第1次作业

一、将下列命题符号化

1.设p表示“他有理论知识”, q表示“他有实践经验”, 则“他既有理论知识又有实践经验”可译为: ________________。

2.设p: 明天下雨, q: 明天下雪, r: 我去学校。 则

(i) “如果明天不是雨夹雪则我去学校”可写成________________;

(ii) “如果明天不下雨并且不下雪则我去学校”可写成____________;

(iii) “如果明天下雨或下雪则我不去学校”可写成________________;

(iv) “仅当明天不下雪并且不下雨时我才去学校______________。

3. 仅当我有时间且天不下雨，我才去镇上。
设P：我有时间。Q：天下雨。R：我去镇上

4. 张刚总是在图书馆看书，除非图书馆不开门或张刚生病。
设P:张刚在图书馆看书。Q:图书馆开门.R:张刚生病

第1次作业

5. 电灯不亮当且仅当灯泡或开关发生故障
设p：电灯亮， q:灯泡发生故障，r：开关发生故障

二、利用真值表判断下列公式类型

1. $q\wedge\neg(p\rightarrow q)$

2. $(\neg p\vee\neg q)\rightarrow(p\leftrightarrow\neg q)$

3. $(p\rightarrow(q\rightarrow r))\rightarrow(q\rightarrow(p\rightarrow r))$

第2次作业 9月9日

1. 用等值演算法验证等值式：

$\neg(p\leftrightarrow q)\Leftrightarrow((p\vee q)\wedge\neg(p\wedge q))$

2. 用等值演算法判断下列公式的类型：

①$((p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow p))\leftrightarrow(p\leftrightarrow q)$

②$(\neg p\rightarrow q)\rightarrow(q\rightarrow\neg p)$

3. 求$(p\rightarrow q)\leftrightarrow r$的主析取范式和主合取范式（用两种方法）

第3次作业 9月16日

1. 构造推理证明

前提：$p\rightarrow\neg r$，$s\rightarrow t$，$\neg s\rightarrow r$，$p\vee q$，$\neg t$

结论：q

2. 用附加前提法证明

前提：$p\rightarrow(q\rightarrow r)$，$\neg s\vee p$，$q$

结论：$s\rightarrow r$

3. 归谬法证明

前提：$(A\wedge B)\rightarrow C$，$\neg D$，$\neg C\vee D$

结论：$\neg A\vee\neg B$

第3次作业 9月16日

4. 证明下列推理是否正确

前提：如果所有成员事先得到通知，且到场者达到法定人数，会议就能够举行，如果至少有15人到场就算是达到法定人数了，并且如果邮局没有罢工通知就会提前送到。
结论：假如会议被取消了，不是到场的人不到15人，就是邮局罢工了。

P:所有成员事先得到通知
Q:到场者达到法定人数
R:会议能够举行
S:至少有 15 人到场
T:邮局罢工

第3次作业 9月16日

5. 构造p →(q → r)在下列指定联结词集合中的等值公式：

（1）{¬，∨}

（2）{¬，∧}

（3）{↑}

（4）{↓}

第4次作业 9月23日

1.命题符号化:

（1） 有子则有父
F(x):x有子,H(x)：x 有父
（2）不存在既是奇数又是偶数的整数。
F(x):x为奇数,G(x)：x 为偶数，H(x):x为整数
（3）任何两个不同的人都性格不相同。
F(x):x是人, H(x,y), x与y相同, L(x,y): x与y性格相同
（4）并不是所有的兔子都比乌龟跑得快
R(x): x是兔子；T(x)：x是乌龟；D(x, y)：x比y跑得快
只出现全称量词:
只出现存在量词:

第4次作业 9月23日

2.设P(x):x是素数，E(x):x是偶数，O(x):x是奇数，N（x,y）:x可以整除y,则谓词公式：$\forall x(P(x) \rightarrow \exists y(O(y) \wedge N(y,x)))$的自然语言是:
3.设 A(x): x是人; B(x): x是错误; C(x,y):x犯了y; D(x,y):y能改正x. 用上述谓词构成下列语句的谓词公式:
(1)人都会犯错误.
(2)并非所有人犯错误都能改.
(3)有的错误任何人犯了都不能改.
4.将命题”并非E1中的每个数都小于或等于E2中的每个数.”按以下要求的形式 表达出来:
(1)出现全称量词,不出现存在量词;
(2)出现存在量词,不出现全称量词.
F(x): x属于E1; G(y):y属于E2; H(x,y):x小于或等于y。

第5次作业　10月7日

1. 设个体域为 $A=\{a,b,c\}$ 将下面谓词公式中的量词消除，写出与之等值的命题公式。

$$\forall x\exists yP(x,y)$$

2. 求下列公式的前束范式

$$\exists x(F(x)\wedge\forall yG(x,y,z))\rightarrow\exists zH(x,y,z)$$

3. 构造推理的证明　前提 $\forall x(\neg P(x)\rightarrow Q(x)),\forall x\neg Q(x)$　结论 $\forall xP(x)$

4. 证明：鸟会飞,猴子不会飞;所以,猴子不是鸟.

