第一部分　刚体的定轴转动

1.有人握着哑铃两手伸开，坐在以一定角速度转动的凳子上（摩擦力可忽略不计），若此人把手缩回使转动惯量减为原来的一半，则角速度怎样变化？转动动能是增加还是减少？为什么？

解：当转动惯量减为原来的一半时，根据角动量守恒定律，$I_0\omega_0=\frac{1}{2}I_0\omega$，即 $\omega=2\omega_0$，角速度变成原角速度的 2 倍，转动动能也增加为原动能的 2 倍，因为两手缩回时对系统做了功。（两手缩回时，人的内力做功，内力不是保守力，故系统的机械能不守恒，人的肌肉做功是要消耗人的能量的，所以做功是以消耗能量为代价的，机械能不守恒）

第二部分　流体动力学基础

1. 水在水平管中稳定流动，管半径为$3.0cm$处的流速为$1.0m/s$，那么在管半径为$1.5cm$处的流速是多少？

解：由连续性方程 $S_1v_1=S_2v_2$，得 $\pi\cdot3^2\times1=\pi\cdot1.5^2\times v_2\Rightarrow v_2=4m\cdot s^{-1}$（修改处）

2. 水以 $5.0m/s$ 的速率通过截面积为 $4.0cm^2$ 的管道而流动，当管道的横截面积增加到 $8.0cm^2$ 时，管道逐渐下降了 $10m$，

试问：（1）低处管道的水流速度 v_2 是多少？

（2）如果高处管道内的压强为$1.5\times10^5\,pa$，则低处管道的压强 p_2 是多少？

解：（1）由连续性方程 $S_1v_1=S_2v_2$ 得 $5\times4=8\times v_2\Rightarrow v_2=2.5m/s$

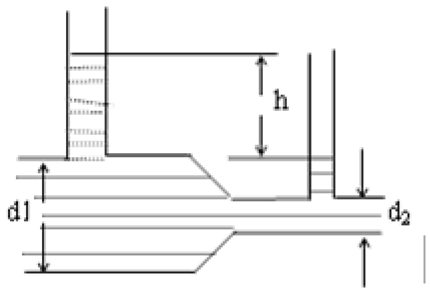
（2）由伯努利方程，设低处管道中心所在的水平面为零势能面，则

$$1.5\times10^5+\frac{1}{2}\times1.0\times10^3\times5^2+1.0\times10^3\times9.8\times10=p_2+\frac{1}{2}\times1.0\times10^3\times2.5^2+0$$（修改处）

$$\Rightarrow p_2=257375\,pa\approx2.57\times10^5\,pa$$

3. 密度为 ρ 的液体在水平圆管中流动，管的内径分别为 d_1 和 d_2，如果在测压管中，测得两管中液面的高度差 h。

求：液体在管中的质量流量。



解：设两个截面中心连线所在的水平面为零势能面，

根据连续性方程有 $\pi\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 v_1=\pi\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 v_2$，又由伯努利方程得 $p_1+\frac{1}{2}\rho v_1^{\,2}=p_2+\frac{1}{2}\rho v_2^{\,2}$，

由图 $p_1-p_2=\rho gh$ 得液体在管中 d_2 处通过时的流速为 $v_2=\sqrt{\frac{2ghd_1^{\,4}}{d_1^{\,4}-d_2^{\,4}}}$，所以液体在管中

的质量流量为：$Q_\rho=\rho\pi\left(\frac{d_2^{\,2}}{2}\right)\sqrt{\frac{2ghd_1^{\,4}}{d_1^{\,4}-d_2^{\,4}}}=\frac{\rho\pi d_1^{\,2}d_2^{\,2}}{4}\sqrt{\frac{2gh}{d_1^{\,4}-d_2^{\,4}}}$ （修改处）

第三部分　气体动理论

1.一容积为 $10cm^3$ 的电子管，管内气体（双原子分子）压强约为 $6.67\times10^{-4}\,pa$，温度为 $300K$，试计算管内全部气体分子的平均平动动能的总和，平均转动动能的总和及平均动能的总和各为多少？

