

利用综合光流直方图的人群异常行为检测

熊饶饶¹, 胡学敏¹, 陈 龙², 周慧子¹

(1. 湖北大学 计算机与信息工程学院, 武汉 430062; 2. 中山大学 数据科学与计算机学院, 广州 510006)

摘 要: 针对公共区域下的智能视频监控问题, 提出一种新的从视频中检测人群异常行为的方法。利用混合高斯模型提取视频中的人群运动前景, 在运动前景区域内使用等间距抽样法提取特征点。在人群特征提取阶段, 给出光流特征提取方法, 通过 Lucas-Kanade 法计算特征点的光流场, 并统计计算全局特征点的光流方向直方图、光流大小直方图和光流加速度直方图, 将融合 3 种直方图的综合光流直方图作为人群特征, 使用支持向量机对特征数据进行训练和预测, 判断人群中是否存在异常行为。实验结果表明, 与基于社会力模型和纯光流方向直方图的方法相比, 该方法能够有效、实时地检测人群中的异常行为, 在 UMN 数据集上的检测率达到 97% 以上。

关键词: 异常行为检测; Lucas-Kanade 光流; 特征点提取; 运动矢量; 支持向量机

中文引用格式: 熊饶饶, 胡学敏, 陈 龙, 等. 利用综合光流直方图的人群异常行为检测[J]. 计算机工程, 2017, 43(10): 228-233.

英文引用格式: XIONG Raorao, HU Xuemin, CHEN Long, et al. Abnormal Crowd Behavior Detection Using Synthesized Optical Flow Histogram[J]. Computer Engineering, 2017, 43(10): 228-233.

Abnormal Crowd Behavior Detection Using Synthesized Optical Flow Histogram

XIONG Raorao¹, HU Xuemin¹, CHEN Long², ZHOU Huizi¹

(1. School of Computer Science and Information Engineering, Hubei University, Wuhan 430062, China;

2. School of Data and Computer Science, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510006, China)

[Abstract] To deal with the issue of intelligent video surveillance in public places, a novel method detecting abnormal crowd behavior from videos is proposed. The moving foreground is extracted from the video by using the Gaussian Mixture Model (GMM). Feature points are extracted from foreground regions by an equidistant sampling method. In the stage of crowd feature extraction, an optical flow feature extraction method is presented, where the Lucas-Kanade method is used to calculate the optical flow field. Crowd features are constructed by synthesizing three kinds of histograms including orientation, magnitude and acceleration of the optical flow. The Support Vector Machine (SVM) is applied to train and predict the feature data from the total histogram. Experimental results show that the proposed method can effectively detect abnormal crowd behaviors in real time compared with the methods based on social force model and pure histogram of optical flow. The detection rate in the UMN dataset is greater than 97%.

[Key words] abnormal behavior detection; Lucas-Kanade optical flow; feature point extraction; motion vector; Support Vector Machine (SVM)

DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2017.10.038

0 概述

公共场所下的人群管理和安全防范工作是现阶段城市建设的一个重要研究问题。利用公共区域的监控设备实时检测人群行为, 能够在异常情况出现时及时发出警示, 避免由于突发事件引起的踩踏等事故^[1-2]。因此, 基于视频流的人群异常行为检测在安防领域有着巨大的研究意义和商业价值。

目前, 国内外研究者已经做了很多有关人群异常行为检测的工作。现有的人群异常行为检测主要

有两大类: 基于光流 (Optical Flow, OF) 的方法。文献[3-4]采用 Horn-Schunck 光流法计算每一帧的光流方向直方图, 最后利用支持向量机 (Support Vector Machine, SVM) 分类器来检测人群异常行为; 文献[5]中提出了一种基于光流和灰度值的协方差矩阵的人群异常行为检测方法; 文献[6]中采用混合概率主成分分析和时空马尔科夫随机场模型的方法来检测人群行为; 文献[7]提出贝叶斯框架用于人群异常行为检测, 这类方法往往只利用了人群的运动方向信息, 人群的运动速度和加速度等信息缺失, 检测

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金 (41401525); 湖北省大学生创新创业训练计划项目 (201510512041)。

