§ 9-3 感生电动势　感生电场

一、感生电场

当导体回路不动，由于磁场变化引起磁通量改变而产生的感应电动势，叫做感生电动势。

变化的磁场在其周围激发了一种电场，这种电场称为感生电场。当闭合导线处于变化的磁场中时，感生电场作用于导体中自由电荷，从而引起导体中的感生电动势和感生电流。

以$\vec{E}_{\mathrm{i}}$表示感生电场的场强，根据电源电动势的定义及电磁感应定律，则有

$$\oint_L \vec{E}_{\mathrm{i}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

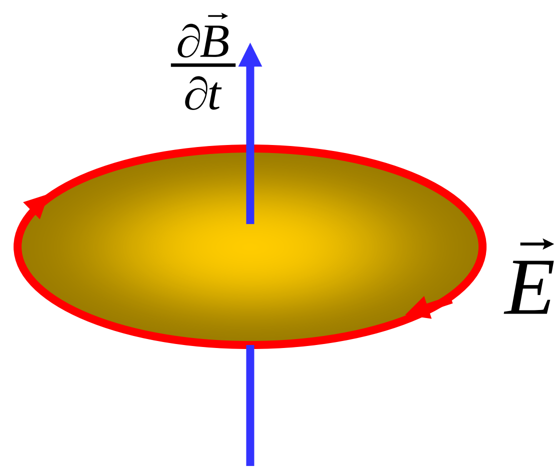
变化的磁场产生电场

注意：

（1）场的存在并不取决于空间有无导体回路存在，变化的磁场总是在空间激发电场。

（2）在自然界中存在着两种以不同方式激发的电场，所激发电场的性质也截然不同。由静止电荷所激发的**静电场是保守力场（无旋场）**；由变化磁场所激发的**感生电场不是保守力场（有旋场）**。

（3）$\vec{E}$线的绕行方向与所围的$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$的方向构成左手螺旋关系。



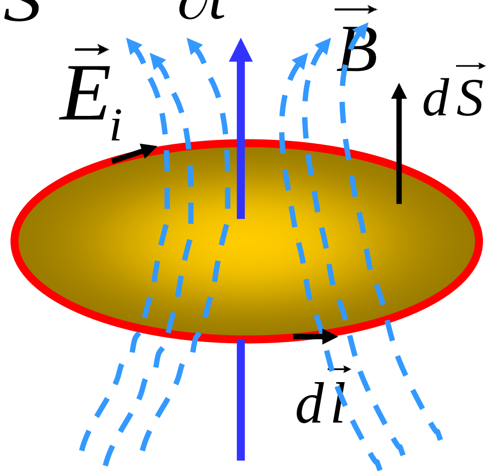
$$\oint_L \vec{E}_{\mathrm{i}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

可以确定方向，分大于小于零
电动势与dl同向还是反向

与用楞次定律判断的结果是一样的

$$\oint_L \vec{E}_{\mathrm{i}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} > 0$$

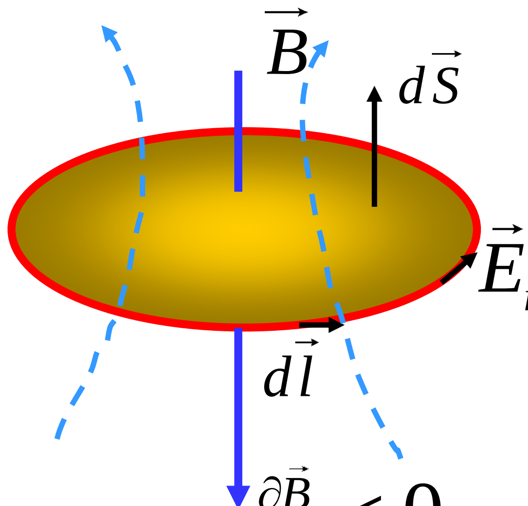


情况1：回路磁通量增加

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S} > 0 \therefore -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S} < 0$$

$$\oint_L \vec{E}_{\mathrm{i}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} < 0 \Rightarrow \vec{E}_{\mathrm{i}} \text{ 与 } d\vec{l} \text{ 逆向}$$

