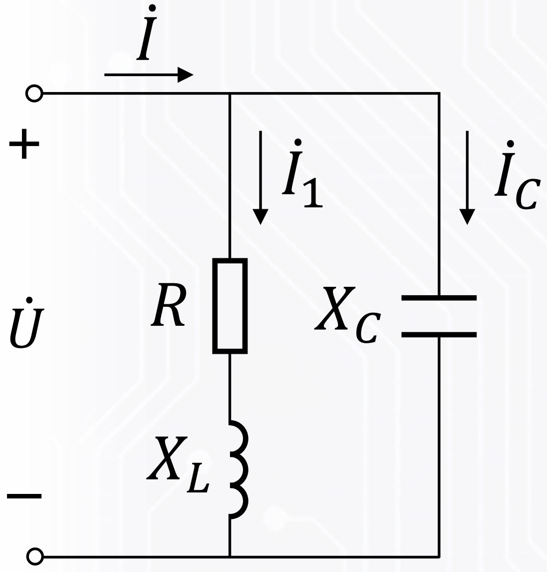
$$\therefore I_1 \approx I_C = Q I_0$$

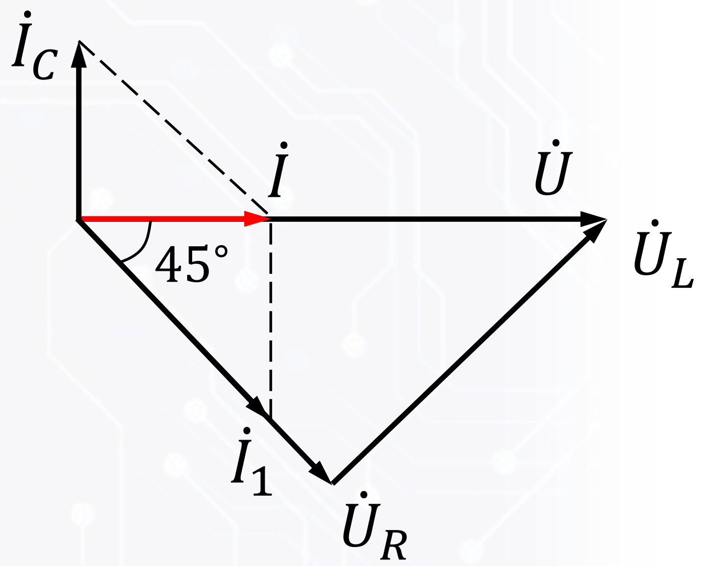
支路电流是总电流的Q倍 — 电流谐振

相量图



例： 电路如图：已知 $R$=10 Ω、$I_C$=1A、$\varphi_1 = 45°$（$\dot{U},\dot{I}_1$间的相位角）、$f$ = 50Hz、电路处于谐振状态。试计算 $I$、$I_1$、$U$，并画相量图。




解：利用相量图求解　由相量图可知电路谐振，则：$I_1 sin\varphi_1 = I_C$

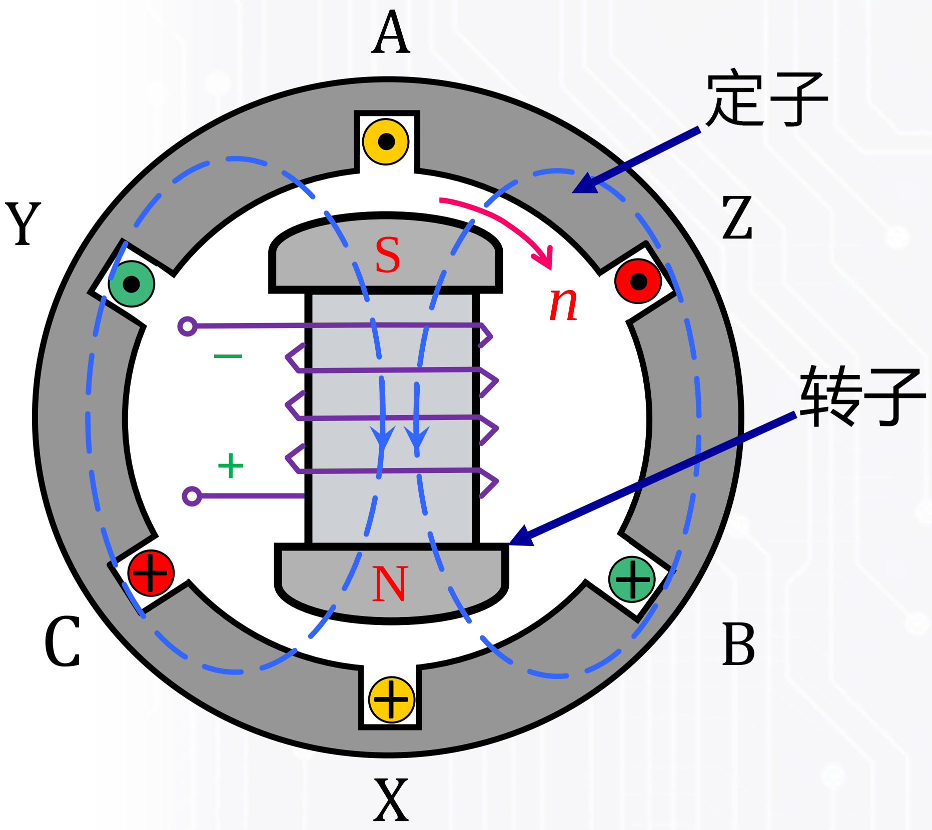
$$I_1 = \frac{I_C}{sin45°} = 1.414 = \sqrt{2}A \qquad I = I_C = 1A$$

$$U = \sqrt{2} \times 10\sqrt{2}V = 20V$$

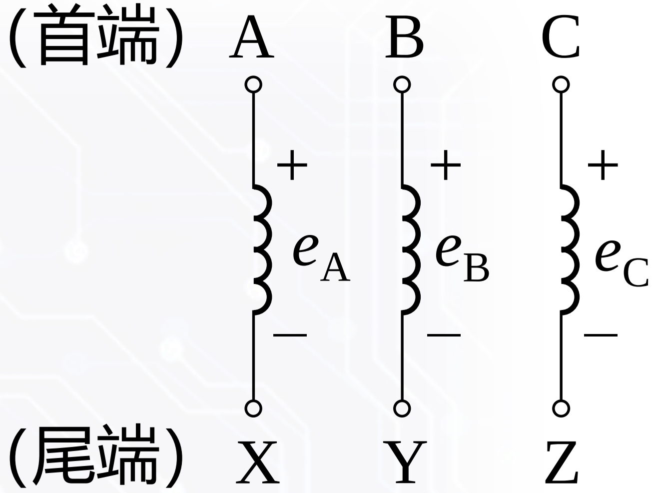
# 三相交流电源

# 一、三相电源的产生

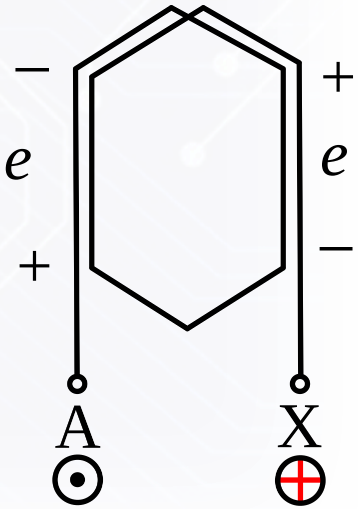
工作原理：动磁生电




三相交流发电机示意图




三相绕组示意图




电枢绕组及其电动势

发电机结构

- 定子
- 转子：直流励磁的电磁铁

三相电动势瞬时表示式

$$e_A = E_m \sin\omega t$$

$$e_B = E_m \sin(\omega t - 120°)$$

$$e_C = E_m \sin(\omega t + 120°)$$

相量表示

$$\dot{E}_A = E\angle 0° = E$$

$$\dot{E}_B = E\angle -120° = E\left(-\frac{1}{2} - \mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\dot{E}_C = E\angle +120° = E\left(-\frac{1}{2} + \mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

