中南大学考试试卷

2019 -- 2020 学年 二 学期 时间100分钟 2020 年 6 月 22 日

运筹学 课程 32 学时 2 学分 考试形式： 开 卷

专业年级： 智能18级 总分100分，占总评成绩 60 %

注：此页不作答题纸，请将答案写在答题纸上

一、单选题（本题30分，每小题3分） 25分钟

(1) 如果一个线性规划问题有 n 个变量，m 个约束方程($m < n$)，系数矩阵的秩为 m，则基可行解的个数最多为 C

A. m 个　　B. n 个　　C. C_n^m 个　　D. C_m^n 个

(2) 下列关于可行解，基本解，基可行解的说法错误的是 B .

A. 可行解中包含基可行解　　B. 可行解与基本解之间无交集

C. 线性规划问题有可行解必有基可行解　　D. 满足非负约束条件的基本解为基可行解

(3) 单纯形法当中，入基变量的确定应选择检验数 C

A. 绝对值最大　　B. 绝对值最小　　C. 正值最大　　D. 负值最小

(4) 在约束方程中引入人工变量的目的是 D

A. 体现变量的多样性　　B. 变不等式为等式

C. 使目标函数为最优　　D. 形成一个单位阵

(5) 对偶单纯形法的迭代是从 A 开始的。

A. 正则解　　B. 最优解　　C. 可行解　　D. 基本解

(6) 在线性规划的各项灵敏度分析中，一定会引起最优目标函数值发生变化的是 B 。

A. 目标系数 c_j 的变化　　B. 约束常数项 b_i 变化

C. 增加新的变量　　D. 增加新约束

(7) 求目标函数为极大的线性规划问题时，若全部非基变量的检验数≤0，且基变量中有人工变量时该问题有 B 。

A. 无界解　　B. 无可行解

C. 唯一最优解　　D. 无穷多最优解

(8) 设 $\overline{X}$ 、$\overline{Y}$ 分别是标准形式的原问题与对偶问题的可行解,则 C 。

A. $C\overline{X} \geq \overline{Y}B$　　B. $C\overline{X} = \overline{Y}B$

C. $C\overline{X} \leq \overline{Y}B$　　D. $C\overline{X} \neq \overline{Y}B$

(9) 若线性规划问题最优基中某个基变量的价值系数发生变化，则 *C* 。

A．该基变量的检验数发生变化　　B．其他基变量的检验数发生变化

C．所有非基变量的检验数发生变化　D．所有变量的检验数都发生变化

(10) 对于标准型的线性规划问题，下列说法错误的是则 *C* 。

A．在新增变量的灵敏度分析中，若新变量可以进入基底，则目标函数将得到进一步改善。

B．在增加新约束条件的灵敏度分析中，新的最优目标函数值不可能增加。

C．当某个右端常数 b_k 增加时，目标函数值一定增加。

D．某基变量的价值系数增大，目标函数值将得到改善。

(11) 在运输问题中，可以作为表上作业法的初始基可行解的调运方案应满足的条件是则 *D* 。

A．含有 m+n-1 个基变量。

B．基变量不构成闭回路。

C．含有 m+n-1 个基变量且不构成闭回路。

D．含有 m+n-1 个非零的基变量且不构成闭回路。

(12) 运输问题的初始方案中，没有分配运量的格所对应的变量为 *B* 。

A．基变量　　B．非基变量

C．松弛变量　　D．剩余变量

(13) 表上作业法中初始方案均为 *A* 。

A．可行解　　B．非可行解

C．待改进解　　D．最优解

(14)闭回路是一条封闭折线，每一条边都是 *D* 。

A．水平　　B．垂直

C．水平+垂直　　D．水平或垂直

(15)一般讲，在给出的初始调运方案中，最接近最优解的是 *C* 。

A．西北角法　　B．最小元素法

C．差值法　　D．位势法

(16)表上作业法的基本思想和步骤与单纯形法类似，因而初始调运方案的给出就相当于找到一个 *C* 。

A．基本解　　B．可行解

C．初始基本可行解　　D．最优解

(17)整数规划问题中，变量的取值可能是_*D*_。

A．整数　　　　B．0 或 1

C．大于 0 的非整数　　　　D．以上三种都有可能

(18)在下列整数规划问题中，分枝定界法和割平面法都可以采用的是_*A*_。

A．纯整数规划　　　　B．混合整数规划

C．0-1 规划　　　　D．线性规划

(19)下列方法中用于求解分配问题的是_*D*_。

A．单纯性表　　　　B．分枝定界法

C．表上作业法　　　　D．匈牙利法

(20)关于动态规划的描述，不正确的是_*B*_。

A．动态规划是解决多阶段决策过程最优化的一种常用算法思想。

B．动态规划的实质是分治思想和解决冗余，与分治法和溯回法类似。

C．在处理离散型问题时，动态规划比线性规划效果更好。

D．一个标准的动态规划算法包括划分阶段和选择状态两个步骤。

二、建模题（本题 16 分，每题 8 分） 25 分钟

1、某厂生产 A_1，A_2，A_3 三种产品，需要消耗 B_1、B_2 两种原材料，每件产品对原材料的消耗、每件产品的成本及原材料的现有存量如下，要求制定生产计划，依次满足下列目标：

P_1：A_1、A_2、A_3 的产量最少为 60、80、100，并依单位成本确定权系数；

P_2：原材料 B_1 的现有量可以超过；

P_3：原材料 B_2 的现有量不得超过；

P_4：总成本限制在 6000 元以下。