假设有一线圈



$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} < 0$$

情况2：回路磁通量减少

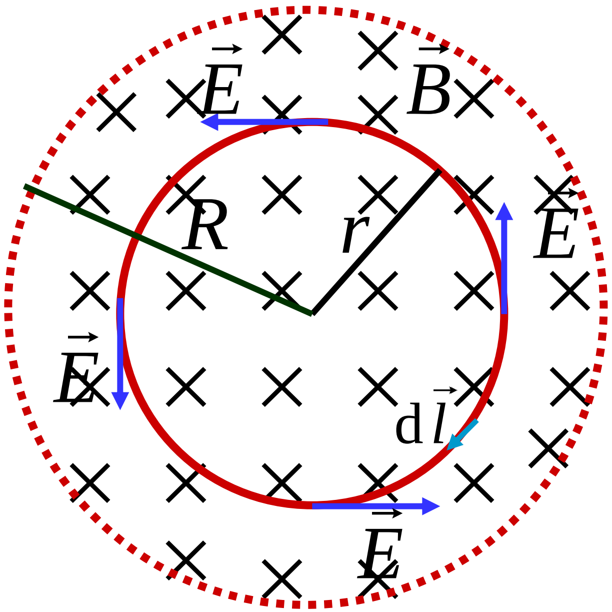
$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S} < 0 \therefore -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S} > 0$$

$$\oint_L \vec{E}_{\mathrm{i}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} > 0 \Rightarrow \vec{E}_{\mathrm{i}} \text{ 顺着 } d\vec{l} \text{ 方向}$$

感生电场与静电场的比较

	静电场 $\vec{E}_{\mathrm{s}}$	感生电场 $\vec{E}_{\mathrm{i}}$
场　源	正负电荷	变化的磁场
环　流	$\oint_L \vec{E}_{\mathrm{i}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$	$\oint_L \vec{E}_{\mathrm{i}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$
电　势	势场	非势场
场　线	不闭合	闭合
通　量	$\oiint_S \vec{E}_{\mathrm{S}} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i q_i$	$\oiint_S \vec{E}_{\mathrm{i}} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$

例题9-5 在半径为 R 的无限长螺线管内部的磁场 $\vec{B}$ 随时间作线性变化（ $\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}=$ 常量 ）时，求管内外的感生电场 $\vec{E}_\mathrm{i}$。



$d\vec{l}$ 方向任取

解： 由场的对称性，变化磁场所激发的感生电场的电场线在管内外都是与螺线管同轴的同心圆。E_i 处处与圆相切，任取一电场线作为闭合回路。

$$\oint_L \vec{E}_\mathrm{i}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\oint_L E_\mathrm{i}\,\mathrm{d}l$$

$$=2\pi r E_\mathrm{i}$$

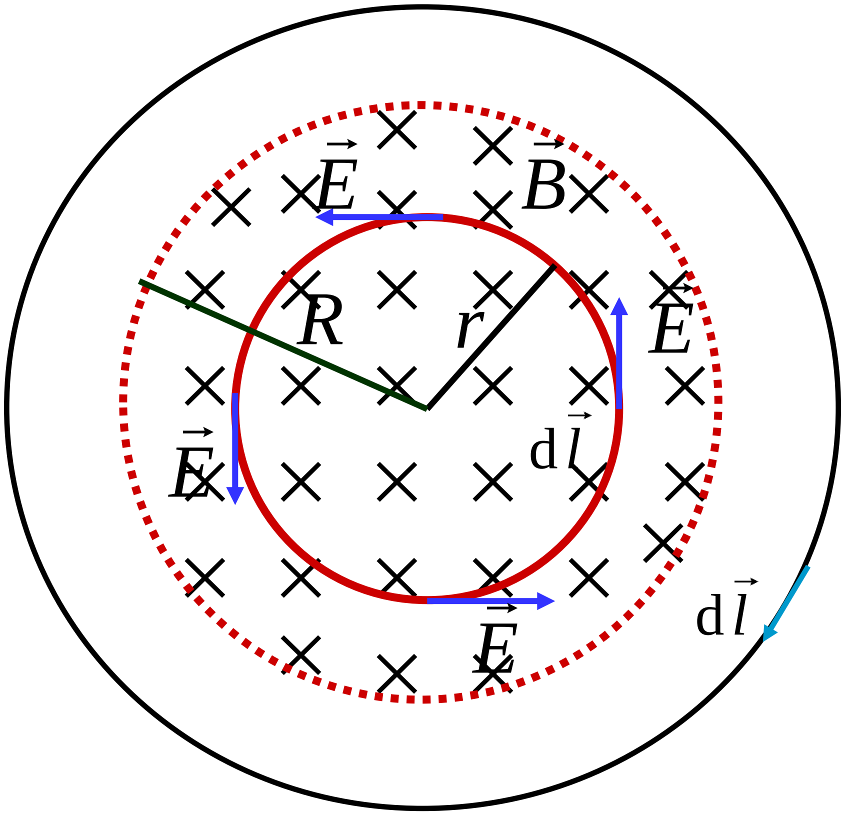
$$=-\iint_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S},\qquad \text{或} E_\mathrm{i}=-\frac{1}{2\pi r}\iint_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