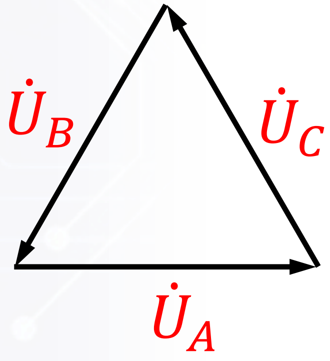
- 三个正弦交流电动势满足以下特征

$$\left.\begin{array}{l}\text{最大值相等}\\ \text{频率相同}\\ \text{相位互差}120^\circ\end{array}\right\}\text{称为对称三相电动势}$$

对称三相电动势的瞬时值之和为 0

即：$e_A + e_B + e_C = 0$

或 $\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0$

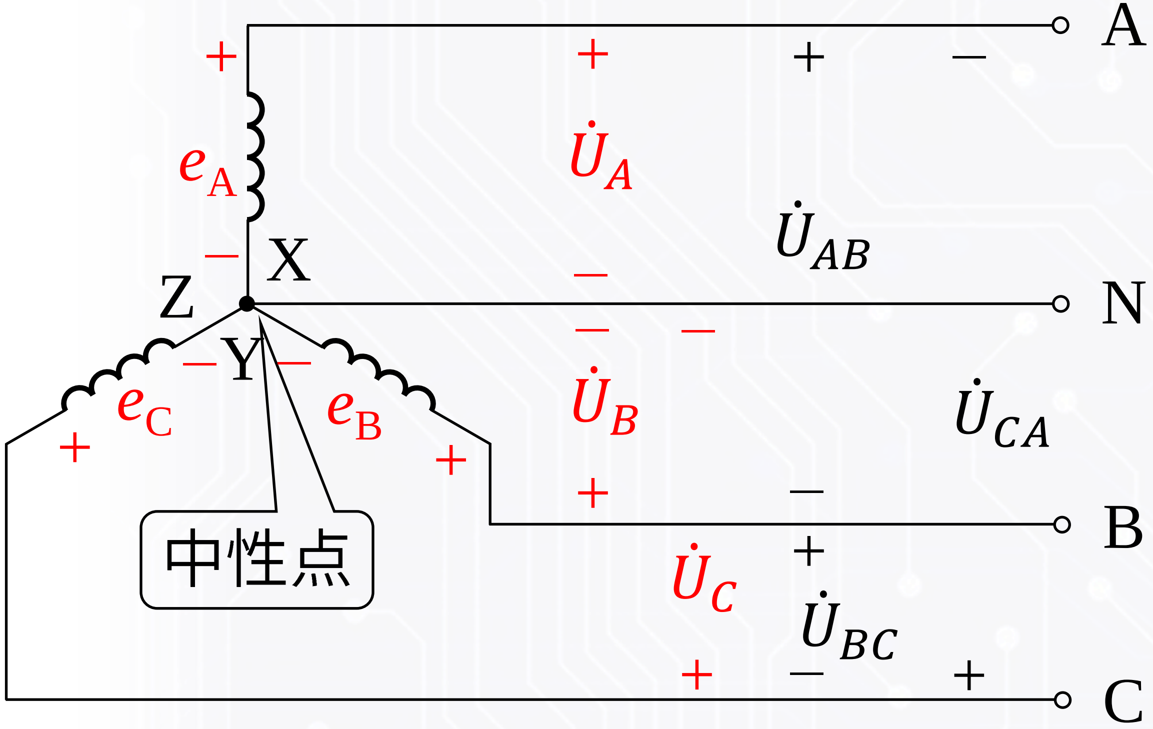



三相交流电到达正最大值的顺序称为相序。

供电系统三相交流电的相序为 A→B→C

# 二、三相电源的星形联结

## 1. 星形联接方式




A 端线（相线、火线）

N 中性线（零线、地线）

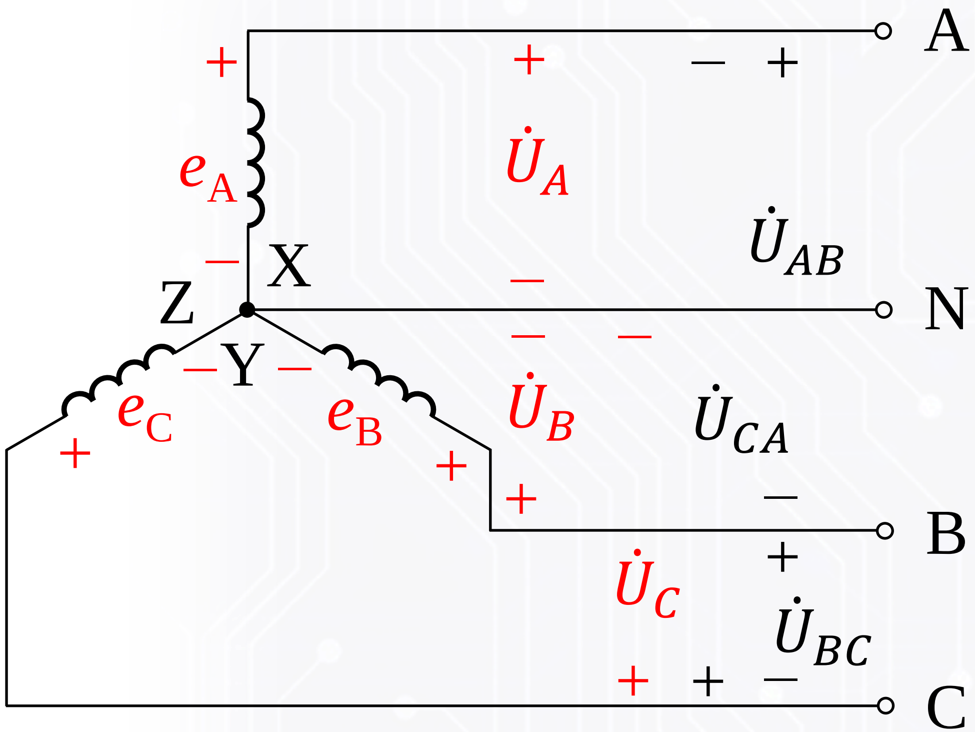
在低压系统，中性点通常接地，所以也称地线。

相电压：端线与中性线间（发电机每相绕组）的电压

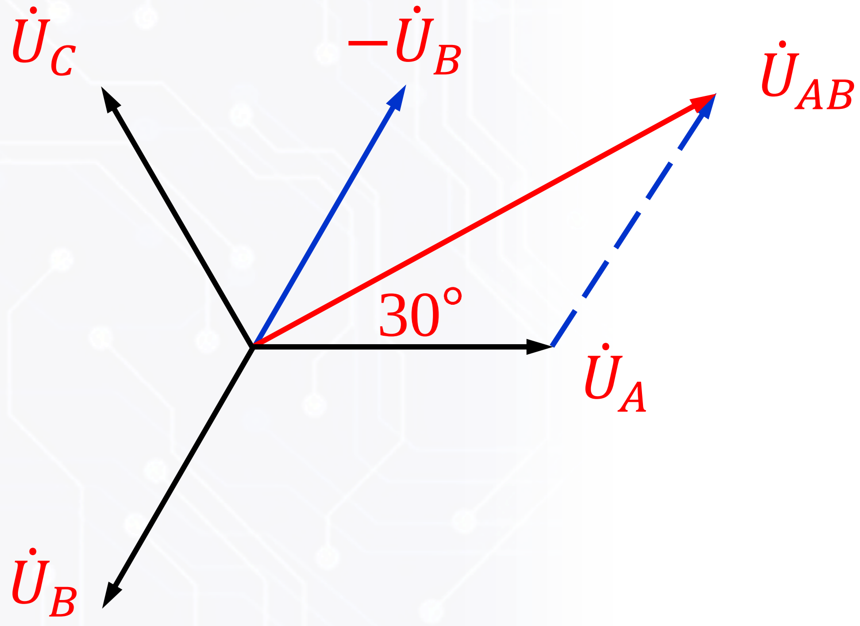
$\dot{U}_A$、$\dot{U}_B$、$\dot{U}_C$ 、$U_p$

线电压：端线与端线间的电压 $\dot{U}_{AB}$、$\dot{U}_{BC}$、$\dot{U}_{CA}$ 、$U_l$

## 2. 线电压与相电压的关系




相量图




根据KVL定律