作者简介: 熊饶饶 (1995—), 男, 本科生, 主研方向为图像处理、智能视频分析; 胡学敏 (通信作者)、陈 龙, 讲师、博士; 周慧子, 本科生。

收稿日期: 2016-08-29 **修回日期:** 2016-10-21 **E-mail:** 1048631912@qq.com

率不高。基于社会力模型(Social Force Model, SFM)^[8]的方法。文献[9-10]分别在 SFM 的基础上,利用特征分析和分类的方法进行人群异常行为检测的研究。SFM 能准确地反映出人群发生异常时的行为特点,但需要考虑的因素较多,建模复杂。

本文提出一种基于综合光流直方图(Synthes-ized Histogram of Optical Flow, SHOF)的人群异常行为检测方法。在光流方向直方图(Histogram of Optical Flow Orientation, HOFO)的基础上,引入光流大小直方图(Histogram of Optical Flow Magnitude, HOFM)和光流加速度直方图(Histogram of Optical Flow Acceleration, HOFA),将融合3种直方图的 SHOF 作为人群特征,并利用 SVM 对人群特征进行分类,检测人群异常行为。

1 基于 SHOF 的人群异常行为检测方法

本文提出基于 SHOF 的人群异常行为检测方法主要分为3部分:人群特征点提取,综合光流直方图计算和异常行为检测,如图1所示。

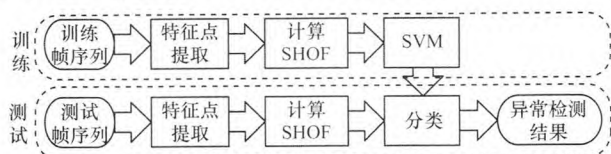


图1 人群异常行为检测流程

1.1 人群特征点提取

前景目标分割常用方法主要是背景差分法^[11-12]。本文采用一种基于面积反馈机制的混合高斯背景差分法进行运动前景图像分割^[13],该方法在传统混合高斯背景差分法的基础上,加入前景面积信息,在保证有效分割的同时提高算法的实时性。特征点提取示意图如图2所示。图2(a)为某一帧图像,图2(b)和图2(c)分别为背景图像和运动前景图像。可以看出,该方法能有效地分割出人群运动前景。由于前景中像素点太多,对每个前景像素点计算光流的计算量太大,因此本文采用了一种等距采样法来选取特征点,在运动前景图像中 x 轴和 y 轴方向每间隔 N (本文中 $N=3$) 个像素点取一个点作为特征点来计算光流,如图2(d)所示。

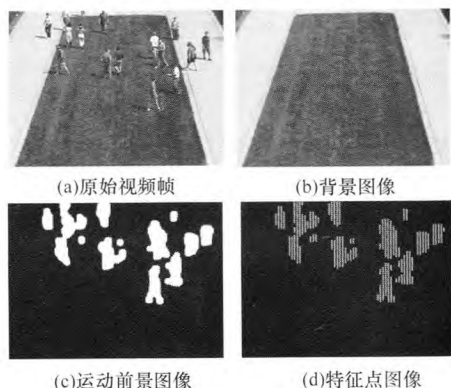


图2 特征点提取示意图

1.2 运动矢量与综合光流直方图计算

人群异常行为一般表现为运动方向异常和运动速度异常。光流法是一种有效提取运动目标方向和速度的方法。本文采用 Lucas-Kanada 光流算法^[4,14],该算法只需要每个感兴趣点周围小窗口的局部信息,可以有效减少计算量,提高算法的实时性。

1.2.1 运动矢量

在获取人群特征点之后,通过每个特征点的光流来估计人群运动信息。假设第 k 帧图像中第 i 个特征点的坐标为 (x_i^k, y_i^k) , $F_k = \{(x_1^k, y_1^k), (x_2^k, y_2^k), \dots, (x_n^k, y_n^k)\}$ 为第 k 帧图像特征点的集合, n 为特征点个数。利用 Lucas-Kanada 光流法,可以得到第 $i-s$ 帧的特征点集合 $F_{k-s} = \{(x_1^{k-s}, y_1^{k-s}), (x_2^{k-s}, y_2^{k-s}), \dots, (x_n^{k-s}, y_n^{k-s})\}$ 。为了减少运动信息的丢失,本文对原视频每 s 帧求取一次光流场,因此第 k 帧($k > s$)图像中的第 i 个特征点的运动位移长度 S_i^k 和运动方向 θ_i^k 可以通过式(1)和式(2)计算:

$$S_i^k = \sqrt{(x_i^k - x_i^{k-s})^2 + (y_i^k - y_i^{k-s})^2}, k > s \quad (1)$$

$$\theta_i^k = \arctan \frac{y_i^k - y_i^{k-s}}{x_i^k - x_i^{k-s}}, k > s \quad (2)$$