（1）当 $r < R$ 时

$$\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \iint_S \frac{\partial B}{\partial t} \mathrm{d}S$$

$$= \pi r^2 \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

$$E_{\mathrm{i}} = -\frac{r}{2} \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

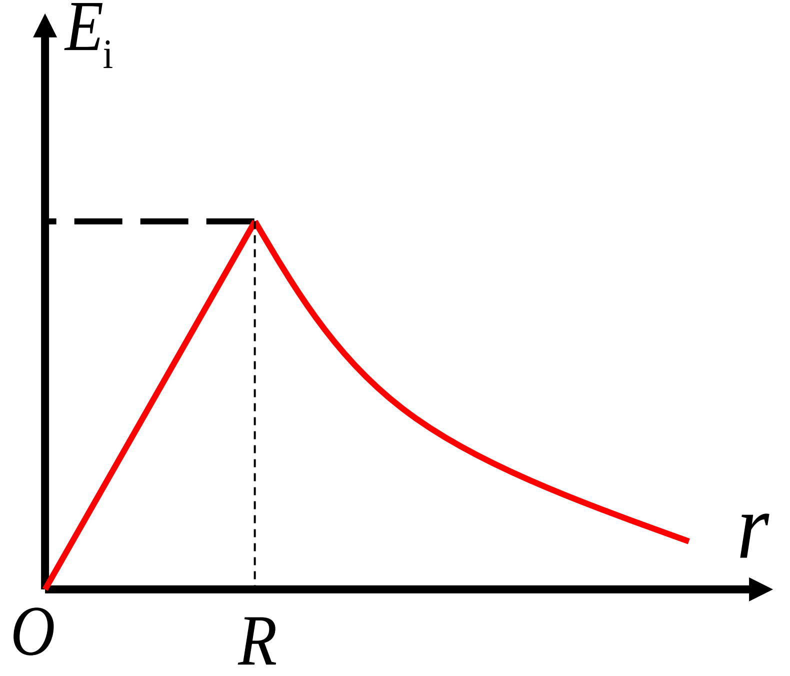


$\vec{E}$ 的方向沿圆周切线，指向与圆周内的 $\frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t}$ 成左旋关系。

（2）当 $r > R$ 时

只有管内的 $\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$ 不为零

$$\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \pi R^2 \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \qquad E_\mathrm{i} = -\frac{R^2}{2r}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$



螺线管内外感生电场随离轴线距离的变化曲线。

例题9-6 在半径为R的圆柱形体积内充满磁感应强度为B（t）的均匀磁场，有一长度为 l 的金属棒放在磁场中，如图所示，设$\mathrm{d}B/\mathrm{d}t$为已知，求棒两端的感生电动势。

解法1：选闭合回路Oab，方向为逆时针

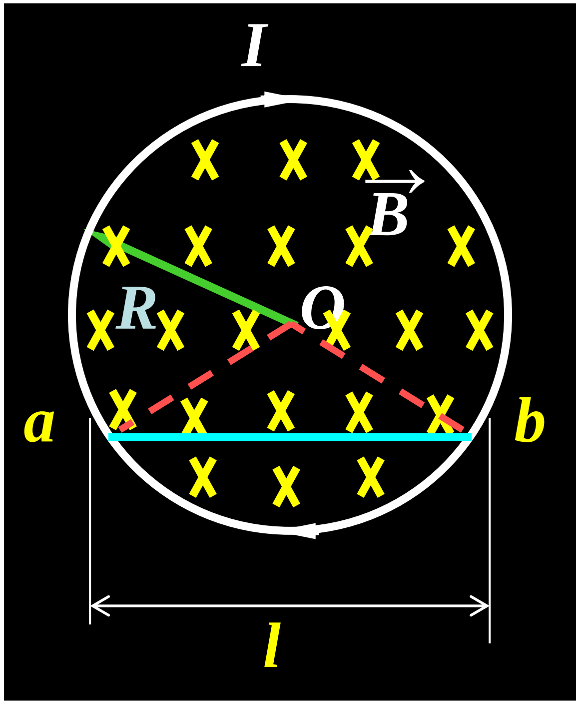
$$\varepsilon_{\mathrm{i}}=\oint_L \vec{E}_{\mathrm{i}}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_O^a \vec{E}_{\mathrm{i}}\cdot\mathrm{d}\vec{l}+\int_a^b \vec{E}_{\mathrm{i}}\cdot\mathrm{d}\vec{l}+\int_b^O \vec{E}_{\mathrm{i}}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$=0+\int_a^b \vec{E}_{\mathrm{i}}\cdot\mathrm{d}\vec{l}+0$$