解：设管内总分子数为 N，

由 $p=nkT=\frac{N}{V}kT$ 得 $N=\frac{pV}{kT}=\frac{6.67\times10^{-4}\times10^{-5}}{1.38\times10^{-23}\times300}=1.61\times10^{12}$ 个，气体分子双原子分子，

常温（$300K$）下平动自由度为 3，转动自由度为 2，总自由度为 5，根据能量均分定理，可得分子的平均平动动能的总和为

$$\bar{\varepsilon}=\frac{3}{2}NkT=\frac{3}{2}\times1.61\times10^{12}\times1.38\times10^{-23}\times300=10^{-8}J$$

分子的平均转动动能的总和为

$$\bar{\varepsilon}=\frac{2}{2}NkT=1.61\times10^{12}\times300\times1.38\times10^{-23}=0.67\times10^{-8}J$$

分子的平均动能之总和为

$$\bar{\varepsilon}_k=\frac{5}{2}NkT=\frac{5}{2}\times1.61\times10^{12}\times300\times1.38\times10^{-23}=1.67\times10^{-8}J$$

2. $2L$ 容器中盛有某种双原子刚性分子气体，在常温下，其压强为 $1.5\times10^5 Pa$，求该气体的内能。

解：理想气体的内能 $E=\frac{m}{M}\frac{i}{2}RT$，由理想气体状态方程 $pV=\frac{m}{M}RT$ 带入上式，得

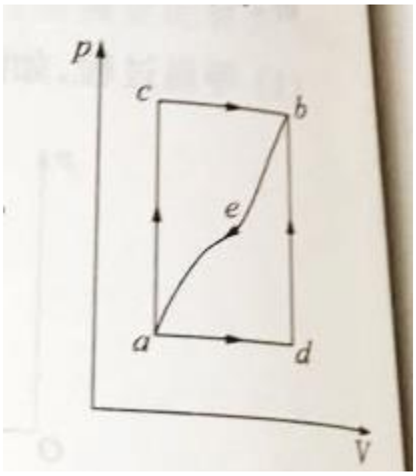
$$E=\frac{i}{2}pV=\frac{5}{2}\times1.5\times10^5\times2\times10^{-3}=750J$$

第四部分　热力学基本定律

1.一系统由图中的 a 态沿 acb 到达 b 态时，吸收了 $80J$ 的热量，同时对外做了 $30J$ 的功，试问：（1）若沿图中 adb 过程，则系统对外做功为 $10J$，求系统吸收了多少热量？

（2）若系统由b态沿曲线bea返回a态时，外界对系统做功$20J$，这时系统是吸热还是放热？传递的热量是多少？

（3）设d态与a态的内能差$E_d-E_a=40J$，则在过程ad、bd中系统各吸热多少？



解：（1）因为$Q_{acb}=80J, A_{acb}=30J$，$E_b-E_a=Q_{acb}-A_{acb}=80-30=50J$，$a$、$b$态确定后，其内能差也唯一确定，与过程无关，沿$adb$过程，$A_{adb}=10J$，$Q_{acb}=\Delta E_{ba}+A_{acb}=60J$即系统在$adb$过程中吸收了$60J$的热量。

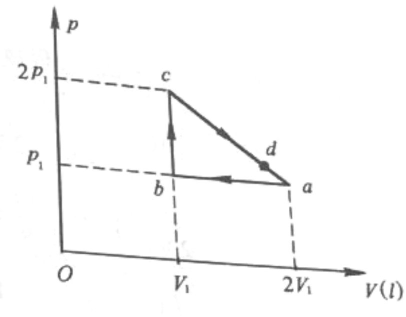
（2）$Q_{bea}=(E_a-E_b)+A_{bea}=-50-20=-70J$即系统沿曲线从$b$态返回$a$态时放出$70J$的热量。