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A$$

由相量图可得

$$\dot{U}_{AB} = \sqrt{3}\dot{U}_A \angle 30^\circ \quad = \sqrt{3}U_P \angle 30^\circ$$

$$= U_{\mathrm{L}} \angle 30^\circ$$

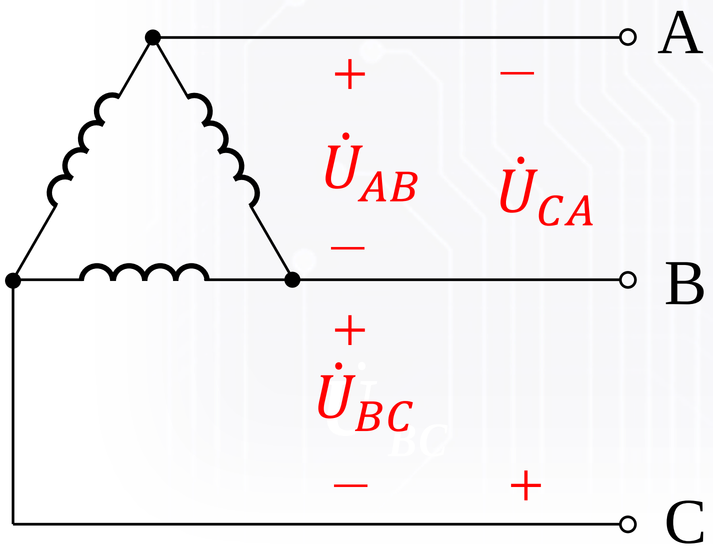
同理：

$$\dot{U}_{BC}=\sqrt{3}\dot{U}_B\angle 30°=\sqrt{3}U_P-90°=U_{\mathrm{L}}\angle-90°$$

$$\dot{U}_{CA}=\sqrt{3}\dot{U}_C\angle 30°=\sqrt{3}U_{\mathrm{P}}\angle 150°=U_{\mathrm{L}}\angle 150°$$

结论：电源Y形联结时，线电压$U_l=\sqrt{3}U_P$，且超前相应的相电压30°，三相线电压也是对称的。

3. 三相电源的三角形联结




- 结论：电源Δ形联结时，线电压$U_l$ =相电压$U_P$

# 负载星形联结的三相电路

# 一、三相负载

负载分类

负载
- 三相负载：需三相电源同时供电
  三相电动机等
- 单相负载：只需一相电源供电
  照明负载、家用电器

三相负载
- 对称三相负载：$Z_A = Z_B = Z_C$
  如三相电动机
- 不对称三相负载： 不满足 $Z_A = Z_B = Z_C$
  如由单相负载组成的三相负载

