



# 第1次作业

## 一、将下列命题符号化

1. 设 $p$ 表示“他有理论知识”,  $q$ 表示“他有实践经验”, 则“他既有理论知识又有实践经验”可译为: \_\_\_\_\_。

2. 设 $p$ : 明天下雨,  $q$ : 明天下雪,  $r$ : 我去学校。 则

(i) “如果明天不是雨夹雪则我去学校”可写成\_\_\_\_\_;

(ii) “如果明天不下雨并且不下雪则我去学校”可写成\_\_\_\_\_;

(iii) “如果明天下雨或下雪则我不去学校”可写成\_\_\_\_\_;

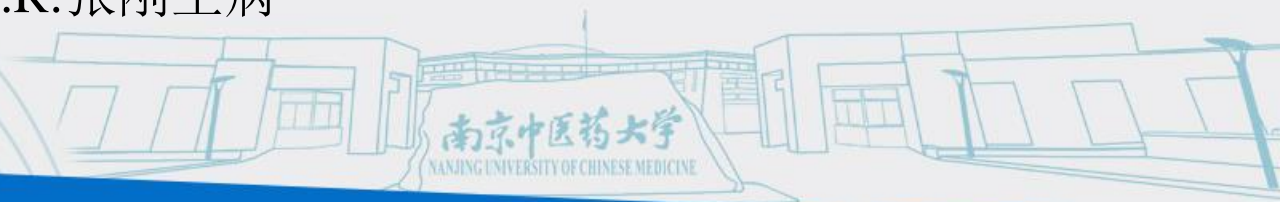
(iv) “仅当明天不下雪并且不下雨时我才去学校”\_\_\_\_\_。

3. 仅当我有时间且天不下雨, 我才去镇上。

设 $P$ : 我有时间。  $Q$ : 天下雨。  $R$ : 我去镇上

4. 张刚总是在图书馆看书, 除非图书馆不开门或张刚生病。

设 $P$ : 张刚在图书馆看书。  $Q$ : 图书馆开门。  $R$ : 张刚生病





# 第1次作业

5. 电灯不亮当且仅当灯泡或开关发生故障

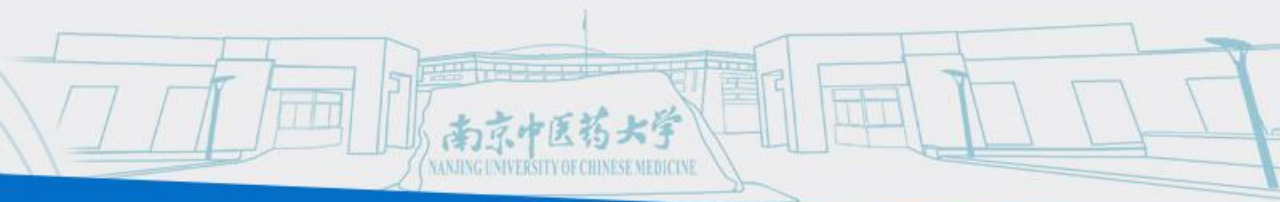
设 $p$ : 电灯亮,  $q$ :灯泡发生故障,  $r$ : 开关发生故障

二、利用真值表判断下列公式类型

1.  $q \wedge \neg(p \rightarrow q)$

2.  $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (p \leftrightarrow \neg q)$

3.  $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r))$





## 第2次作业 9月9日

1. 用等值演算法验证等值式：

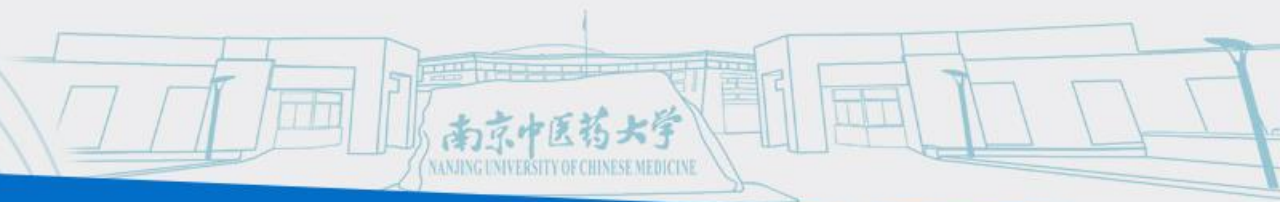
$$\neg(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q))$$