（3）过程adb由等压过程ad和等容过程db组成，且已知$A_{db}=0$（等容），所以

$A_{adb}=A_{ad}+A_{db}=A_{ad}=10J$；$Q_{ad}=(E_d-E_a)+A_{ad}=40+10=50J$；

$Q_{db}=(E_b-E_d)=(E_b-E_a)-(E_d-E_a)=50-40=10J$，即过程$ad$中系统吸热$50J$，过程$db$中系统吸热$10J$。

2.如图$1mol$某单原子惰性气体经历$a\to b\to c\to a$循环过程，图中ab,bc,ca均为直线，试求循环效率。



解：由图，整个过程的净功为 $A=\frac{1}{2}p_1V_1$

$a\to b$ 等压过程，$Q_{ab}=C_p(T_b-T_a)$，又 $\begin{aligned}&\because P_aV_a=RT_a\Rightarrow p_1\cdot 2V_1=RT_a\\&P_bV_b=RT_b\Rightarrow p_1\cdot V_1=RT_b\\&\therefore T_a=2T_b=2T\end{aligned}$ （设 $T_b=T$ ）

$\therefore Q_{ab}=\frac{5}{2}R(T-2T)=-\frac{5}{2}RT$ **放热**

$b\to c$ 等容过程，$Q_{bc}=C_V(T_c-T_b)$，又 $\begin{aligned}&\because P_bV_b=RT_b\Rightarrow p_1\cdot V_1=RT_b=RT_a\\&P_cV_c=RT_c\Rightarrow 2p_1\cdot V_1=RT_c\\&\therefore T_c=T_a=2T_b=2T\end{aligned}$

$\therefore Q_{bc}=\frac{3}{2}R(2T-T)=\frac{3}{2}RT$ **吸热**

$c\to a$ 过程，根据热力学第一定律得：

$Q_{ca}=\Delta E+A=C_V(T_a-T_c)+\frac{1}{2}p_1V_1=\frac{1}{2}p_1V_1+p_1V_1=\frac{3}{2}p_1V_1=\frac{3}{2}RT$ （修改处） **吸热**

$\therefore Q_1=Q_{bc}+Q_{ca}=\frac{3}{2}RT+\frac{3}{2}RT=3RT$

$$\eta=\frac{A}{Q_1}=\frac{\frac{1}{2}RT}{3RT}=16.7\%$$

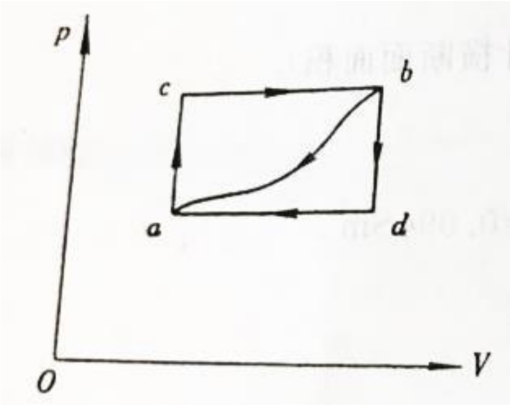
或用公式 $\eta=1-\frac{|Q_2|}{Q_1}=1-\frac{|Q_{ab}|}{Q_{bc}+Q_{ca}}=1-\frac{\frac{5}{2}RT}{\frac{3}{2}RT+\frac{3}{2}RT}=16.7\%$ （修改处）

3.一系统由下图所示的 a 状态沿 acb 到达 b 状态，吸收热量 $335J$，系统对外做功 $126J$。（1）经 adb 过程，系统做功 $42J$，求系统吸收多少热量？（2）当系统由 b 状态沿曲线 ba 返回 a 状态时，外界对系统做功为 $84J$，求系统吸收多少热量？

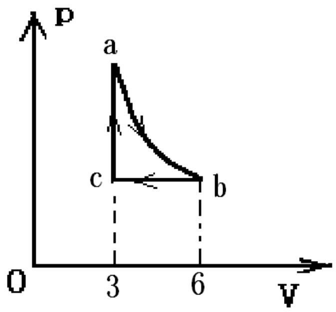
解：（1）$a\to b$ 内能增量为 $\Delta E_{ab}=Q_{acb}-A_{acb}=(335-126)=209J$，由热力学第一定律，