消耗 原料 / 产品	B_1	B_2	单位成本	需要量
A_1	9	4	25	≥60
A_2	3	7	20	≥80
A_3	5	8	30	≥100
现有量	1200	1500		

[解：]设生产 A_1，A_2，A_3 三种产品的数量分别为 x_1，x_2，x_3，依题意建立目标规划模型如下：

min $Z= P_1(5d_1^-+4d_2^-+6d_3^-) +P_2\, d_4^-+P_3d_5^++ P_4\, d_6^+$

s.t. $x_1+d_1^- -d_1^+ =60$

$x_2+d_2^--d_2^+=80$

$x_3+d_3^--d_3^+=100$

$9x_1+3x_2+5x_3+d_4^--d_4^+=1200$

$4x_1+7x_2+8x_3+d_5^- -d_5^+=1500$

$25x_1+20x_2+30x_3+d_6^--d_6^+=6000$

$x_1,x_2,x_3\ge0,\ d_i^-,d_i^+\ge0(i=1,2,3,4,5,6)$

2、某厂生产 A_1，A_2，A_3 三种产品，三种产品分别经 B_1、B_2、B_3 三种设备加工的情况如下，试制定一个最优的生产计划。

产品	机器生产率（件/小时）			原料成本（元/件）	产品单价（元）
	B_1	B_2	B_3		
A_1	20	10		15	55
A_2	10		25	25	90
A_3		20	20	10	50
成本（元/小时）	200	100	200		
可用机时	1100	1000	1300		

[解：] 设生产 A_1，A_2，A_3 三种产品的数量分别为 x_1，x_2，x_3，按利润最大为生产目标建立模型有：

生产 A_1 产品成本为： $(15+200/20+100/10)x_1=35x_1$

生产 A2 产品成本为：$(25+200/10+200/25)x_2=53x_2$

生产 A3 产品成本为：$(10+100/20+200/20)x_3=25x_3$

则有 max $Z=(55-35)x_1+(90-53)x_2+(50-25)x_3=20x_1+37x_2+25x_3$

s.t. $2x_1+x_2\le110$

$x_1+2x_3\le100$

$5x_2+4x_3\le260$

$x_1,x_2,x_3\ge0$

三、计算题（本题 15 分）30 分钟

已知线性规划问题　　$\max Z=6x_1-x_2+8x_3$,

s.t. $x_2+2x_3\le b_1$

$3x_1-x_2+x_3\le b_2$

$x_1,x_2,x_3\ge 0$

对于给定的非负常数 b_1 和 b_2，最优单纯形表如下：

C							
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
	x_3	4					
	x_1	2					

(1) 完成上述最优单纯形表(6 分)，并求 b_1 和 b_2(2 分)；

(2) 写出该问题的对偶问题(3 分)；

(3) 给出原问题和对偶问题的最优解和最优值(4 分)。

【解】标准型如下：

$$\max Z = 6x_1 - x_2 + 8x_3$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x_2 + 2x_3 + x_4 = b_1 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + x_5 = b_2 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

C			6	-1	8	0	0
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
8	x_3	4	0	1/2	1	1/2	0
6	x_1	2	1	-1/2	0	−1/6	1/3
Z		-44	0	-2	0	-3	-2

初始单纯形表

C			6	-1	8	0	0
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	x_4	b_1	0	1	2	1	0
0	x_5	b_2	3	-1	1	0	1
Z		0	6	-1	8	0	0

$$Q\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},\ Q = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ -1/6 & 1/3 \end{bmatrix},\ \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ -1/6 & 1/3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ -1/2 & -1/6 & 1/3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ -1/6 & 1/3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix},\quad \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 10 \end{bmatrix}$$