2. 用等值演算法判断下列公式的类型：

①  $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$

②  $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow \neg p)$

3. 求  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow r$  的主析取范式和主合取范式（用两种方法）





# 第3次作业 9月16日

## 1. 构造推理证明

前提:  $p \rightarrow \neg r, s \rightarrow t, \neg s \rightarrow r, p \vee q, \neg t$

结论:  $q$

## 2. 用附加前提法证明

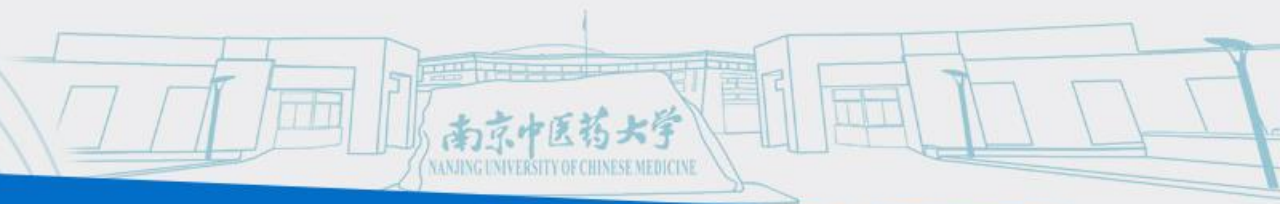
前提:  $p \rightarrow (q \rightarrow r), \neg s \vee p, q$

结论:  $s \rightarrow r$

## 3. 归谬法证明

前提:  $(A \wedge B) \rightarrow C, \neg D, \neg C \vee D$

结论:  $\neg A \vee \neg B$







## 第3次作业 9月16日

### 4. 证明下列推理是否正确

前提：如果所有成员事先得到通知，且到场者达到法定人数，会议就能够举行，如果至少有15人到场就算是达到法定人数了，并且如果邮局没有罢工通知就会提前送到。

结论：假如会议被取消了，不是到场的人不到15人，就是邮局罢工了。

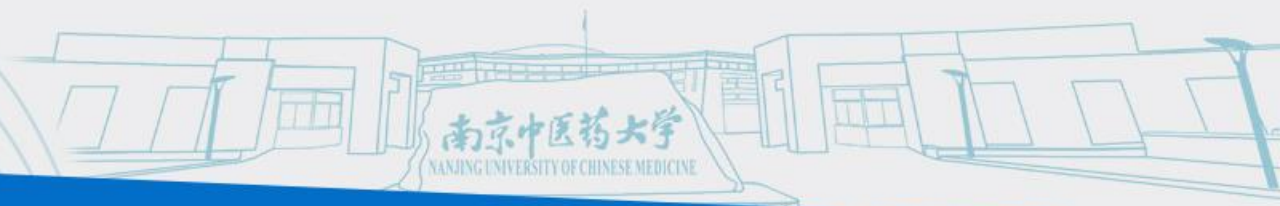
P: 所有成员事先得到通知

Q: 到场者达到法定人数

R: 会议能够举行

S: 至少有 15 人到场

T: 邮局罢工





## 第3次作业 9月16日

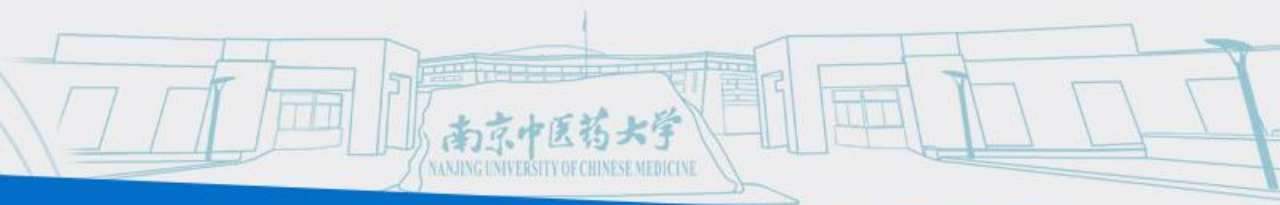
5. 构造 $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ 在下列指定联结词集合中的等值公式：