5. 证明：前提 $\forall x(A(x)\rightarrow(B(x)\rightarrow\neg C(x)))$　结论 $\exists x(A(x)\wedge\neg B(x))$

$\forall x(A(x)\rightarrow(C(x)\vee D(x)))$

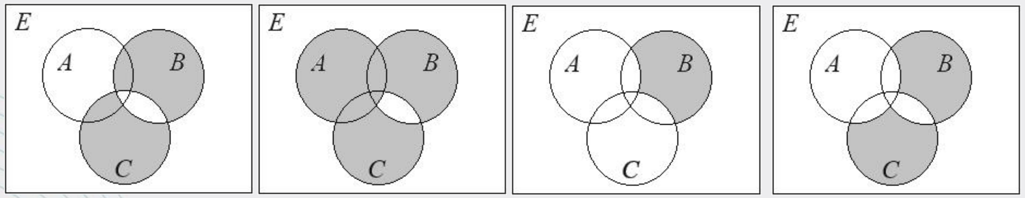
$\exists x(A(x)\wedge\neg D(x))$

第6次作业　10月13日

1. 设A、B、C、D为集合，证明：$A-B=A-A\cap B$。
2. 求证：若 $(A-B)\cup(B-A)=C$,则 $A\subseteq(B-C)\cup(C-B)$ 的充要条件是 $A\cap B\cap C=\Phi$.
3. 探讨 $A\subseteq B$ 与 $P(A)\subseteq P(B)$ 的关系并证明。
4. 证明：$(A-B)-C=(A-C)-(B-C)$
5. 证明：$A\subseteq B \Leftrightarrow A\cap B=A$。（用逻辑推理证明）

第6次作业　10月13日

6. 写出下列阴影部分的集合表示式。



第7次作业　10月20日

1. 有14位学生参加考试,9位同学数学得了优;5位同学物理得了优;4位同学化学得了优;其中物理和数学都得优的同学有4人;数学和化学都得优的同学有3人;物理和化学都得优的同学有3人;三门都得优的同学有2人;问没有得到优的有多少人?恰有两门得优的同学有多少人?

2. 某年级共有200名学生，喜欢打篮球的有134人，喜欢打排球的有101人，喜欢打乒乓球的有90人，篮球、乒乓球都不喜欢的23人，篮球、排球都喜欢的54人，喜欢排球但不喜欢乒乓球的有48人，三样都喜欢的有12人。
求：（1）三样运动都不喜欢的有多少人？（2）只喜欢一项运动的人有多少？

3. 班有 25 个学生，共有三门选修课可供选择，选修课程名称分别为A、B、C，其中14人选修A课程，12人选修B课程，6人选修A、B课程， 5人选修B、C课程，还有2人全选了这三门课程。而6个选修C课程都会选修另外一门课程（指A或B）， 求三门课程都没选修的人数.

第8次作业　11月2日

1 设 R_1 和 R_2 是集合 $X=\{0,1,2,3,4\}$ 上的关系，$R_1=\{<x,y>|y=x+1\}$，

$R_2=\{<x,y>|y=x^2\}$,写出 R_1、R_2，并求出 $R_1\circ R_2$.

2.说出下列关系具有的性质

(1) $\begin{bmatrix}1&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}$　(2) $\begin{bmatrix}0&0&1\\0&0&1\\1&0&0\end{bmatrix}$　(3) $\begin{bmatrix}1&1&0\\0&1&1\\1&0&1\end{bmatrix}$　(4) $\begin{bmatrix}1&0&1\\0&1&1\\1&0&0\end{bmatrix}$

3.设A={a,b,c}，R={<a,b>,<b,c>,<c,a>}，求三大闭包。

第9次作业　11月9日

1. 设A={1,2,3,4}，求出A上所有的等价关系.

2.设N是自然数集合，定义N上的关系R 如下：

$$<x,y>\in R \Leftrightarrow x+y \text{ 是偶数.}$$

（1）证明 R是N上的等价关系；

（2）求出N关于等价关系 R的所有等价类；

（3）试求出一个N到N的函数 f ，使得

$$R=\{<x,y>|\,x,y\in \mathrm{N}, f(x)=f(y)\}$$

第9次作业　11月9日

3.设 $A=\{1,2,3,4\}$，在 $P(A)$ 上规定二元关系如下：

$$R=\{<s,t>|\,s,t\in P(A)\wedge(|s|=|t|)\}$$

请说明 R 是 $P(A)$ 上的等价关系并写出商集 $P(A)/R$.