$$=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\iint_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

$$=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\iint_S \mathrm{d}S$$

$$=\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\frac{1}{2}l\sqrt{R^2-\frac{l^2}{4}}=\varepsilon_{\mathrm{ab}}$$



方向为$a\rightarrow b$

上页 下页 返回 退出

解法2:直接对感应电场积分, 方向为$a \to b$

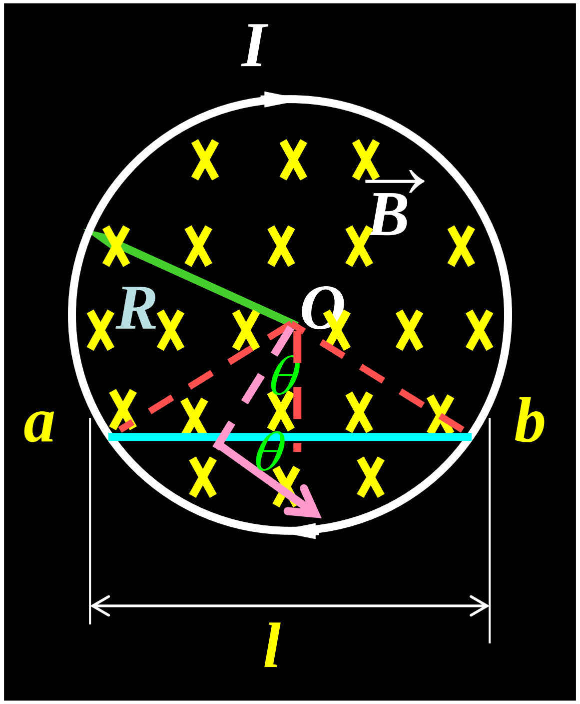
$$\varepsilon_{\mathrm{i}} = \int_a^b \vec{E}_{\mathrm{i}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_a^b E_{\mathrm{i}} \cos\theta \mathrm{d}l$$

$$= \int_a^b \frac{r\cos\theta}{2} \frac{\partial B}{\partial t} \mathrm{d}l$$

$$= \int_a^b \frac{h}{2} \frac{\partial B}{\partial t} \mathrm{d}l = \frac{h}{2} \frac{\partial B}{\partial t} \int_a^b \mathrm{d}l$$