(1)  $\{\neg, \vee\}$

(2)  $\{\neg, \wedge\}$

(3)  $\{\uparrow\}$

(4)  $\{\downarrow\}$





## 第4次作业 9月23日

### 1.命题符号化:

(1) 有子则有父

$F(x)$ :  $x$  有子,  $H(x)$ :  $x$  有父

(2) 不存在既是奇数又是偶数的整数。

$F(x)$ :  $x$  为奇数,  $G(x)$ :  $x$  为偶数,  $H(x)$ :  $x$  为整数

(3) 任何两个不同的人性格不相同。

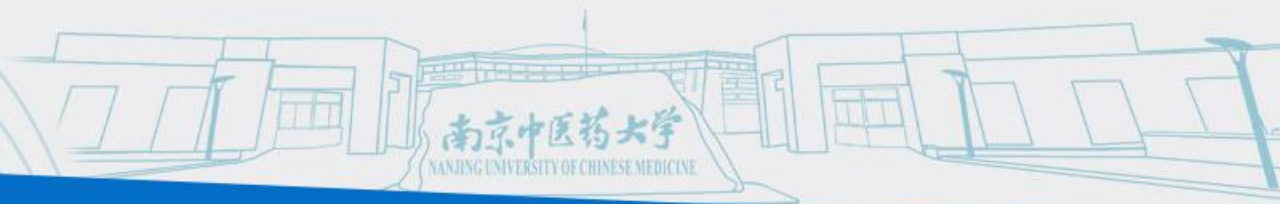
$F(x)$ :  $x$  是人,  $H(x, y)$ ,  $x$  与  $y$  相同,  $L(x, y)$ :  $x$  与  $y$  性格相同

(4) 并不是所有的兔子都比乌龟跑得快

$R(x)$ :  $x$  是兔子;  $T(x)$ :  $x$  是乌龟;  $D(x, y)$ :  $x$  比  $y$  跑得快

只出现全称量词:

只出现存在量词:







## 第4次作业 9月23日

2. 设  $P(x)$ :  $x$  是素数,  $E(x)$ :  $x$  是偶数,  $O(x)$ :  $x$  是奇数,  $N(x, y)$ :  $x$  可以整除  $y$ , 则谓词公式:  $\forall x(P(x) \rightarrow \exists y(O(y) \wedge N(y, x)))$  的自然语言是:

3. 设  $A(x)$ :  $x$  是人;  $B(x)$ :  $x$  是错误;  $C(x, y)$ :  $x$  犯了  $y$ ;  $D(x, y)$ :  $y$  能改正  $x$ . 用上述谓词构成下列语句的谓词公式:

(1) 人都会犯错误.

(2) 并非所有人犯错误都能改.

(3) 有的错误任何人犯了都不能改.

4. 将命题“并非  $E_1$  中的每个数都小于或等于  $E_2$  中的每个数.”

按以下要求的形式 表达出来:

(1) 出现全称量词, 不出现存在量词;

(2) 出现存在量词, 不出现全称量词.

$F(x)$ :  $x$  属于  $E_1$ ;  $G(y)$ :  $y$  属于  $E_2$ ;  $H(x, y)$ :  $x$  小于或等于  $y$ .





## 第5次作业 10月7日

1. 设个体域为  $A = \{a, b, c\}$  将下面谓词公式中的量词消除, 写出与之等值的命题公式。

$$\forall x \exists y P(x, y)$$

2. 求下列公式的前束范式

$$\exists x (F(x) \wedge \forall y G(x, y, z)) \rightarrow \exists z H(x, y, z)$$

3. 构造推理的证明 前提  $\forall x (\neg P(x) \rightarrow Q(x)), \forall x \neg Q(x)$  结论  $\forall x P(x)$

4. 证明: 鸟会飞, 猴子不会飞; 所以, 猴子不是鸟.