$Q_{adb}=\Delta E_{ab}+A_{adb}=(209+42)=251J$

（2）$\Delta E_{ba}=-\Delta E_{ab}$，$Q_{ba}=\Delta E_{ba}+A_{ba}=(-209-84)=-293J$，系统放热



4.如图所示，$1mol$ 的理想气体所经历的循环过程，其中 $a-b$ 为等温过程，$b-c$ 为等压过程，$c-a$ 为等容过程，$V_a = V_c = 3L$，$V_b = 6L$，取 $C_V = \frac{3}{2}R$，求：该循环热机的效率。



解：由分析，$p_b V_b = RT_b, p_c V_c = RT_c, V_b = 2V_c \Rightarrow T_b = 2T_c$，$T_c < T_b$，$a-b$ 等温膨胀，对外做功，吸热 $Q_{ab} = RT_b \ln\frac{V_b}{V_a} > 0$，$b-c$ 等压压缩，放热 $Q_{bc} = C_p\left(T_c - T_b\right) < 0$，因为 $T_a = T_c$，$c-a$ 等容过程，$Q_{ca} = C_V\left(T_a - T_c\right) > 0$

$$\eta = 1 - \frac{\left|Q_2\right|}{Q_1} = 1 - \frac{\left|Q_{bc}\right|}{Q_{ab} + Q_{ca}}$$

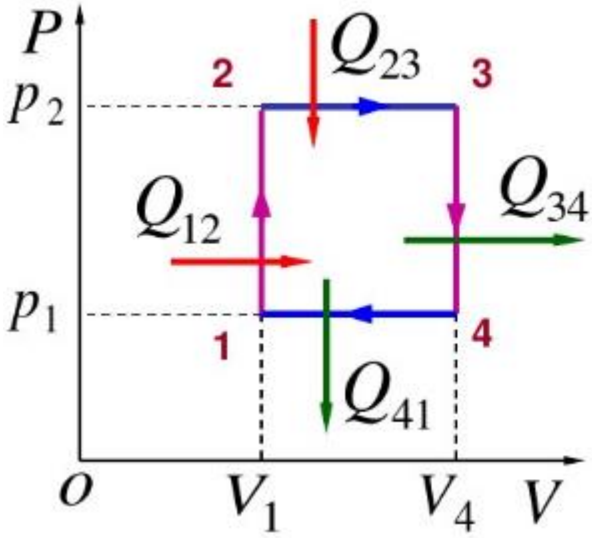
所以，此循环过程的效率为 $= 1 - \dfrac{C_p\left(T_b - T_c\right)}{RT_b \ln\dfrac{V_b}{V_a} + C_V(T_a - T_c)}$

$$= 1 - \frac{\frac{5}{2}R\left(2T_c - T_c\right)}{R \cdot 2T_c \ln 2 + \frac{3}{2}R(2T_c - T_c)} = 1 - \frac{\frac{5}{2}}{2\ln 2 + \frac{3}{2}} = 13.19\%$$

注：$\ln 2 = \log_e 2 = \log_{2.718} 2 \approx 0.693$

5.　$1mol$ 氦气经过如图所示的循环过程，其中 $p_2 = 2p_1$，$V_4 = 2V_1$，求 $1-2$，$2-3$，$3-4$，

4－1 各过程中气体吸收或放出的热量和整个循环热机的效率。



解：由理想气体的物态方程 $pV=\frac{m}{M}RT$，得 $T_2=2T_1, T_3=4T_1, T_4=2T_1$，

$Q_{12}=C_V\left(T_2-T_1\right)=C_VT_1$， $Q_{23}=C_p\left(T_3-T_2\right)=2C_pT_1$， $Q_{34}=C_V\left(T_4-T_3\right)=-2C_VT_1$，

$Q_{41}=C_p\left(T_1-T_4\right)=-C_pT_1$，所以 $Q_1=Q_{12}+Q_{23}=C_VT_1+2C_pT_1$，由于 $C_p=C_V+R$ 得