设原视频帧率为 f ,则可以通过 S_i^k 来计算第 k 帧中的第 i 个特征点的运动速度 V_i^k (像素/s)。

$$V_i^k = \frac{S_i^k \times f}{s} \quad (3)$$

在获取运动速度之后,利用相邻速度差分法求取运动加速度 A_i^k (像素/s²)。为了去除由于局部抖动产生的噪声的影响,本文对连续 s frame 速度进行平滑滤波。加速度计算如式(4)所示。

$$A_i^k = \frac{\sum_{m=k}^{k+s-1} (V_i^m - V_i^{m-s})}{s} \times f \quad (4)$$

1.2.2 综合光流直方图

一般而言,正常情况下的人群运动方向是无规律的,且运动速度相对较小。当出现异常情况的时候,人群可能突然向某一个方向奔跑、四周逃散,其运动方向将会明显集中在某个方向,或者出现多个方向比较均衡的情况,其运动速度也会相应的增加。因此,人群的运动方向和速度是表征人群是否异常的2个重要参数。为了描述序列图像中全局的人群状态,本文采用统计直方图的方法来建立人群运动方向和速度的数学模型。其中,用 HOFO 描述人群的运动方向特征, HOFM 描述人群的运动速度特征,其计算式如式(5)和式(6)所示。

$$O^k(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta \left(t - \left[\frac{b\theta_i^k}{R_o} \right] \right) \quad (5)$$

$$M^k(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta \left(t - \left[\frac{bV_i^k}{R_m} \right] \right) \quad (6)$$

其中, $O^k(t)$ 和 $M^k(t)$ 分别表示对第 k 帧光流的方向

直方图和大小直方图在 $(0, 1)$ 区间归一化之后的值; $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向下取整, t 的取值为 $1 \leq t \leq b$ ($t \in \mathbb{Z}$), 代表第 t 个直方图方格; b 表示的是直方图的组数; $\delta(t)$ 是单位冲激函数; R_o 和 R_m 分别表示的是光流方向直方图和光流大小直方图的横坐标取值范围。

另外, 当人群从正常变为异常状态的短暂时间内, 其运动速度和正常情况差别不明显, 但其加速度会突然增加。为了进一步提早对异常情况发出预警, 降低事故发生的可能性, 本文利用光流法计算出的加速度值, 计算人群的 HOFO 作为描述人群是否异常的特征之一, 其计算式如式 (7) 所示。

$$A^k(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta \left(t - \left\lfloor \frac{bA_i^k}{R_a} \right\rfloor \right) \quad (7)$$

其中, $A^k(t)$ 为第 k 帧光流加速度直方图在 $(0, 1)$ 区间归一化之后的值; R_a 为光流加速度直方图的横坐标取值范围。

为了尽可能多的保留运动信息, 但同时考虑到算法的实时性要求, 经过实验测试, 当 HOFO, HOFM 和

HOFA 均为 $b = 16$ 的均匀直方图时, $s = 3$ 时, 算法的综合性能较好。在本文实验中, HOFO 统计的光流方向范围是 $0^\circ \sim 360^\circ$, $R_o = 360^\circ$ 。HOFM 统计的光流大小范围是 0 像素/s ~ 50 像素/s, $R_m = 50^\circ$ 。HOFA 统计的是光流加速度范围是 -10 像素/s² ~ 10 像素/s², $R_a = 20^\circ$ 。在分别提取人群的 HOFO, HOFM 和 HOFA 之后, 本文将这三者联合起来, 形成一个 48 维的综合光流直方图 SHOF, 作为人群行为特征描述符。