（2）对偶问题

$$\min W = 8y_1 + 10y_2$$

$$s.t. \begin{cases} 3y_2 \geq 6 \\ -y_1 + y_2 \leq 1 \\ 2y_1 + y_2 \geq 8 \\ y_1, y_2 \geq 0 \end{cases}$$

（3）原问题：最优解 $X=[2,0,4]^T$，最优值为 44

对偶问题：$Y=[3,2]^T$，最优值为 44

四、**计算题**（本题 15 分）

已知运输问题的产销平衡表与单位运价表如下，试用伏格尔法确定初始调运方案（4 分）；给出相应的总运价（3 分）；用闭回路法计算 x_{31} 的检验数（在表格中绘出闭回路）（6 分）；根据 x_{31} 的检验数判断是否需要调整调运方案，若需要，针对 x_{31} 确定新的调运方案（2 分）。

销地 产地	B1	B2	B3	B4	产量				行差额			
A1	9	5	4	8	7							
A2	2	8	3	6	5							
A3	7	3	5	4	8							
销量	2	6	6	6								
列差额												

解：伏格尔法确定初始方案（4 分）：

第一列差值最大，确定 $x_{21}=2$，划去第一列。

销地 产地	B1	B2	B3	B4	产量	行差额
A1	9	5	4	8	7	1
A2	2（2）	8	3	6	5	1
A3	7	3	5	4	8	1
销量	2	6	6	6		
列差额	5	2	1	2		

第二行差值最大，确定 $x_{23}=3$，划去第二行。

销地 产地	B1	B2	B3	B4	产量	行差额
A1	9	5	4	8	7	1
A2	2（2）	~~8~~	~~3（3）~~	~~6~~	3	3
A3	7	3	5	4	8	1
销量	0	6	6	6		
列差额	–	2	1	2		

第四列差值最大，确定 $x_{34}=6$，划去第四列。

销地 产地	B1	B2	B3	B4	产量	行差额
A1	9	5	4	8	7	1
A2	2（2）	~~8~~	~~3（3）~~	~~6~~	0	–
A3	7	3	5	4（6）	8	1
销量	0	6	3	6		
列差额	–	2	1	4		

第三行差值最大，确定 $x_{32}=2$，划去第三行，剩余基变量自然确定 $x_{12}=4$， $x_{13}=3$。

销地 产地	B1	B2	B3	B4	产量	行差额
A1	9	5（4）	4（3）	8	7	1
A2	2（2）	8	3（3）	6	0	–
A3	7	3（2）	5	4（6）	2	2
销量	0	6	3	0		
列差额	–	2	1	–		

则伏格尔法确定初始调运方案为 $x_{12}=4, x_{13}=3, x_{21}=2, x_{23}=3, x_{32}=2, x_{34}=6$。

相应总运价费为（3 分）：$5\times4+4\times3+2\times2+3\times3+3\times2+4\times6=75$。

闭回路法计算 x_{31} 的检验数（6 分）：

销地 产地	B1	B2	B3	B4	产量	行差额
A1	9	5（4）	4（3）	8	7	1
A2	2（2）	8	3（3）	6	5	–
A3	7	3（2）	5	4（6）	8	2
销量	2	6	6	6		
列差额	–	2	1	–		

闭回路如上图所示，检验数

$$\sigma_{31}=(c_{31}+c_{12}+c_{23})-(c_{32}+c_{13}+c_{21})=(7+5+3)-(3+4+2)=6$$

由于 x_{31} 的检验数大于 0，因此不需要针对 x_{31} 调整调运方案。（2 分）

五、计算题（本题 12 分）**30 分钟**

某部门需要为 4 位员工分配 4 项工作，他们的综合考评得分如下表，每位员工只需要做一项

工作，每项工作只需要一个人完成，请确定出总得分最大工作分配方案。

工作 / 员工	A	B	C	D
甲	84	87	86	90
乙	88	91	90	88
丙	92	89	89	90
丁	85	92	90	93

（1）写出原始效益矩阵，将最大化指派问题转化为最小化指派问题。

（2）试用匈牙利法在总得分最大的条件下确定各员工的工作分配方案。

（3）写出工作分配方案，计算出总得分。

解：

问题（1）

$$C=\begin{bmatrix}84&87&86&90\\88&91&90&88\\92&89&89&90\\85&92&90&93\end{bmatrix}$$