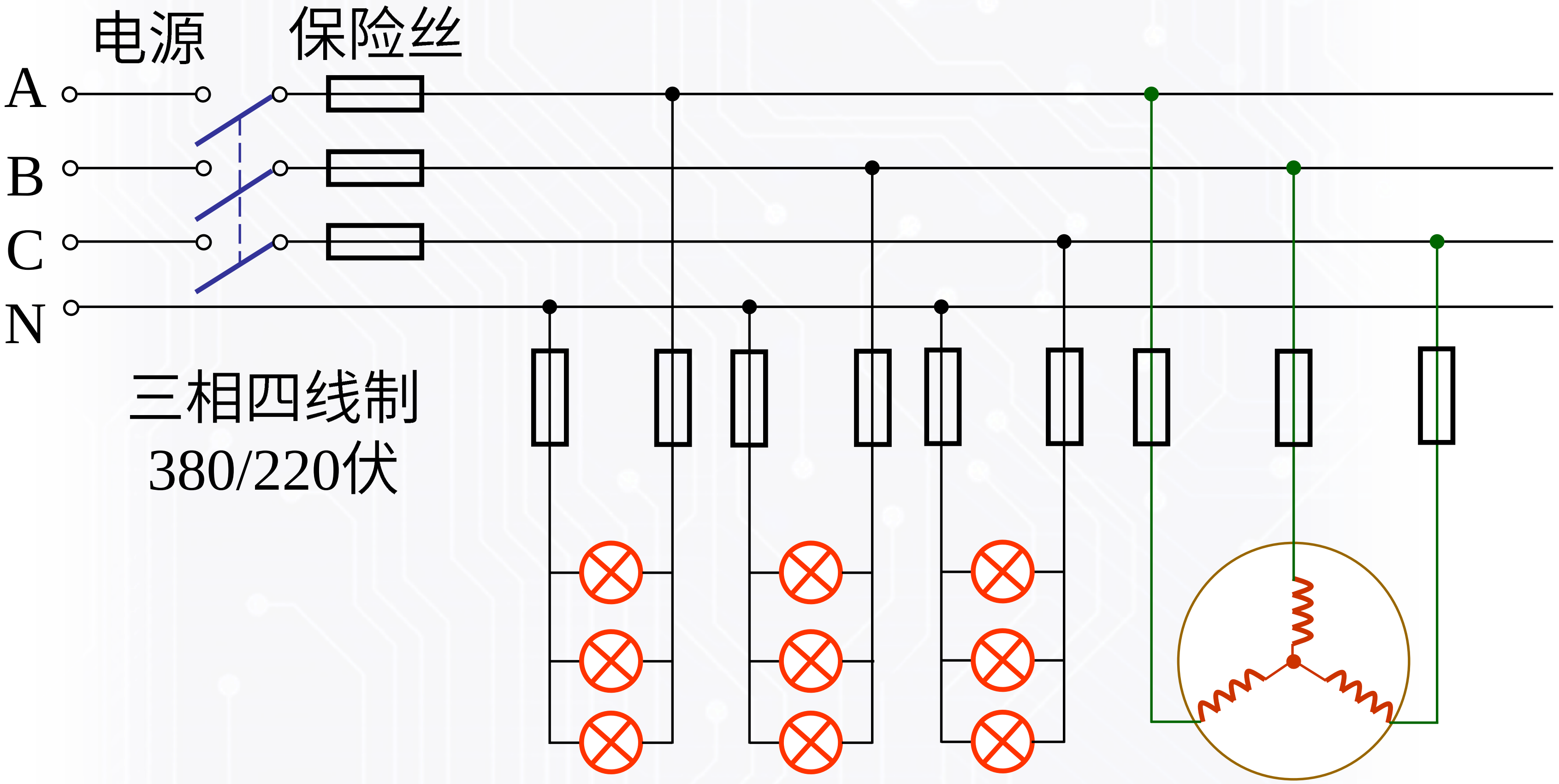
三相负载的联接

三相负载也有 Y和 Δ 两种接法，至于采用哪种方法 ，要根据负载的额定电压和电源电压确定。

# 二、三相负载连接原则

(1) 电源提供的电压 = 负载的额定电压；

(2) 单相负载尽量均衡地分配到三相电源上。

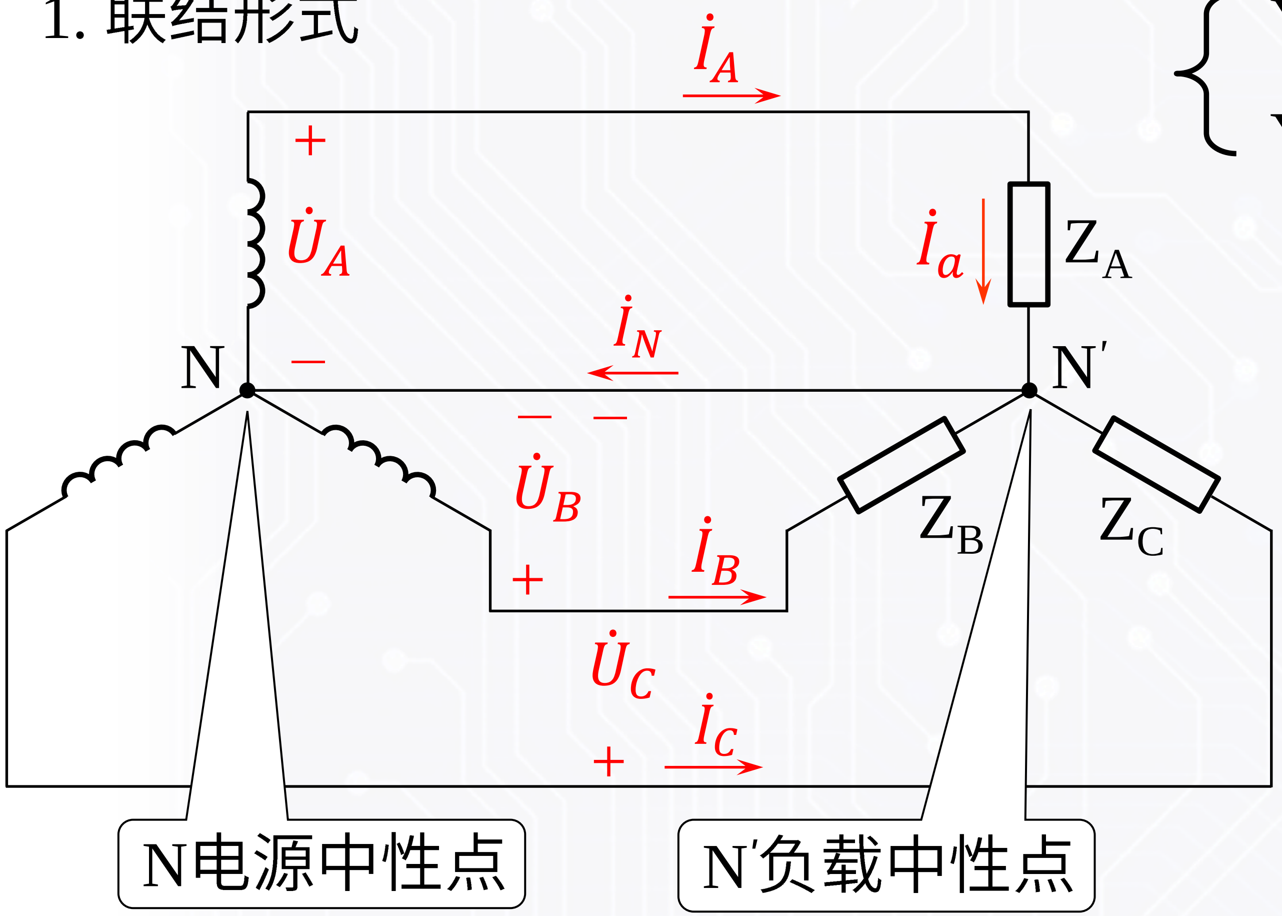



额定相电压为220伏的单相负载

额定线电压为380伏的三相负载

# 三、负载星形联结的三相电路

1. 联结形式




Y: 三相三线制

$Y_0$: 三相四线制

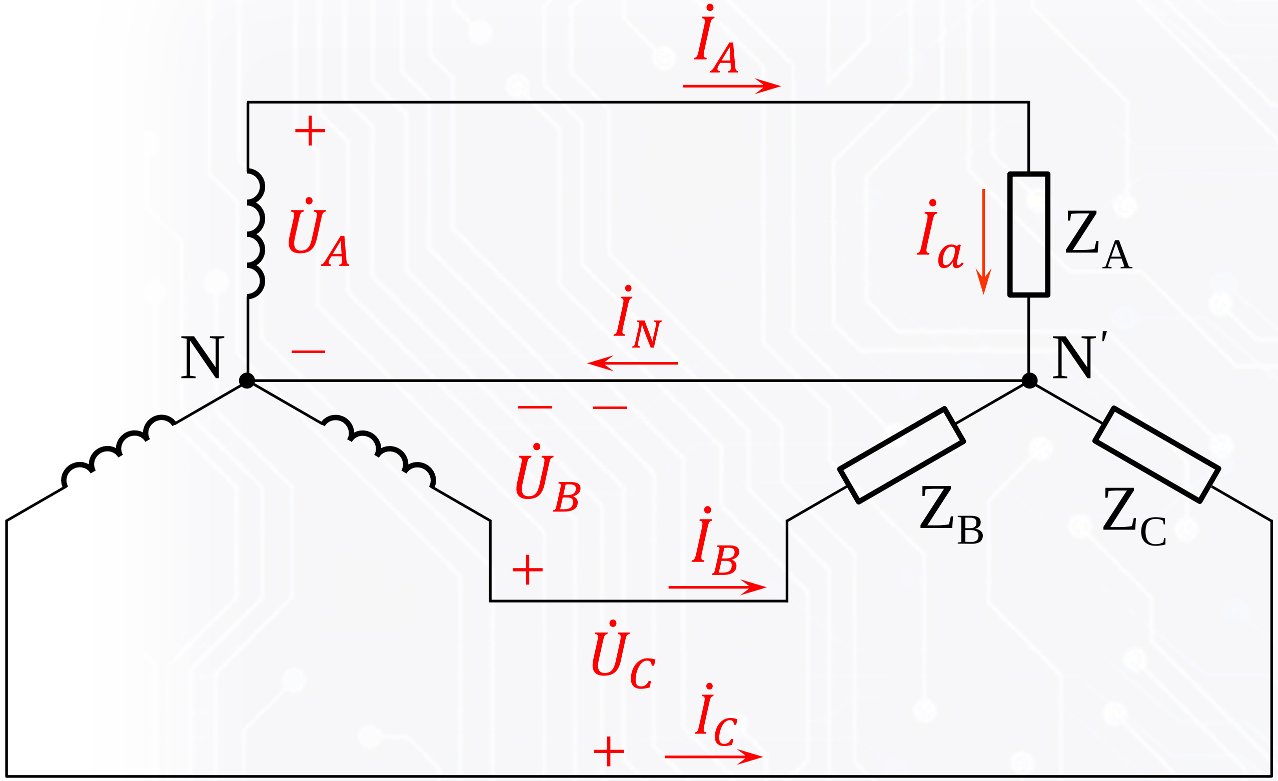
结论：

负载 Y联结时，线电流等于相电流。

相电流：流过每相负载的电流

线电流：流过端线的电流 $\dot{I}_A$、$\dot{I}_B$、$\dot{I}_C$

## 2. 负载星形联结电路的计算




Y 联结时：

$$U_L = \sqrt{3}U_P$$

$$I_L = I_P$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_A}$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z_B}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z_C}$$