图 3(a) ~ 图 3(d) 中显示的是正常帧的 SHOF, 人群无规律行走, 速度较慢, 因此, 其光流方向随机, 光流大小在 0 像素/s 的附近, 光流加速度集中在 0 像素/s² 的左右。图 3(e) ~ 图 3(h) 中显示异常帧的 SHOF, 人群向两侧逃散, 因此, 其光流方向集中在 $0^\circ \sim 22.5^\circ$ 和 $180^\circ \sim 202.5^\circ$ 之间, 光流大小主要集中在 $0^\circ \sim 18.75^\circ$ 之间, 运动速度明显增大, 光流加速度向两侧偏移, 即人群存在突然紧急加速和紧急减速的情况。从图 3 中可以看出, SHOF 能够充分反映人群的运动情况, 作为人群行为特征描述符。

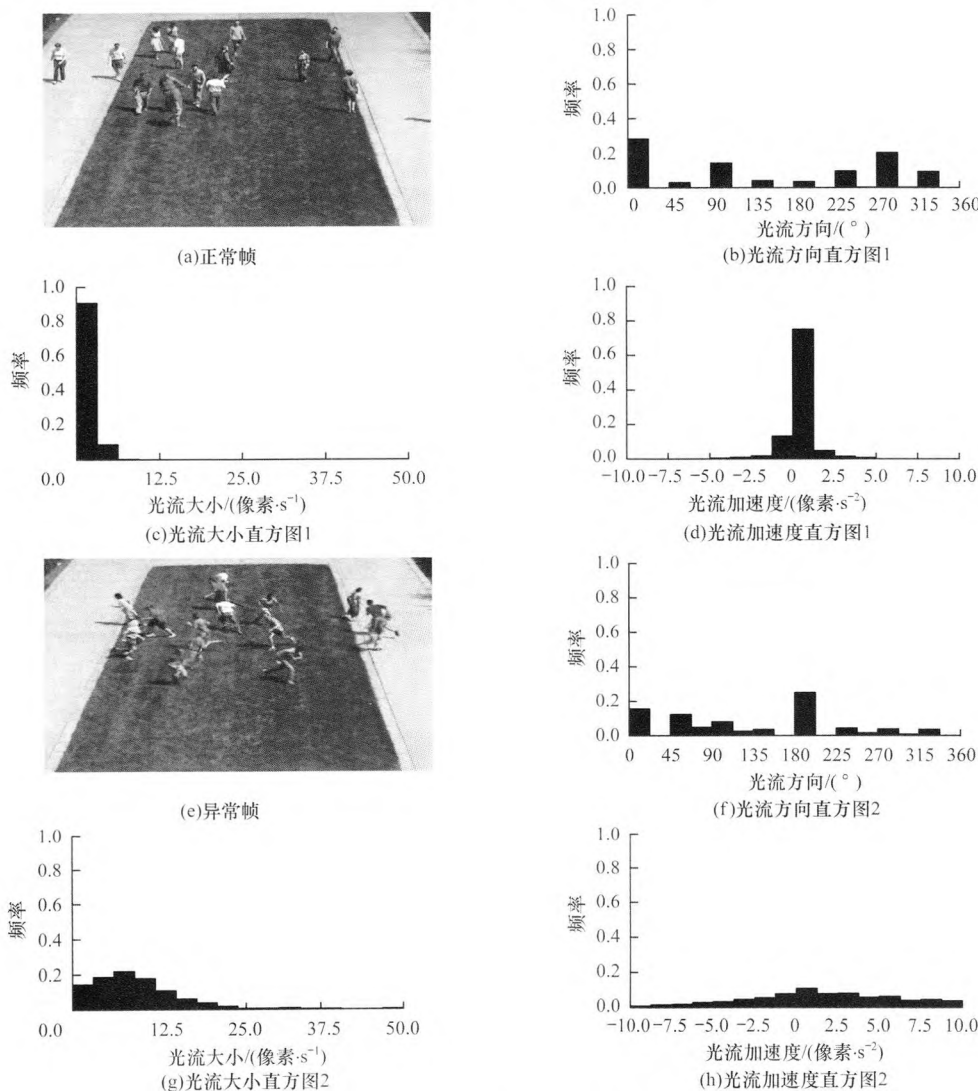


图 3 正常和异常人群的光流方向直方图、光流大小直方图、光流加速度直方图示例

1.3 分类器选取与异常行为检测

1.3.1 分类器选取

本文采用 SVM 分类器来检测人群异常行为。首先将 SHOF 的每一个值作为一个特征,即每个样本有 48 维特征。然后将训练样本放入到 SVM 中训练。最后将测试样本放入训练好的分类器中进行分类,根据分类结果来实现人群异常行为的检测。