第9次作业　11月9日

4.若集合$X=\{<0,2>,<1,2>,<2,4>,<3,4>,<4,6>,<5,6>,<6,6>\}$

$$R=\{<<x_1,y_1>,<x_2,y_2>>|\,x_1+y_2=x_2+y_1\}$$

（1）证明 R是X上的等价关系；

（2）求出X关于R的商集.

第10次作业　11月16日

1.设 $R=\{<1,3>,<1,4>,<2,2>,<3,1>,<3,3>,<4,1>\}$ 是 $A=\{1,2,3,4\}$ 上的二元关系.

（1）讨论关系 R 具有的性质；

（2）讨论 R 是否为等价关系，若是，请说明理由，并写出 A 关于 R 的商集；

若不是，请在 R 中尽量添加最少的元素使其成为等价关系，并写出 A 关于该等价关系的商集.

2.设集合 A=\{1，3，4，5，6，12，24\}，$\leqslant$ 为 A 上的整除关系，求：

（1）试画出偏序集 $<A,\leqslant>$ 的哈斯图；

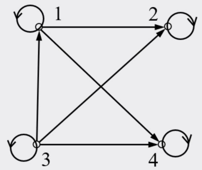
（2）写出集合\{3，4，6，12\}的极小元、最大元、上界、下确界.

第10次作业　11月16日

3. 集合 $A=\{1,2,3,4\}$ 上的偏序关系图如右，

（1）画出哈斯图；

（2）求出 $B=\{1,2,3\}$ 的最大元、极小元、下界、上确界.



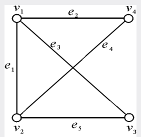
第11次作业　12月9日

1.无向图 G 如右图所示.

（1）写出 G 的邻接矩阵；

（2）根据邻接矩阵求各结点的度数；

（3）求 G 中长度为3的路的总数，其中有多少条回路



2. 已知有向图 $D=<V,E>$，其中 $V=\{v_1,v_2,v_3,v_4\}$

$E=\{<v_1,v_2>,<v_1,v_4>,<v_2,v_3>,<v_2,v_4>,<v_3,v_2>,<v_4,v_2>,<v_4,v_3>\}$

（1）D 中顶点 v_1 到 v_4 长度为2的通路有几条?

（2）D 中长度小于等于2的通路（不含回路）和回路分别有几条?

第11次作业　12月9日

3.已知有向图 G 的邻接矩阵如下：求：

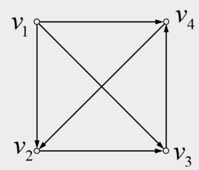
（1）画出图 G；

（2）利用邻接矩阵 A 求图 G 中长度为2的通路总数；

（3）该图是否为强连通图？说明原因.

$$A=\begin{array}{c}v_1\\v_2\\v_3\\v_4\end{array}\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&1\\1&0&1&0\\1&0&1&0\end{bmatrix}$$

4. 求下图的邻接矩阵，试通过矩阵的运算确定从 v_1 到 v_3 长度为小于等于3 的路径有多少条，并判断图的连通性.



第12次作业　12月16日

1. 设G是连通平面图，有5个顶点，6个面，计算G的边数.

2. 一棵树有7片树叶，3个3度结点，其余全是4度结点，计算该树有几个4度结点.

3. 一简单连通平面图G有8个顶点，有1个面的次数为5，1个面的次数为4，其余面的次数都为3，求平面图G的边数m和面数f.

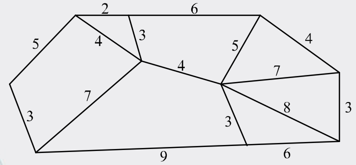
4. 设G是有n个结点m条边的连通平面图，且有k个面，计算k的值.

5. 设无向图中有6条边，有一个3度顶点和一个5度顶点，其余顶点度为2，计算该图的顶点数.

第12次作业　12月16日

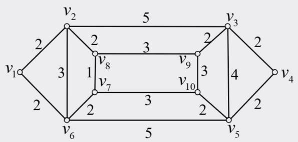
6. 给定权1，3，5，9，10，12，13，16，19，21，请根据Huffman算法构造一棵最优二元树T，并求出最优二元树的权和树高.

7. 求下面图的最小生成树.



第12次作业　12月16日

8. 如下图所示的赋权图表示某十个城市 $v_1, v_2, \cdots, v_{10}$ 及预先算出它们之间的一些直接通信线路造价，试给出一个设计方案，使得各城市之间能够通信而且造价最小.



9. 甲、乙两只蚂蚁分别位于如图中的结点A，B处，并设图中的边长度是相等的. 甲、乙进行比赛：从它们所在的结点出发，走过图中的所有边最后到达结点C处.如果它们的速度相同，问谁先到达目的地？并说明理由.