1) 负载端的线电压＝电源线电压

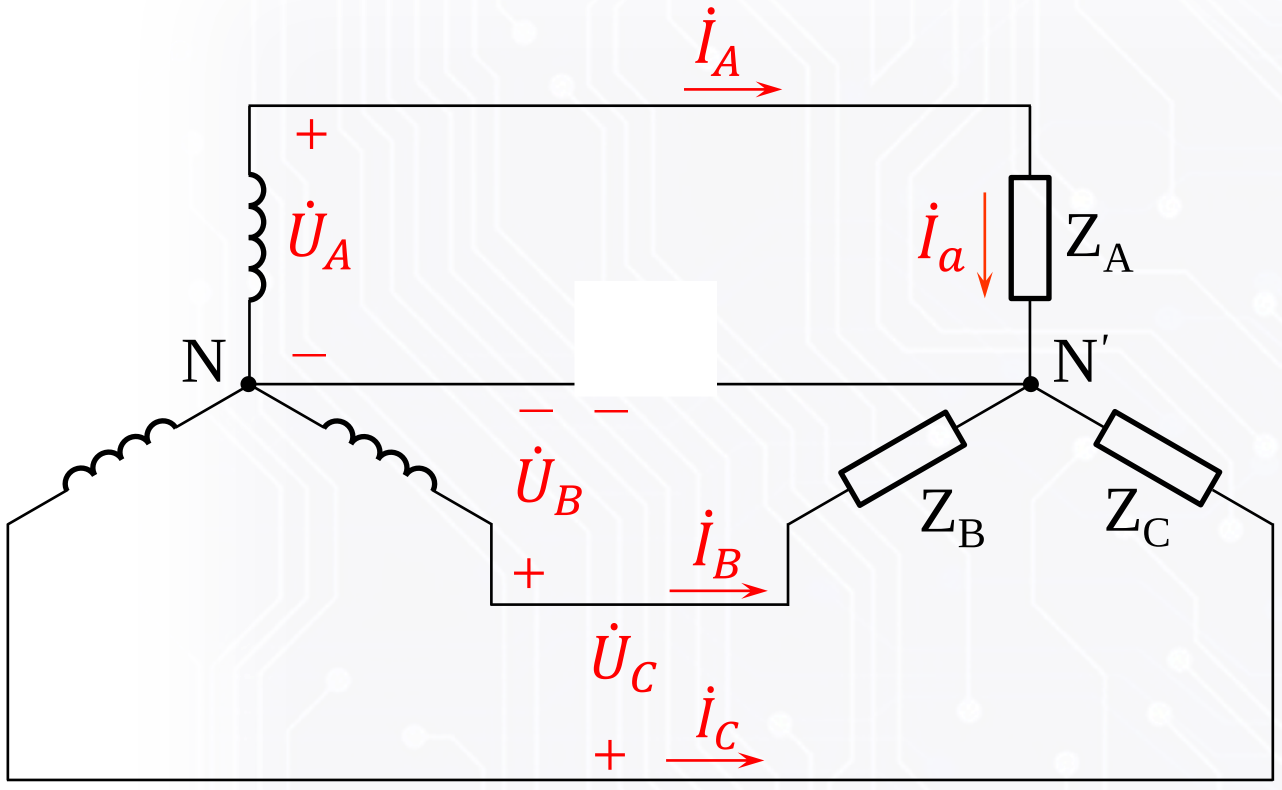
2) 负载的相电压＝电源相电压

3) 线电流＝相电流

4) 中线电流 $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$

- 负载 Y 联结带中性线时，可将各相分别看作单相电路计算。

## 3. 对称负载星形联结电路的计算




因为三相电压对称，且 $Z_A = Z_B = Z_C$

所以负载对称时，三相电流也对称。

中线电流 $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$

负载对称时，中性线无电流，

可省掉中性线。

负载对称时，只需计算一相电流，其它两相电流可根据对称性直接写出。

如：

$\dot{I}_A = 10\angle\ 30°\ \mathrm{A}$

可知：

$\dot{I}_B = 10\angle -90° A$

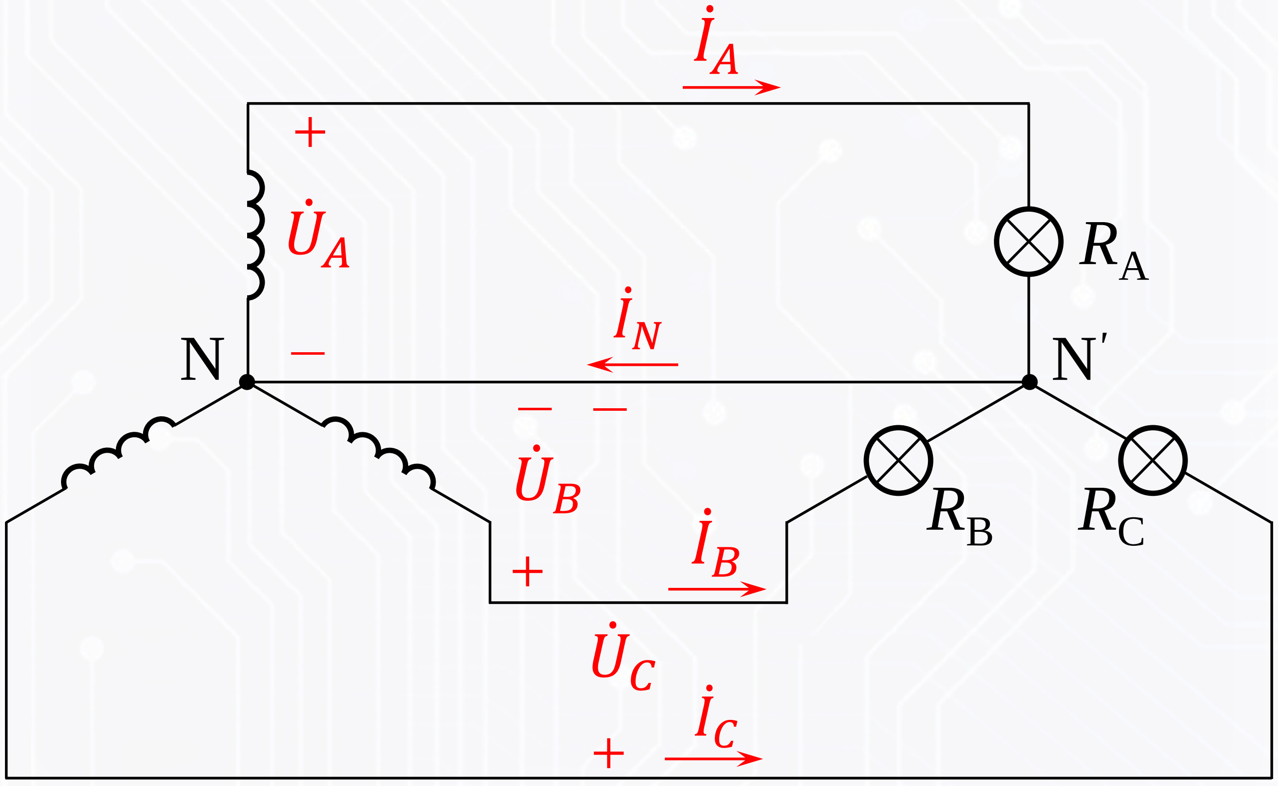
$\dot{I}_C = 10\angle +150° \mathrm{A}$

负载对称无中性线时

$U_{\mathrm{L}} = \sqrt{3} U_P$

例1： 一星形联结的三相电路，电源电压对称。设电源线电压 $u_{AB}=380\sqrt{2}\sin(314\ t+30°)\mathrm{V}$。 负载为电灯组。

若$R_A$=5 Ω，$R_B$=10 Ω，$R_C$=20 Ω，求线电流及中性线电流 $I_N$。



解：三相负载不对称（$R_A$=5Ω 、$R_B$=10 Ω 、$R_C$=20 Ω）

分别计算各线电流

$$\dot{I}_A=\frac{\dot{U}_A}{R_A}=\frac{220\angle 0°}{5}\mathrm{A}=44\angle 0°\mathrm{A}$$

$$\dot{I}_B=\frac{\dot{U}_B}{R_B}=\frac{220\angle -120°}{10}\mathrm{A}=22\angle -120°\ \mathrm{A}$$

$$\dot{I}_C=\frac{\dot{U}_C}{R_C}=\frac{220\angle +120°}{20}\mathrm{A}=11\angle +120°\ \mathrm{A}$$

中性线电流

$$\dot{I}_N=\dot{I}_A+\dot{I}_B+\dot{I}_C=44\angle 0°\mathrm{A}+22\angle -120\ °\mathrm{A}+11\angle +120\ °\mathrm{A}$$

$$=29\angle -19°\ \mathrm{A}$$

例2：照明系统故障分析

在上例中，试分析下列情况　（$R_A$=5Ω、$R_B$=10 Ω、$R_C$=20 Ω）

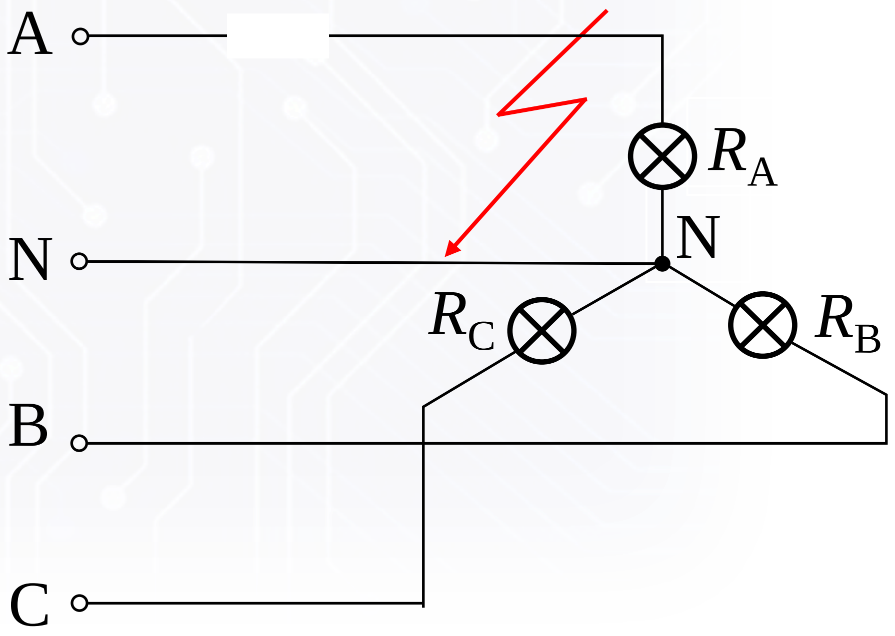
（1）A相短路: 中性线未断时，求各相负载电压；
　　　　　　　中性线断开时，求各相负载电压。