5. 证明: 前提  $\forall x (A(x) \rightarrow (B(x) \rightarrow \neg C(x)))$  结论  $\exists x (A(x) \wedge \neg B(x))$

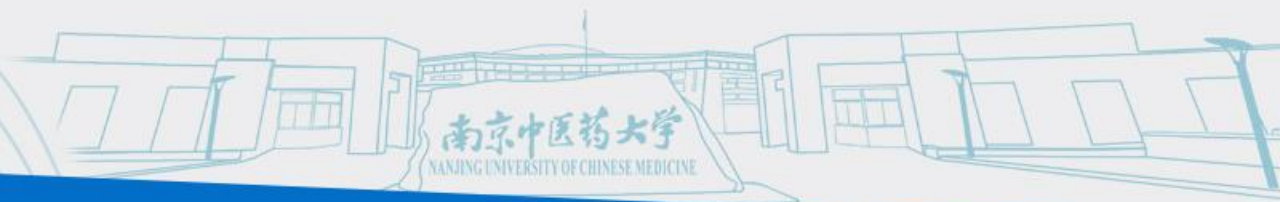
$$\forall x (A(x) \rightarrow (C(x) \vee D(x)))$$

$$\exists x (A(x) \wedge \neg D(x))$$



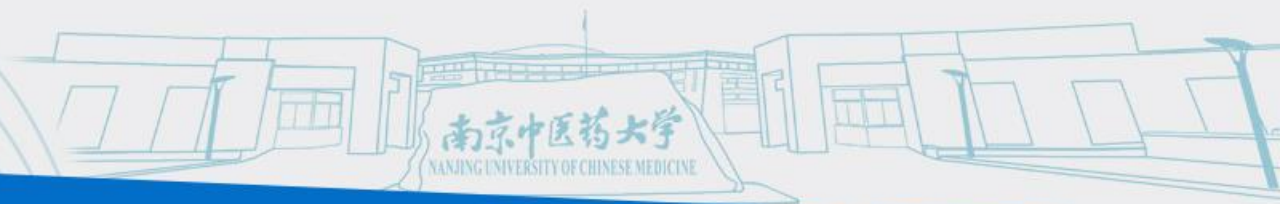
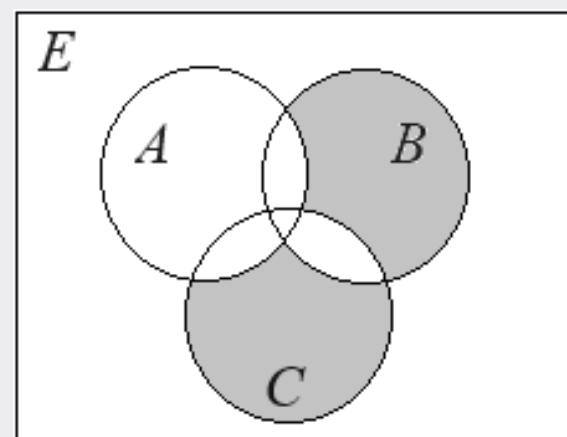
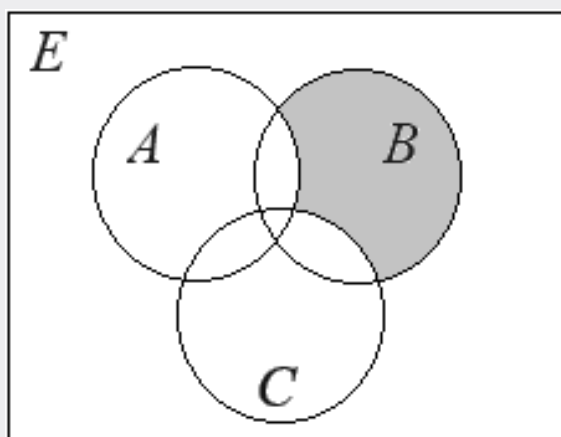
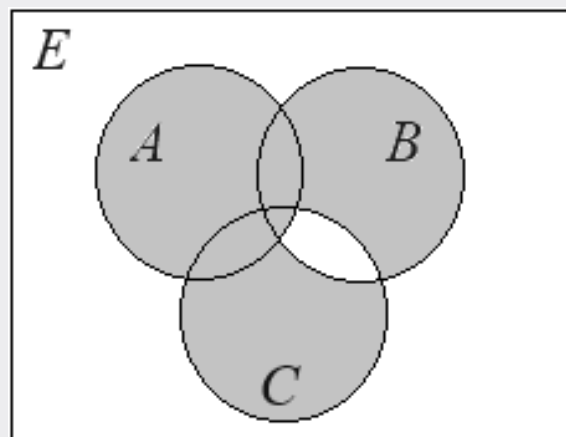
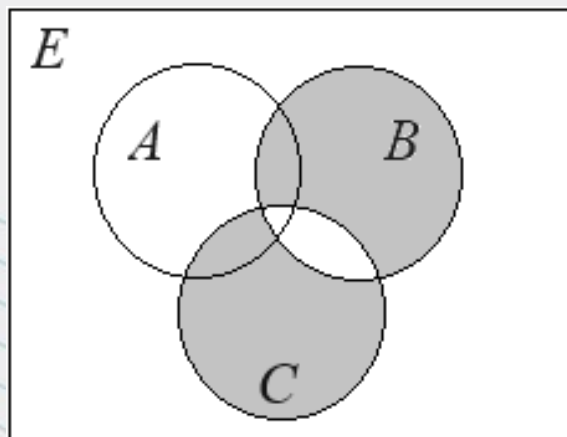
## 第6次作业 10月13日