SVM 是一个基于统计学习理论的机器学习方法,主要用于分类和回归分析,通过利用核函数将特征向量映射到高维空间,经过优化函数(式(8))求取最小值得到最优模型,然后送入决策函数(式(9))进行分类。本文利用 libSVM 中的 C-SVC 模型进行分类^[15]。

$$\min_{\omega, b, \xi} \frac{1}{2} \|\omega\|^2 + C \sum_{i=1}^n \xi_i - b \quad \text{subject to}$$
$$\omega^T \phi(x_i) \geq b - \xi_i, \xi_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

$$f(x) = \text{sgn}(\sum_{i=1}^n \alpha_i k(x_i, x) - b) \quad (9)$$

其中,矢量 ω 为待分类变量; C 即为惩罚系数,用于调节过拟合和欠拟合; ξ_i 为松弛变量,用于处理异常值; α_i 为原始变量空间下的拉格朗日乘子,用于最大化决策超平面间隔; $k(x_i, x)$ 为核函数,用于简化映射过后的空间的内积的运算; $\phi(x_i)$ 将变量映射到高维超平面,将非线性分类转换为线性分类。为了获取更加准确的分类结果,本文采用了线性核函数、多项式核函数、RBF 核函数、sigmoid 核函数 4 种核函数进行对比实验和分析。

1.3.2 异常行为检测

在异常行为检测阶段,本文首先通过 Lucas-Kanada 光流法计算人群特征点的光流,然后将每一帧的 SHOF 作为一个样本,将样本的一部分用于训练,一部分用于测试,具体流程如图 4 所示。

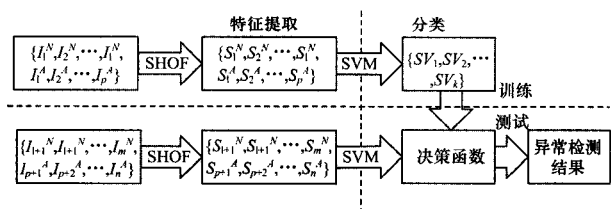


图 4 异常行为检测流程示例

假设样本中正常帧有 m 帧,异常帧有 n 帧。 I_m^N 表示第 m 个正常帧图像, I_n^A 表示第 n 个异常帧图像, $\{I_1^N, I_2^N, \dots, I_l^N, I_1^A, I_2^A, \dots, I_p^A\}$ 为训练样本,包含 l 个正常样本和 p 个异常样本, $\{I_{l+1}^N, I_{l+2}^N, \dots, I_m^N, I_{p+1}^A, I_{p+2}^A, \dots, I_n^A\}$ 为测试样本,包含 $m-l$ 个正常样本和 $n-p$ 个异常样本。 S_m^N 为第 m 个正常帧的 SHOF, S_n^A 为第 n 个异常帧的 SHOF, SV_i 为训练后的模型中

第 i 个支持向量,支持向量总个数为 k 。将支持向量 SV_i 和待分类样本代入决策函数式(9)可以得到式(10),函数结果为“1”表示正常帧,“-1”表示异常帧。

$$f(\{S_{l+1}^N, S_{l+2}^N, \dots, S_m^N, S_{p+1}^A, S_{p+2}^A, \dots, S_n^A\})$$
$$= \text{sgn}(\sum_{i=1}^k \alpha_i k(SV_i, \{S_{l+1}^N, S_{l+2}^N, \dots, S_m^N, S_{p+1}^A, S_{p+2}^A, \dots, S_n^A\}) - b) \quad (10)$$

本文中 $l = m/2, p = n/2$,实验结果表明,通过以上方法可以有效检测人群异常行为,并在人群出现异常情况时及时示警。

2 实验结果及分析

本文从美国明尼苏达大学 UMN 数据集中提取相关的视频进行测试。视频中包含草坪、室内、广场 3 个场景,视频分辨率为 320 像素 \times 240 像素,帧率为 30 像素/s。每个视频都是以人群正常随机走动开始,四周逃散或者同一方向逃散结束。本文采用网格遍历搜索结合交叉验证法来获取 SVM 的最佳参数^[16-17],并记录了最佳参数下的最高识别准确率作为本文方法的识别率,如表 1 所示。