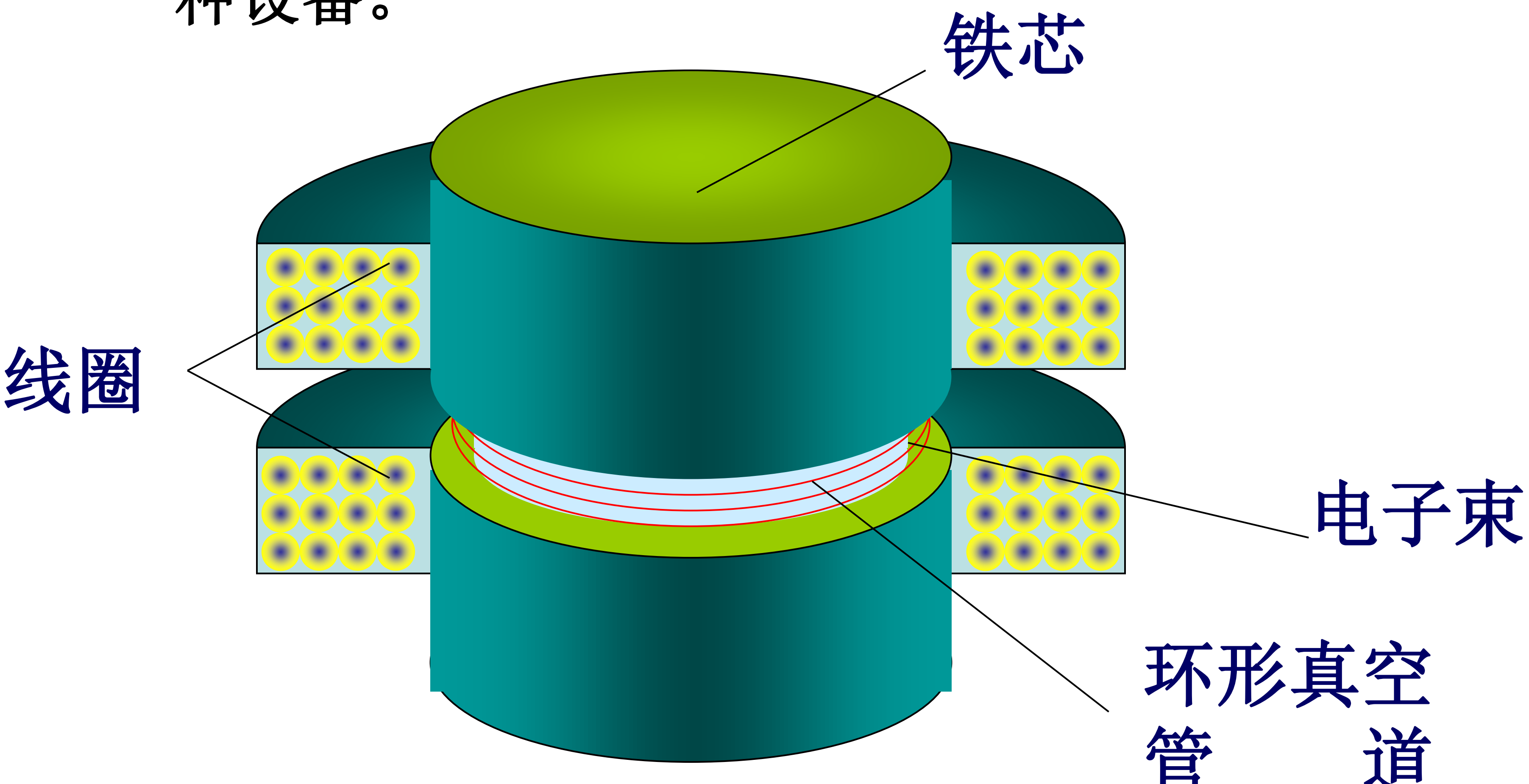
$$= \frac{h}{2} \frac{\partial B}{\partial t} l$$

