

中南大学考试试卷

2019 — 2020 学年 二 学期 时间 100 分钟 2020 年 6 月 22 日

运筹学 课程 32 学时 2 学分 考试形式: 开 卷

专业年级: 智能 18 级 总分 100 分, 占总评成绩 60 %

注: 此页不作答题纸, 请将答案写在答题纸上

一、单选题 (本题 30 分, 每小题 3 分) 25 分钟

(1) 如果一个线性规划问题有 n 个变量, m 个约束方程 ($m < n$), 系数矩阵的秩为 m , 则基可行解的个数最为 C

- A. m 个 B. n 个 C. C_n^m D. C_m^n 个

(2) 下列关于可行解, 基本解, 基可行解的说法错误的是 B.

- A. 可行解中包含基可行解 B. 可行解与基本解之间无交集
C. 线性规划问题有可行解必有基可行解 D. 满足非负约束条件的基本解为基可行解

(3) 单纯形法当中, 入基变量的确定应选择检验数 C

- A. 绝对值最大 B. 绝对值最小 C. 正值最大 D. 负值最小

(4) 在约束方程中引入人工变量的目的是 D

- A. 体现变量的多样性 B. 变不等式为等式
C. 使目标函数为最优 D. 形成一个单位阵

(5) 对偶单纯形法的迭代是从 A 开始的。

- A. 正则解 B. 最优解 C. 可行解 D. 基本解

(6) 在线性规划的各项灵敏度分析中, 一定会引起最优目标函数值发生变化的是 B。

- A. 目标系数 c_j 的变化 B. 约束常数项 b_i 变化
C. 增加新的变量 D. 增加新约束

二、建模题 (本题 16 分, 每题 8 分) 25 分钟

无, 没找到

三、计算题 (本题 15 分) 30 分钟

已知线性规划问题的标准型如下

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 70x_1 + 120x_2 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} 9x_1 + 4x_2 + x_3 = b_1 \\ 4x_1 + 5x_2 + x_4 = b_2 \\ 3x_1 + 10x_2 + x_5 = b_3 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

给定非负常数 b_1 、 b_2 、 b_3 ，最优单纯性表如下：

C							
C _B	X _B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	x_3	84				-78/25	
70	x_1	20				2/5	
120	x_2	24				-3/25	

(1) 完成上述最优单纯形表，并求 b_1 、 b_2 、 b_3 ；（6分）

(2) 写出该问题的对偶问题；（3分）

(3) 给出原问题和对偶问题的最优解和最优值。（3分）

解：初始单纯形表如下

C			70	120	0	0	0
C _B	X _B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	x_3	b_1	9	4	1	0	0
0	x_4	b_2	4	5	0	1	0
0	x_5	b_3	3	10	0	0	1
0			70	120	0	0	0

首先 x_2 进基， x_5 出基，得到

C			70	120	0	0	0
C _B	X _B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	x_3	$b_1 - 2/5 b_3$	39/5	0	1	0	-2/5
0	x_4	$b_2 - b_3/2$	5/2	0	0	1	-1/2
120	x_2	$b_3/10$	3/10	1	0	0	1/10
-12 b_3			34	0	0	0	-12

然后 x_1 进基， x_4 出基，得到

C			70	120	0	0	0
C _B	X _B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	x_3	$b_1 - 78/25 b_2 + 29/25 b_3$	0	0	1	-78/25	29/25
70	x_1	$2/5 b_2 - b_3/5$	1	0	0	2/5	-1/5
120	x_2	$4/25 b_3 - 3/25 b_2$	0	1	0	-3/25	4/25
- (68/5 b_2 + 26/5 b_3)			0	0	0	-13.6	-5.2

列出等式

$$\begin{cases} b_1 - 78/25 b_2 + 29/25 b_3 = 84 \\ 2/5 b_2 - b_3/5 = 20 \\ 4/25 b_3 - 3/25 b_2 = 24 \end{cases}$$

得到

$$\begin{cases} b_1 = 360 \\ b_2 = 200 \\ b_3 = 300 \end{cases}$$

对偶问题如下：

$$\min w = 360y_1 + 200y_2 + 300y_3$$

$$s.t. \begin{cases} 9y_1 + 4y_2 + 3y_3 \geq 70 \\ 4y_1 + 5y_2 + 10y_4 \geq 120 \\ y_1, y_2, y_3 \geq 0 \end{cases}$$

原问题的最优解为 $x^* = [20, 24]^T, Z^* = 4280$ 。

原问题的最优解为 $y^* = [0, 13.6, 5.2]^T, W^* = 4280$ 。

四、计算题（本题 15 分）

已知运输问题的产销平衡表与单位运价表如下，试用西北角法确定初始调运方案（5 分）；并给出相应的总运价（3 分）；用闭回路法计算 x_{21} 的检验数（4 分）；根据 x_{21} 的检验数判断是否需要调整调运方案，若需要，针对 x_{21} 确定新的调运方案并给出总运价（6 分）。

销地 产地	B1	B2	B3	B4	产量
A1	5	4	2	7	11
A2	1	8	6	7	9
A3	3	9	6	2	7
销量	6	8	9	4	

解：西北角法确定初始方案如下所示（5 分）：

销地 产地	B1	B2	B3	B4	产量
A1	5 (6)	4 (5)	2	7	11
A2	1	8 (3)	6 (6)	7	9
A3	3	9	6 (3)	2 (4)	7
销量	6	8	9	4	