表 1 不同核函数下的 AUC 和识别率

核函数	场景	AUC	识别率/%
线性核	草坪	1.000 0	100.00
	室内	0.945 9	91.85
	广场	0.999 1	98.85
多项式核	草坪	1.000 0	98.95
	室内	0.965 2	94.32
	广场	0.993 4	97.28
RBF 核	草坪	1.000 0	100.00
	室内	0.943 4	93.63
	广场	0.999 4	98.85
Sigmoid 核	草坪	1.000 0	100.00
	室内	0.916 3	92.26
	广场	0.999 8	99.57

另外,本文对比了最佳参数下不同核函数的分类效果,绘制每个场景下测试样本的检测结果的受试者工作特性曲线(Receiver Operating Curve, ROC),并计算 ROC 曲线下的面积(Area Under ROC Curve, AUC),如表 1 所示。UMN 视频检测结果如图 5~图 7 所示。图 5(c)、图 6(c)、图 7(c)为 4 种不同核函数下的测试样本检测结果分布图,灰色部分人群处于正常状态,黑色部分表示人群处于异常状态。将本文方法与 HOFO^[3],SFM^[9],pure OF^[9] 方法进行比较,如表 2 所示。

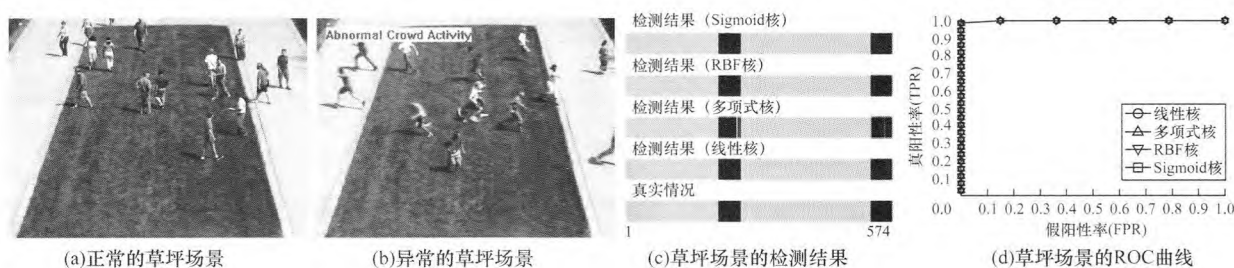


图 5 草坪检测结果

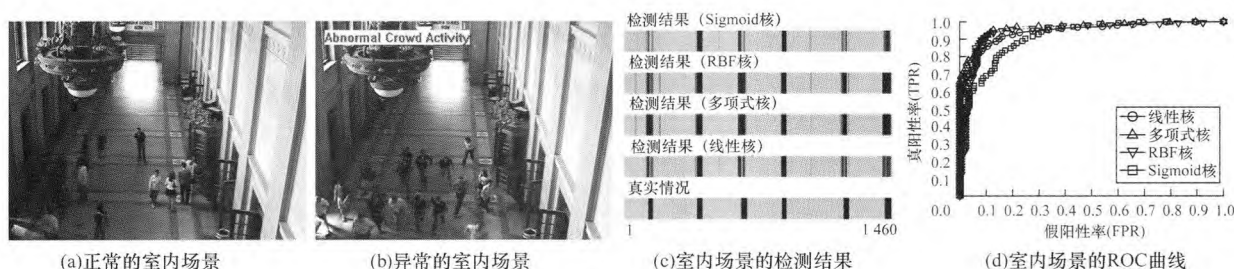


图 6 室内检测结果

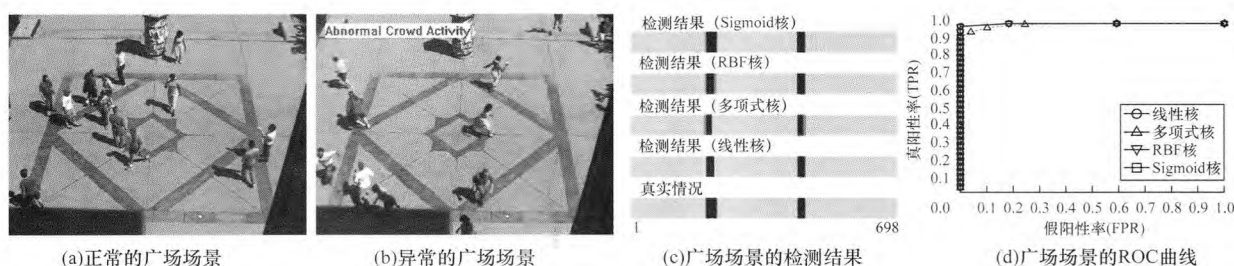


图 7 广场检测结果

表 2 不同检测方法 ROC 曲线下的面积对比

方法	草坪	室内	广场	场景平均值
SFM 方法	0.960 0	0.960 0	0.960 0	-
pure OF 方法	-	-	-	0.840 0
HOFO 方法	0.984 5	0.903 7	0.981 5	0.908 2
SHOF 方法	1.000 0	0.965 2	0.999 8	0.973 9

根据图 5 ~ 图 7、表 1 和表 2 可以得到以下结论:

1) 本文提出的 SHOF 特征能有效描述人群的异常行为状态。如表 1 所示,本文采用 SVM 分类器的 4 种不同的核函数对 SHOF 特征进行测试,在草坪场景 4 种不同的核函数得到的 AUC 均为最大值 1;在室内和广场场景中,多项式和 Sigmoid 核函数分别取得较高的 AUC 值。因此,无论采用哪种核函数,本文方法都可以得到较好的检测效果。

2) SHOF 方法能准确检测各种场景中的人群异常行为。如表 2 所示,在草坪、室内和广场 3 种场景中,SHOF 的 AUC 的最大值分别约为 1, 0.96 和 0.99。对于 3 个场景的平均测试结果,SHOF 和 HOFO 的 AUC 平均值分别约为 0.97 和 0.91,可见本文 SHOF 算法的检测效果更好。

3) SHOF 算法中引入了加速度直方图特征,能更早检测到人群异常行为,提高检测率。人群开始出现异常情况时,运动速度不大,而加速度较大。引入加速度能提高人群正常与异常临界状态时的检测率,起到提前警示的作用。如图 5(g) 所示,在真实的人群异常出现前几帧,本文方法就检测到了异常行为。

4) 本文提出的方法具有较好的实时性。本文实验所用计算机 CPU 为 Intel Core i7-4720HQ (四核, 2.6 GHz), 内存 8 GB, 软件平台为 Visual Studio 2013, 在人群异常行为检测的测试阶段,运行一帧图像所需平均时间为 73 ms, 满足一般的实时性系统要求。

3 结束语

本文提出一种利用综合光流直方图的人群异常行为检测方法。利用 Lucas-Kanada 光流法计算人群目标的运动方向、速度和加速度信息,并基于这 3 种信息,提出一种新的综合光流直方图特征描述人群行为,采用 SVM 作为分类器,并利用网格遍历搜索法结合交叉验证法获取最佳参数对分类器训练。本文在 UMN 数据集进行测试,实验结果表明,本文方法能够有效、实时地检测人群异常行为,并优于 pure OF、HOFO 和 SFM 等方法。

本文方法也存在一定的局限性。SVM 分类器需要提前输入样本训练,在实际的应用中需要不断地手动更新训练样本。另外,本文的方法基于全局图像进行异常行为检测,未单独考虑局部异常的情况。因此,未来将着重研究在线训练和检测的方法实现局部异常行为检测。