$$= \frac{\partial B}{\partial t} \frac{1}{2} l \sqrt{R^2 - \frac{l^2}{4}}$$

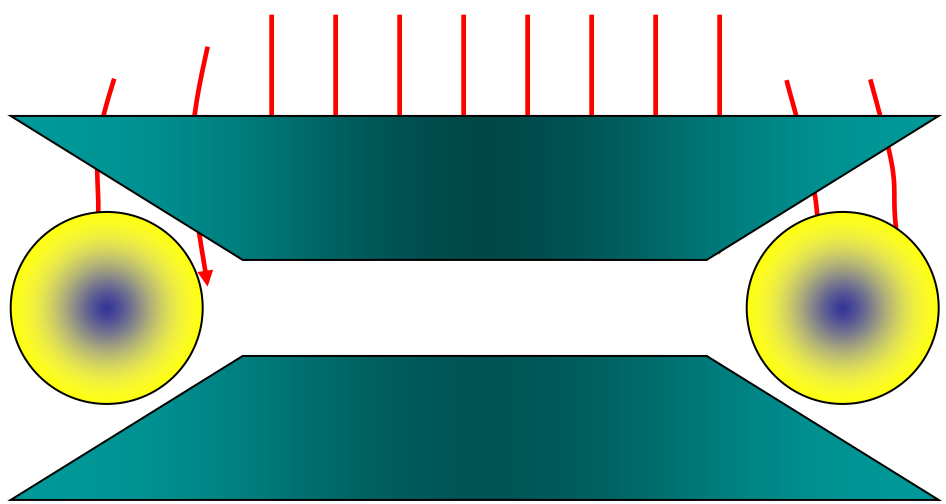


*二、电子感应加速器

电子感应加速器是利用感应电场来加速电子的一种设备。

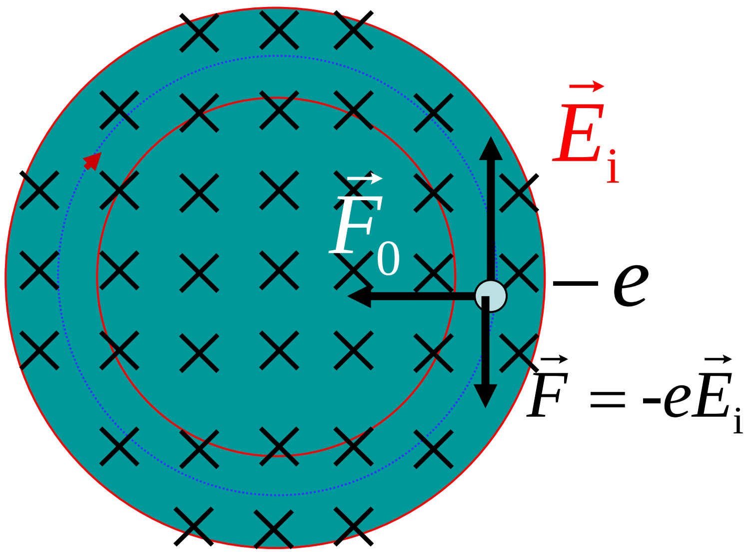


它的柱形电磁铁在两极间产生一个由中心向外逐渐减弱、对称分布的磁场。在磁场中安置一个环形真空管道作为电子运行的轨道。当磁场发生变化时，就会沿管道方向产生感应电场，其电场线是一系列绕磁感应线的同心圆。射入其中的电子就受到这感应电场的持续作用而被不断加速。



为了使电子在环形真空室中按一定的轨道运动，电磁铁在真空室处的磁场的 B 值必须满足

$$R=\frac{mv}{eB}=\text{常量}$$



对磁场设计的要求：

将上式两边对 t 进行微分

$$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{eR}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(mv) \xrightarrow{eE_{\mathrm{i}}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(mv)} \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}=\frac{E_{\mathrm{i}}}{R}$$

$$\xrightarrow{E_{\mathrm{i}}=\frac{1}{2\pi R^2}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}} \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{2\pi R^2}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$\Phi = \pi R^2 \overline{B}$

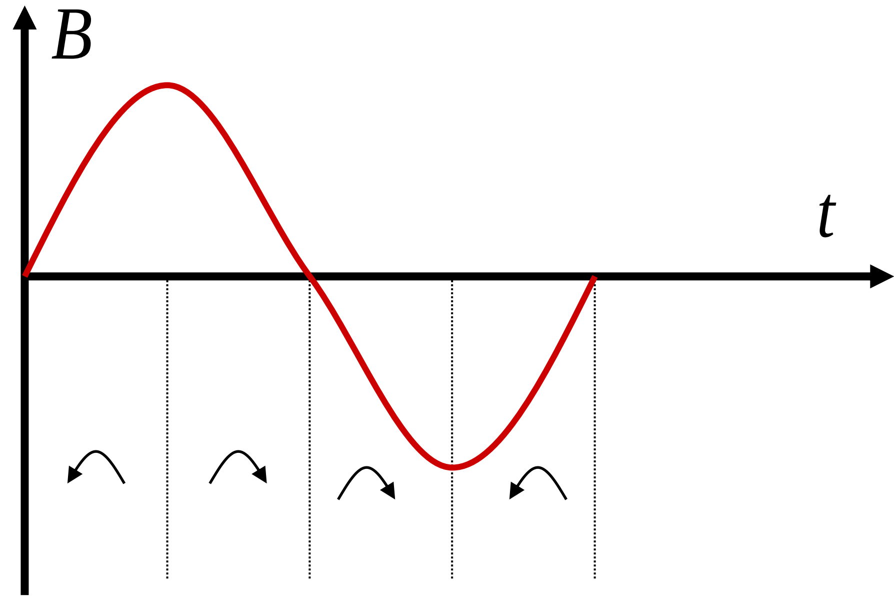
$$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}\overline{B}}{\mathrm{d}t}$$