（2）A相断路: 中性线未断时，求各相负载电压；
　　　　　　　中性线断开时，求各相负载电压。

解：（1）A相短路

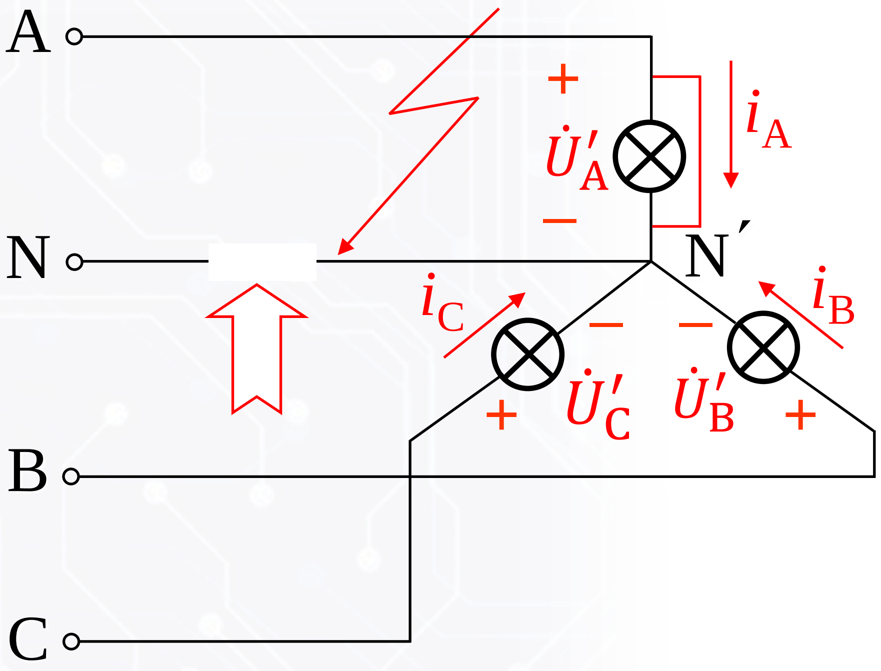
1）中性线未断

此时A相短路电流很大，将A相熔断丝熔断，而B相和C相未受影响，其相电压仍为220V，正常工作。



## 2）A相短路，中性线断开时

此时负载中性点N´即为A，因此负载各相电压为：




$U'_A = 0,\qquad U'_A = 0$

$U'_B = U'_{BA},\qquad U'_B = 380V$

$U'_C = U'_{CA},\qquad U'_C = 380V$

此情况下，B相和C相的电灯组由于承受电压上所加的电压都超过额定电压（220V），这是不允许的。

（2）A相断路

1）中性线未断

B、C相灯仍承受220V电压，正常工作。

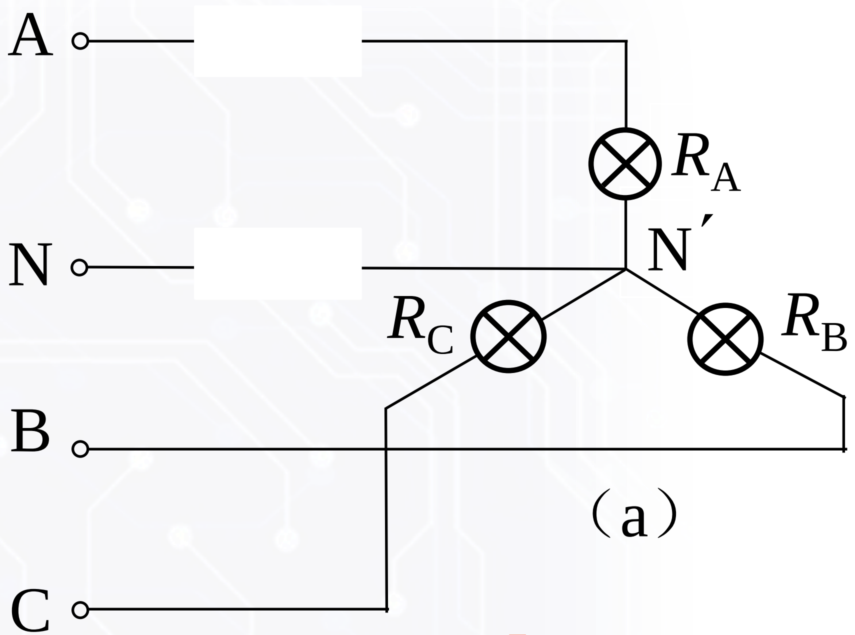
2）中性线断开

变为单相电路，如图（b）所示，由图可求得：

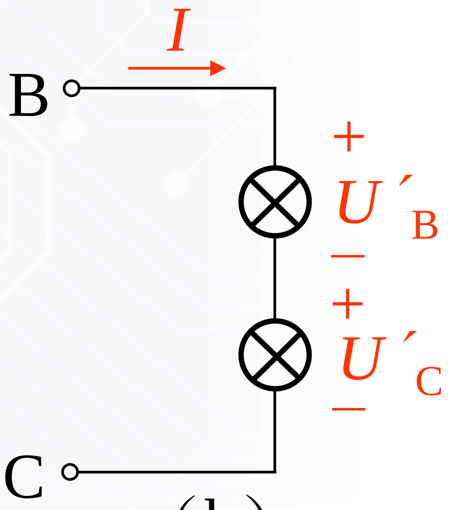
$$I=\frac{U_{BC}}{R_B+R_C}=\frac{380}{10+20}=12.7A$$