参考文献

- [1] 黄 鹏,刘 箴.一种基于动机理论的人群行为模型[J].计算机工程,2013,39(12):290-293.
- [2] 周 兵,李晓强,苏士美.实用户外视频监控异常检测策略[J].计算机工程,2003,29(16):16-17.
- [3] TIAN Wang, HICHEM S. Detection of Abnormal Visual Events via Global Optical Flow Orientation Histogram[J]. IEEE Transactions on Information Forensics and Security, 2014,9(6):988-998.
- [4] HORN B, SCHUNCK B. Determining Optical Flow[J]. Artificial Intelligence, 1981,1(17):185-203.
- [5] WANG Tian, CHEN Jie, SNOUSSI H. Online Detection of Abnormal Events in Video Streams[J]. Journal of Electrical and Computer Engineering, 2013,2013(20):1-12.
- [6] KIM J, GRAUMAN K. Observe Locally, Infer Globally: A Space-time MRF for Detecting Abnormal Activities with Incremental Updates [C]//Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2009:2921-2928.
- [7] WU Si, WONG Hau-san, YU Zhiwen. A Bayesian Model for Crowd Escape Behavior Detection[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2014,24(1):85-98.
- [8] HELBING D, MOLNAR P. Social Force Model for Pedestrian Dynamics [J]. Physical Review E, 1998, 51(5):4282-4286.
- [9] MEHRAN R, OYAMA A, SHAH M. Abnormal Crowd Behavior Detection Using Social Force Model [C]//Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2009:935-942.
- [10] ZHANG Yanhao, QIN Lei, JI Rongrong, et al. Social Attribute-aware Force Model: Exploiting Richness of Interaction for Abnormal Crowd Detection [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2015,25(7):1231-1245.
- [11] MOHAMED S S, TAHIR N M, ADNAN R. Background Modeling and Background Subtraction Performance for Object Detection [C]//Proceedings of the 6th International Colloquium on IEEE Signal Processing and Its Applications. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2010:1-6.
- [12] 郝毫刚,陈家琪.基于五帧差分 and 背景差分的运动目标检测算法[J].计算机工程,2012,38(4):146-148.
- [13] 胡学敏,郑 宏,张 清.利用加权面积透视变化对地铁站台进行人群监控[J].武汉大学学报(信息科学版),2012,37(3):343-347.
- [14] LUCAS B D, KANADE T. An Iterative Image Registration Technique with an Application to Stereo Vision [C]//Proceedings of International Joint Conference on Artificial Intelligence. Vancouver, Canada: Morgan Kaufmann Publishers, 1981:674-679.
- [15] CHANG C C, LIN C J. LIBSVM: A Library for Support Vector Machines [J]. ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology, 2011,2(3):389-396.
- [16] LAVALLE S M, BRANICKY M S, LINDEMANN S R. On the Relationship Between Classical Grid Search and Probabilistic Roadmaps [J]. International Journal of Robotics Research, 2004,23(7/8):673-692.
- [17] KOHAVI R. A Study of Cross-validation and Bootstrap for Accuracy Estimation and Model Selection [C]//Proceedings of International Joint Conference on Artificial Intelligence. Montreal, Canada: Morgan Kaufmann Publishers, 1995:1137-1145.

编辑 刘 冰

(上接第227页)

- [6] DEY T K, ZHAO W. Approximating the Medial Axis from the Voronoi Diagram with a Convergence Guarantee [J]. Algorithmica, 2004,38(1):179-200.
- [7] ZHOU Y, TOGA A W. Efficient Skeletonization of Volumetric Objects [J]. IEEE Transactions on Visualization & Computer Graphics, 1999,5(3):196-209.
- [8] NIBLACK C W, GIBBONS P B, CAPSON D W. Generating Skeletons and Centerlines from the Distance Transform [J]. CVGIP: Graphical Models and Image Processing, 1992,54(5):420-437.
- [9] 曹 嘉.三维点云模型骨架提取算法的研究与实现[D].北京:北京交通大学,2015.
- [10] BESL P J, JAIN R C. Segmentation Through Variable-order Surface Fitting [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 1988,10(2):167-192.
- [11] LONGJIANG E, WASEEM S, WILLIS A. Using a MAP-MRF Model to Improve 3D Mesh Segmentation Algorithms [C]//Proceedings of IEEE SoutheastCon. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2013:1-7.
- [12] LAVOU G, WOLF C. Markov Random Fields for Improving 3D Mesh Analysis and Segmentation [C]//Proceedings of Eurographics Conference on the 3d Object Retrieval. [S. l.]: Eurographics Association, 2008:25-32.
- [13] HUANG Hui, WU Shihao, Cohen-Or D, et al. L1-medial Skeleton of Point Cloud [J]. ACM Transactions on Graphics, 2013,32(4):1-8.
- [14] 卢孝新.基于马尔科夫随机场的三维网格模型分割算法研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2010.
- [15] LI G, MA W, BAO H. A New Interpolatory Subdivision for Quadrilateral Meshes [J]. Computer Graphics Forum, 2010,24(1):3-16.
- [16] GANDER W, GOLUB G H, STREBEL R. Least-squares Fitting of Circles and Ellipses [J]. Bit Numerical Mathematics, 1994,34(4):558-578.

编辑 刘 冰