于是有

$$\boxed{B = \frac{1}{2}\overline{B}}$$

这是使电子维持在恒定的圆形轨道上加速时磁场必须满足的条件。

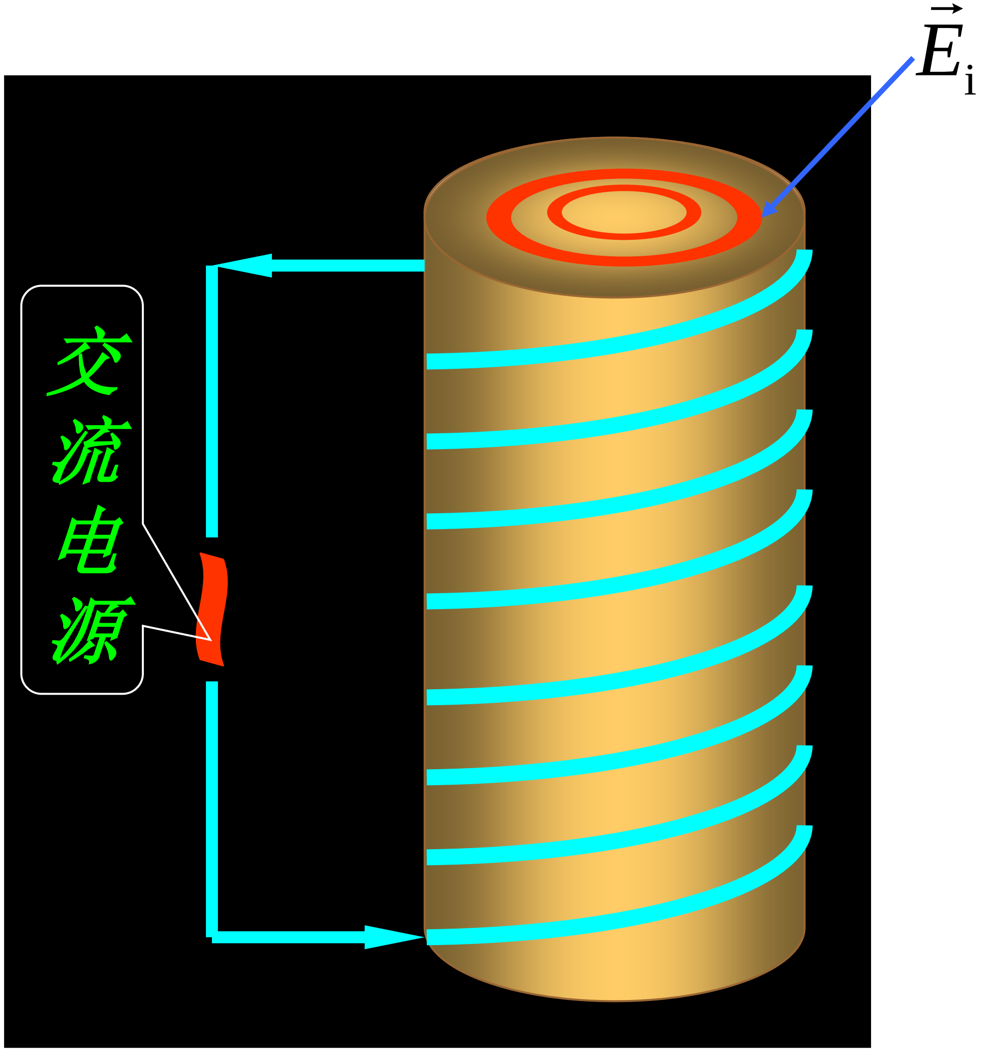
　　电子感应加速器的感应电场方向随激发它的磁场的正弦变化而变化。由图示可见，只有1、4两个四分之一周期电子得到加速，而第四个1/4周期由于洛伦兹力背离圆心不能维持电子恒定的圆运动，故只有第一个1/4周期可利用，这在实际当中已足够。目前可将电子加速到几十到几百兆电子伏。



一个周期内感生电场的方向

*三、涡电流

当块状金属放在变化着的磁场中时，或者在磁场中运动时，金属体内也将产生感应电流。这种电流的流线是闭合的，所以称涡旋电流。因为大块导体的电阻很小，所以涡旋电流强度很大。