$Q_1=Q_{12}+Q_{23}=C_VT_1+2\left(C_V+R\right)T_1$； $A=\left(p_2-p_1\right)\left(V_4-V_1\right)=p_1V_1=RT_1$

$\therefore \eta=\frac{A}{Q_1}=\frac{RT_1}{T_1\left(3C_V+2R\right)}15.3\%$

第五部分 稳恒直流电 请参看作业题和 PPT 上习题

第六部分 机械振动和机械波

1.已知一平面简谐波的波函数为 $y=0.05\cos\left[\pi\left(t-\frac{x}{3}\right)+\pi\right]m$，试求波的频率，波长，波速，波上质点振动的振幅，波源（原点处）的振动方程及振动相位，。

解：将已知波函数与表示沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的波函数

$y=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi\right]$ 相比较得波上质点的振幅 $A=0.05m$，频率 $\nu=\frac{\omega}{2\pi}=0.5Hz$

（$\omega=\pi\ \ s^{-1}$），波速 $c=3m\cdot s^{-1}$，波长 $\lambda=\frac{c}{\nu}=6m$，当 $x=0$ 时，此原点的振动方程为

$y=0.05\cos\left(\pi t+\pi\right)m$，相位为 $\pi t+\pi$。

2.一沿着 x 轴正方向传播的平面简谐波，波上质点的振幅为 $2.0\times10^{-2}m$，频率为 $5.0Hz$，波长为 $7.0\times10^{-2}m$。设在 $t=0$ 时，原点处质点在 $\sqrt{2}\times10^{-2}m$ 处且向平衡位置运动，试求（1）此波的波函数（2）与原点相距为 $x_1=3.5\times10^{-2}m$ 处质点的振动表达式及其初相（3）与原点相距为 $x_2=10.5\times10^{-2}m$ 处质点的振动表达式及其初相（4）x_1 和 x_2 两点之间在 $t=2s$ 和 $t=3s$ 时的相位差。

解：（1）由 $t=0$ 时，原点处质点在 $\sqrt{2}\times10^{-2}m$ 处且向平衡位置运动可得，坐标原点处质点的初相位为 $\frac{\pi}{4}$，又已知 $A=2.0\times10^{-2}m$，$\nu=5.0Hz$，$\lambda=7.0\times10^{-2}m$，所以沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的波函数为

$$y(x,t)=A\cos\left(2\pi\nu t-\frac{2\pi x}{\lambda}+\varphi\right)$$
$$=2\times10^{-2}\cos\left[2\pi\left(5t-\frac{x}{7\times10^{-2}}\right)+\frac{\pi}{4}\right]m$$

（2）用 $x_1=3.5\times10^{-2}m$ 带入波函数得 x_1 点的振动表达式为

$y(x_1,t)=2\times10^{-2}\cos\left(10\pi t-\frac{3}{4}\pi\right)m$，初相位为 $-\frac{3}{4}\pi$

（3）用 $x_2=10.5\times10^{-2}m$ 带入波函数得 x_2 点的振动表达式为

$y(x_2,t)=2\times10^{-2}\cos\left(10\pi t-\frac{11}{4}\pi\right)m$，初相位为 $-\frac{11}{4}\pi$

（4）由于介质中各质点的振动频率相同，所以两定点的相位差与时间无关，x_1 和 x_2 两点之间的距离为 λ，相位差为 2π。

3.一质点做简谐振动，其振动方程为 $x=6\times10^{-2}\cos(\frac{\pi}{3}t-\frac{\pi}{4})$（SI 制），当 x 为多大时，系统的势能为总能量的一半？

解：由题 $\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}kA^2\right)$ 或者 $\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}mv^2$，即 $A^2\cos^2\left(\frac{\pi}{3}t-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}A^2$，所以

$\cos\left(\frac{\pi}{3}t-\frac{\pi}{4}\right)=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$，