则西北角法确定初始调运方案为： $x_{11} = 6, x_{12} = 5, x_{22} = 3, x_{23} = 6, x_{33} = 3, x_{34} = 4$ 。

相应总运价费为（3 分）： $5 \times 6 + 4 \times 5 + 8 \times 3 + 6 \times 6 + 6 \times 3 + 2 \times 4 = 136$ 。

闭回路法计算 x_{21} 的检验数（4 分）：

闭回路为 $\{x_{21}, x_{11}, x_{12}, x_{22}\}$ ，则检验数为：

$$\sigma_{21} = (c_{21} + c_{12}) - (c_{11} + c_{22}) = (1 + 4) - (5 + 8) = -8$$

由于 x_{21} 的检验数小于0，因此需要针对 x_{21} 调整调运方案。（6分）

$$\theta = \min\{x_{11}, x_{22}\} = \min\{6, 3\} = 3$$

$$\begin{cases} x_{21} = 0 + \theta = 3; \\ x_{11} = 6 - \theta = 3; \\ x_{12} = 5 + \theta = 8; \\ x_{22} = 3 - \theta = 0 \end{cases}$$

则新的调运方案为：

销地 产地	B1	B2	B3	B4	产量
A1	5 (3)	4 (8)	2	7	11
A2	1 (3)	8	6 (6)	7	9
A3	3	9	6 (3)	2 (4)	7
销量	6	8	9	4	

$$\text{即 } x_{11} = 3, x_{12} = 8, x_{21} = 3, x_{23} = 6, x_{33} = 3, x_{34} = 4$$

$$\text{新调运方案的总运费为： } 5 \times 3 + 4 \times 8 + 1 \times 3 + 6 \times 6 + 6 \times 3 + 2 \times 4 = 112$$

五、计算题（本题 12 分）30 分钟

某学校需要派 4 名同学参加比赛，四位同学的综合考评得分如下表所示，正式比赛时，每位同学只需要完成一个项目，每个项目只需要一位选手完成，请确定出使总得分最大的比赛项目分工方案。

项目 选手	A	B	C	D
甲	96	92	93	92
乙	92	95	97	94
丙	95	97	95	98
丁	93	97	99	98

- （1）写出原始效益矩阵，将最大化指派问题转化为最小化指派问题。（2分）
- （2）试用匈牙利法在总得分最大的条件下确定各位同学的比赛项目分配方案。（6分）
- （3）写出比赛项目分配方案，计算出总得分。（4分）

【解】

问题（1）

$$C = \begin{bmatrix} 96 & 92 & 93 & 92 \\ 92 & 95 & 97 & 94 \\ 95 & 97 & 95 & 98 \\ 93 & 97 & 99 & 98 \end{bmatrix}$$

令 $M=99$, $C'=99-c_{ij}$

$$C' = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 2 & 5 \\ 4 & 2 & 4 & 1 \\ 6 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

问题（2）

1) 变换系数矩阵，增加 0 元素

$$(c'_{ij}) = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 2 & 5 \\ 4 & 2 & 4 & 1 \\ 6 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} -3 \\ -2 \\ -1 \\ -1 \end{matrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 3 & 0 \\ 6 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 0 & 3 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & 0 \\ 6 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2) 试指派

$$\begin{bmatrix} \Delta & 3 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & \Delta & 3 \\ 3 & \times & 3 & \Delta \\ 6 & 1 & \times & 1 \end{bmatrix}$$

3) 作最少的直线覆盖所有 0 元素

$$\begin{bmatrix} \Delta & 3 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & \Delta & 3 \\ 3 & \times & 3 & \Delta \\ 6 & 1 & \times & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \checkmark \\ \checkmark \\ \checkmark \\ \checkmark \end{matrix} \longrightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \Delta & 3 & 3 & 4 \\ \hline 5 & 1 & \Delta & 3 \\ \hline 3 & \times & 3 & \Delta \\ \hline 6 & 1 & \times & 1 \\ \hline \end{array} \begin{matrix} \checkmark \\ \checkmark \\ \checkmark \\ \checkmark \end{matrix}$$

4) 没有被直线通过的元素中选择最小值为 1，变换系数矩阵，将没有被直线通过的所有元素减去这个最小元素；直线交点处的元素加上这个最小值，得到新的矩阵。

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 & 4 \\ 4 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 4 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5) 得出最优解

$$\begin{bmatrix} \Delta & 3 & 4 & 4 \\ 4 & \Delta & \times & 2 \\ 3 & \times & 4 & \Delta \\ 5 & \times & \Delta & \times \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{或} \begin{bmatrix} \Delta & 3 & 4 & 4 \\ 4 & \times & \Delta & 2 \\ 3 & \times & 4 & \Delta \\ 5 & \Delta & \times & \times \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{或} \begin{bmatrix} \Delta & 3 & 4 & 4 \\ 4 & \times & \Delta & 2 \\ 3 & \Delta & 4 & \times \\ 5 & \times & \times & \Delta \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

问题（3）

有 3 种安排方法，分别为：

安排甲做 A 工作，乙做 B 工作，丙做 D 工作，丁做 C 工作，最大得分为 $96+95+98+99=388$

安排甲做 A 工作，乙做 C 工作，丙做 D 工作，丁做 B 工作，最大得分为 $96+97+98+97=388$

安排甲做 A 工作，乙做 C 工作，丙做 B 工作，丁做 D 工作，最大得分为 $96+97+97+98=388$

六、计算题（本题 12 分）

无，没找到