$$U'_B=I\cdot R_B=12.7\times 10=127V$$

$$U'_C=I\cdot R_C=12.7\times 20=254V$$



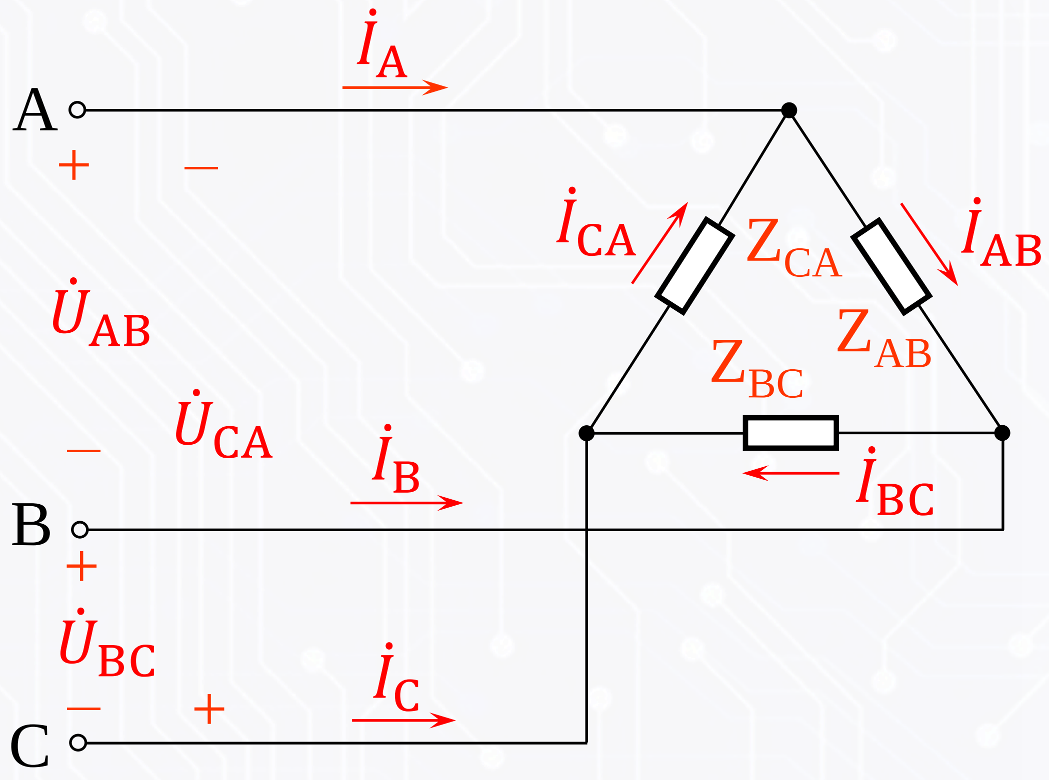

（a）




（b）

# 负载三角形联结的三相电路

# 一、负载三角形联结形式




线电流：流过端线的电流　$\dot{I}_A$、$\dot{I}_B$、$\dot{I}_C$

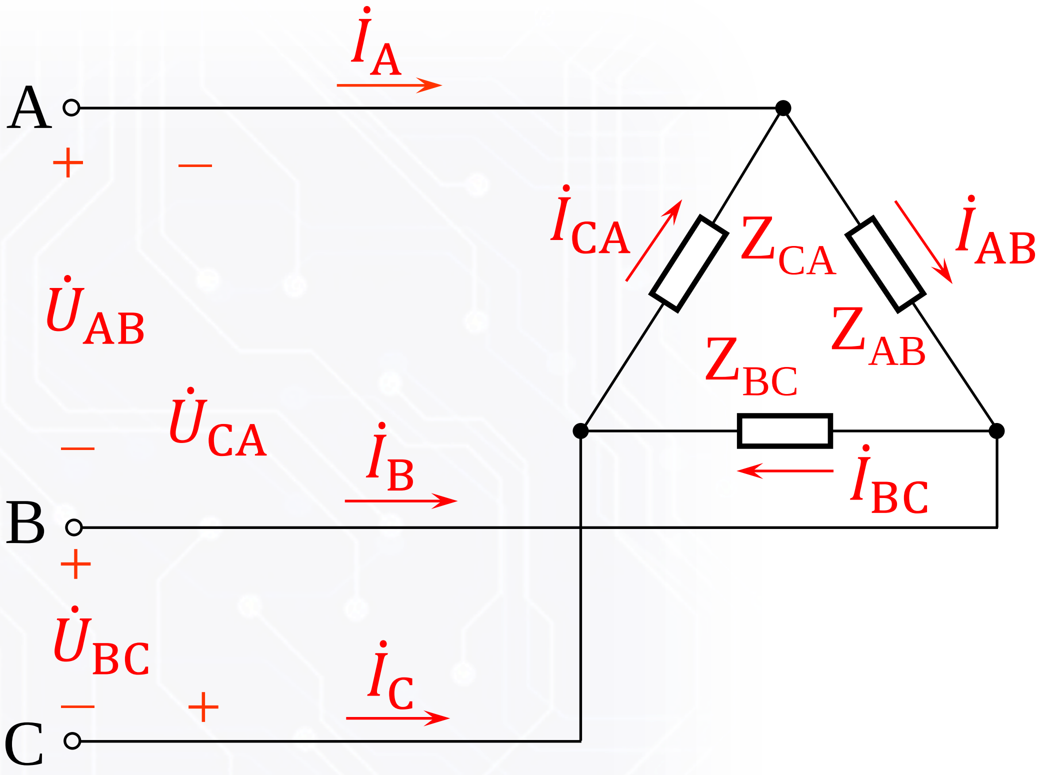
# 二、分析计算

1. 负载相电压=电源线电压

即: $U_P = U_L$

一般电源线电压对称，因此不论负载是否对称，负载相电压始终对称, 即

$$U_{AB}=U_{BC}=U_{CA}=U_l=U_P$$




2. 相电流

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_{AB}}$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_{BC}}$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z_{CA}}$$

相电流： $\dot{I}_{AB}$、$\dot{I}_{BC}$、$\dot{I}_{CA}$

线电流： $\dot{I}_A$、$\dot{I}_B$、$\dot{I}_C$

线电流不等于相电流

3. 线电流

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}$$

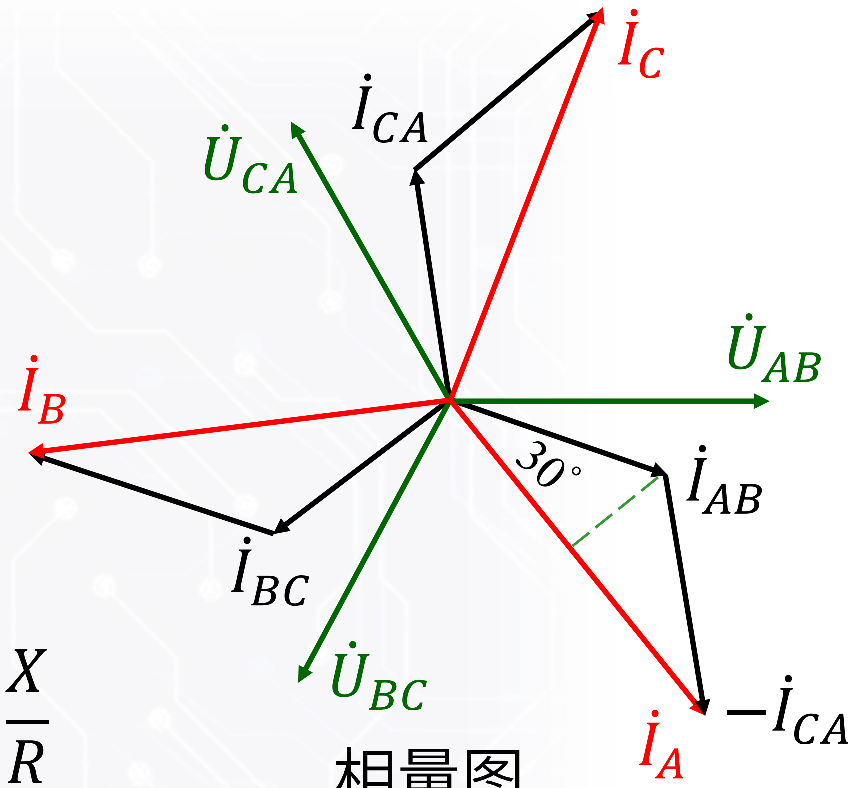
$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}$$

负载对称时，相电流对称，即

$$I_{AB} = I_{BC} = I_{CA} = I_P = \frac{U_P}{|Z|}$$

$$\varphi_{AB} = \varphi_{BC} = \varphi_{CA} = \varphi = \arctan\frac{X}{R}$$




相量图

为此线电流也对称，即 $I_A = I_B = I_C = I_l$

由相量图可求得：

$$I_l = 2I_{\mathrm{P}}\cos 30° = \sqrt{3}I_{\mathrm{P}}$$

线电流比相应的相电流滞后30°。

结论：对称负载Δ联接时，线电流 $I_l = \sqrt{3}I_P$(相电流)，且落后相应的相电流30°

# 三相功率

无论负载为 Y 或△联结，每相有功功率都应为

$$P_p = U_p I_p cos\varphi_p$$

当负载对称时：$P = 3U_p I_p cos\varphi_p$

相电压与相电流的相位差

对称负载Y联结时： $U_P = \frac{1}{\sqrt{3}} U_l, \quad I_P = I_l$

对称负载Δ 联结时： $U_P = U_l, \; I_P = \frac{1}{\sqrt{3}} I_l$

所以 $P = 3U_P I_P \cos\varphi_P = \sqrt{3} U_l I_l \cos\varphi_P$

同理 $Q = 3U_P I_P \sin\varphi_P = \sqrt{3} U_l I_l \sin\varphi_P$