（a）当 $\cos\left(\frac{\pi}{3}t-\frac{\pi}{4}\right)=+\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\frac{\pi}{3}t-\frac{\pi}{4}=2k\pi\pm\frac{\pi}{4}$，

此时 $x=6\times10^{-2}\cos(\frac{\pi}{3}t-\frac{\pi}{4})=6\times10^{-2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=4.24\times10^{-2}m$

（b）当 $\cos\left(\frac{\pi}{3}t-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\frac{\pi}{3}t-\frac{\pi}{4}=2k\pi\pm\frac{\pi}{4}$，

此时 $x=6\times10^{-2}\cos(\frac{\pi}{3}t-\frac{\pi}{4})=6\times10^{-2}\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-4.24\times10^{-2}m$

即当 $x=\pm4.24\times10^{-2}m$ 时，系统的势能是总能量的一半。

第七部分　波动光学

1.自然光垂直入射到一组偏振片上，这组偏振片共有四片，每个偏振片的偏振化方向相对于前一个沿顺时针方向依次转过 30° 角，试求透射光强度占入射光强度的百分比。

解：设入射的自然光的强度为 I_{origin}，通过第一个偏振片后光强为 $I_1=\frac{1}{2}I_{origin}$，通过第二个偏振片后，由马吕斯定律，$I_2=\frac{1}{2}I_{origin}\cos^2 30^\circ=\frac{3}{8}I_{origin}$，通过第三个偏振片后的光强为

$I_3=\frac{3}{8}\cdot\cos^2 30^\circ=\frac{9}{32}I_{origin}$，通过第四个偏振片后的光强为 $I_4=I_3\cdot\cos^2 30^\circ=\frac{27}{128}I_{origin}$

所以 $\frac{I_4}{I_{origin}}=\frac{27}{128}=21\%$

2.自然光投射到两片偏振片上，求在下列情况下两偏振片的偏振化方向之间的夹角应为多大？（1）透射光是入射光强度的 $\frac{1}{3}$；（2）透射光强随两偏振片的偏振化方向之间夹角变化而变，当透射光是最大透射光强的 $\frac{1}{3}$ 时。

分析：（1）自然光经过一偏振片后，变为光强为原来的 $\frac{1}{2}$ 的线偏振光，再经过一偏振片后，光强为 $I=\frac{I_{origin}}{2}\cos^2\theta$

（2）透射光最大光强为 $\frac{I_{origin}}{2}$

解：（1）由上面的分析可知，透射光的光强

$$I=\frac{I_{origin}}{2}=\frac{I_{origin}}{3}\Rightarrow \cos^2\theta=\frac{2}{3}\Rightarrow \theta=35.26^\circ \, or \quad \theta=180^\circ-35.26^\circ=144.74^\circ$$

（2）最大透射光强为$\frac{I_{origin}}{2}$，由题，若此时透射光强为

$$\frac{I_{origin}}{2}\cos^2\theta=\frac{1}{3}\times\frac{I_{origin}}{2}\Rightarrow \cos^2\theta=\frac{1}{3}\Rightarrow \theta=54.74^\circ \, or \quad \theta=180^\circ-54.74^\circ=125.26^\circ$$

3.一束线偏振光透射到两块偏振片上，第一片的偏振化方向相对于入射光束的振动面成θ角，第二片的偏振化方向相对于入射光的振动面成90°，试求透射光束强度是入射光束强度的$\frac{1}{10}$时的θ为多大？

解：设入射的线偏振光的强度为I_0，由马吕斯定律可得，通过第一片偏振片后光强为$I_1=I_0\cos^2\theta$，通过第二片偏振片后光强为$I_2=I_1\cos^2\left(90^\circ-\theta\right)=I_0\cos^2\theta\sin^2\theta$，因为$I_2=\frac{I_0}{10}$，所以$I_0\cos^2\theta\sin^2\theta=\frac{I_0}{10}$，

$$\sin^2 2\theta=\frac{2}{5}\Rightarrow \theta=19.61^\circ \, or \quad \theta=180^\circ-19.61^\circ=160.39^\circ$$