令 M=93， $C'=93-c_{ij}$

$$C'=\begin{bmatrix}9&6&7&3\\5&2&3&5\\1&4&4&3\\8&1&3&0\end{bmatrix}$$

问题（2）

1）变换系数矩阵，增加 0 元素

$$(c'_{ij})=\begin{bmatrix}9&6&7&3\\5&2&3&5\\1&4&4&3\\8&1&3&0\end{bmatrix}\begin{array}{c}-3\\-2\\-1\\ \end{array}\longrightarrow\begin{array}{c}\begin{bmatrix}6&3&4&0\\3&0&1&3\\0&3&3&2\\8&1&3&0\end{bmatrix}\\ \begin{array}{cccc}&&-1&\end{array}\end{array}\longrightarrow\begin{bmatrix}6&3&3&0\\3&0&0&3\\0&3&2&2\\8&1&2&0\end{bmatrix}$$

2）试指派

$$\begin{bmatrix}6&3&3&\Delta\\3&\times&\Delta&3\\\Delta&3&2&2\\8&1&2&\times\end{bmatrix}$$

3）作最少的直线覆盖所有 0 元素

$$\begin{array}{cc}\begin{bmatrix}6&3&3&\Delta\\3&\times&\Delta&3\\\Delta&3&2&2\\8&1&2&\times\end{bmatrix}&\begin{array}{c}\checkmark\\ \\ \\ \checkmark\end{array}\\ \begin{array}{cccc}&&&\checkmark\end{array}&\end{array}\longrightarrow\begin{array}{cc}\begin{bmatrix}6&3&3&\Delta\\3&\times&\Delta&3\\\Delta&3&2&2\\8&1&2&\times\end{bmatrix}&\begin{array}{c}\checkmark\\ \\ \\ \checkmark\end{array}\\ \begin{array}{cccc}&&&\checkmark\end{array}&\end{array}$$

4）没有被直线通过的元素中选择最小值为 1，变换系数矩阵，将没有被直线通过的所有元素减去这个最小元素；直线交点处的元素加上这个最小值，得到新的矩阵。

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & 2 & 3 \\ 7 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

5）得出最优解

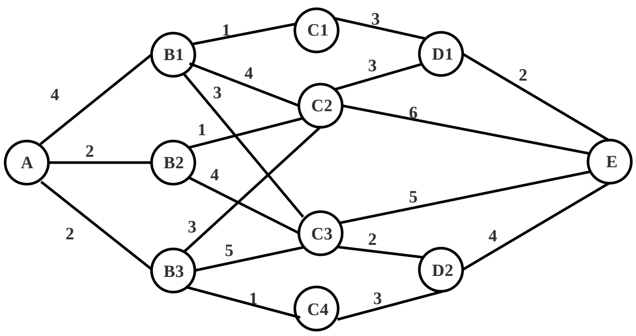
$$\begin{bmatrix} 5 & 2 & 2 & \Delta \\ 3 & \times & \Delta & 4 \\ \Delta & 3 & 2 & 3 \\ 7 & \Delta & 1 & \times \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

问题（3）

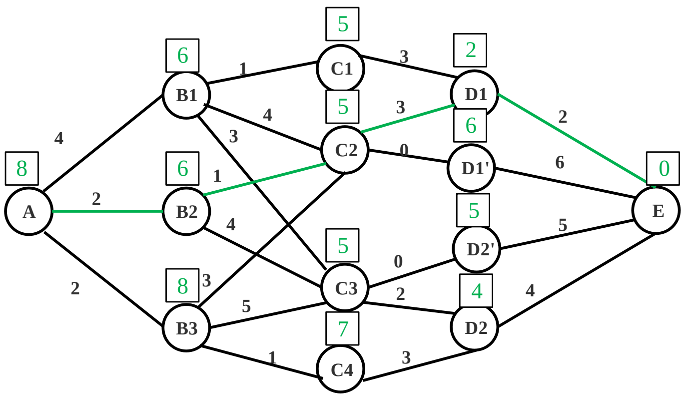
安排甲做 D 工作，乙做 C 工作，丙做 A 工作，丁做 B 工作，最大得分为 90+90+92+92=364

六、**计算题**（本题 12 分）

已知救护车需要将疑似新冠肺炎感染病人从小区 A 运到医院 E，他有如下多条路径可以选择，请帮救护车选择一条捷径（10 分），并给出需要行驶的最短距离是多少（假定距离单位为 km）（2 分）。



解：



最短路径：$AB_2C_2D_1E$，最短距离：8km