涡电流的利用：

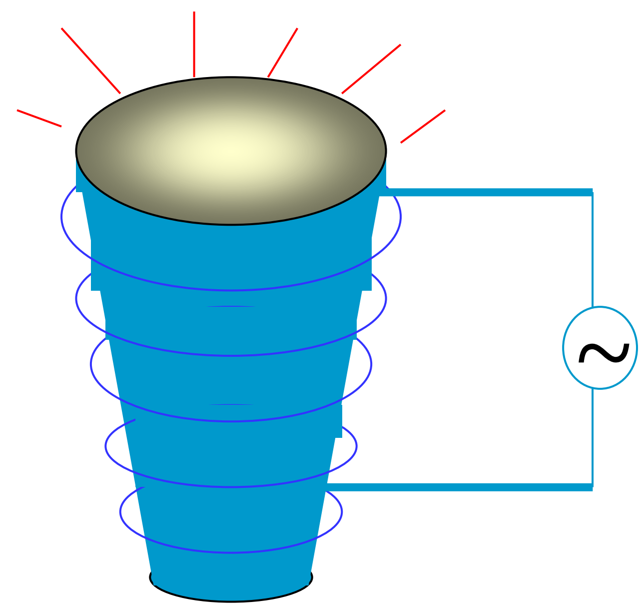
由于大块金属电阻一般较小，导体中涡电流可以很大，在导体中产生大量焦耳热，此即感应加热原理。涡电流产生的焦耳热与外加电流的频率的平方成正比。当交变电流频率高达几百甚至几十千赫兹时，导体中的涡电流将产生大量焦耳热可利用。

应用：1. 涡流冶炼金属

2. 电动阻尼器

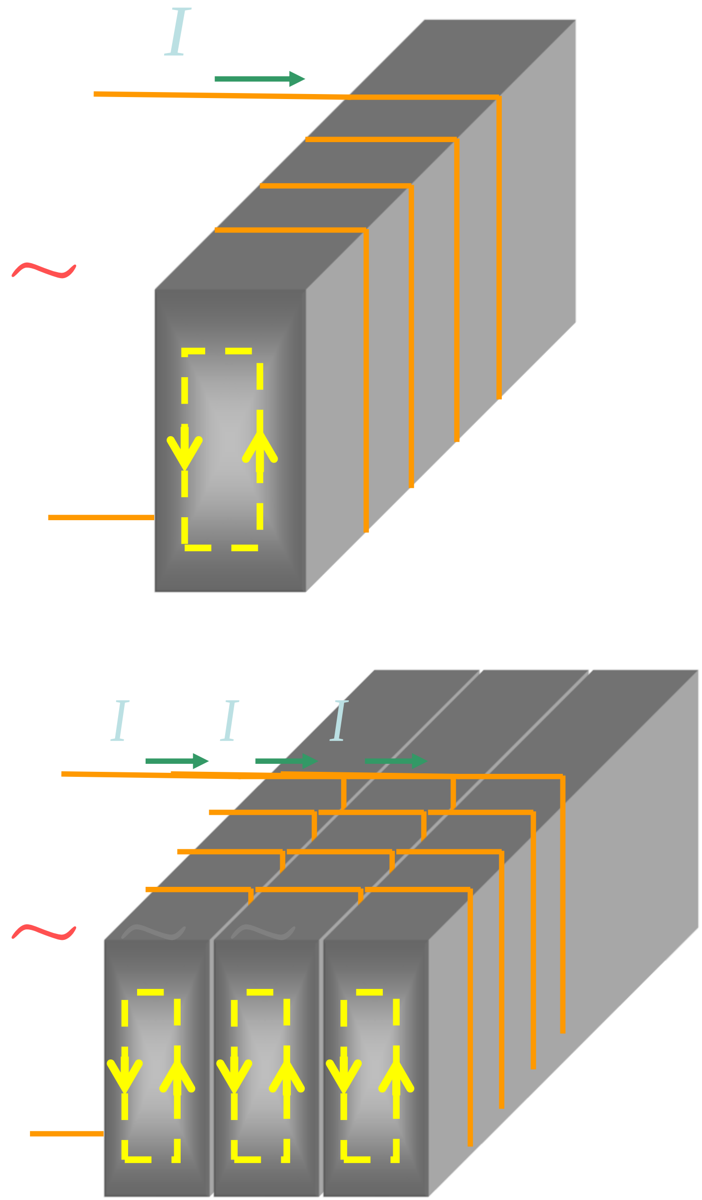
3. 电磁灶

4. 电磁感应加热抽真空



涡电流的危害：

　　由于涡旋电流在导体中产生焦耳–楞次热，因此将有能量的损失。为避免能量的损失，常将发电机和变压器的铁芯做成层状的，用薄层绝缘材料把各层隔开，以减少损失。



变压器铁芯中的涡电流

选择进入下一节