1. 设A、B、C、D为集合，证明： $A-B=A-A \cap B$ 。
2. 求证：若  $(A-B) \cup (B-A)=C$ ，则  $A \subseteq (B-C) \cup (C-B)$  的充要条件是  $A \cap B \cap C = \emptyset$ 。
3. 探讨  $A \subseteq B$  与  $P(A) \subseteq P(B)$  的关系并证明。
4. 证明： $(A-B)-C=(A-C)-(B-C)$
5. 证明： $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B=A$ 。（用逻辑推理证明）



## 第6次作业 10月13日

6. 写出下列阴影部分的集合表示式。

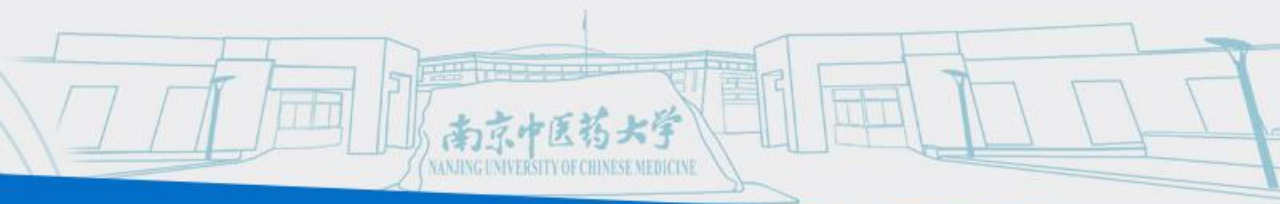






## 第7次作业 10月20日

1. 有14位学生参加考试, 9位同学数学得了优; 5位同学物理得了优; 4位同学化学得了优; 其中物理和数学都得优的同学有4人; 数学和化学都得优的同学有3人; 物理和化学都得优的同学有3人; 三门都得优的同学有2人; 问没有得到优的有多少人? 恰有两门得优的同学有多少人?
2. 某年级共有200名学生, 喜欢打篮球的有134人, 喜欢打排球的有101人, 喜欢打乒乓球的有90人, 篮球、乒乓球都不喜欢的23人, 篮球、排球都喜欢的54人, 喜欢排球但不喜欢乒乓球的有48人, 三样都喜欢的有12人。  
求: (1) 三样运动都不喜欢的有多少人? (2) 只喜欢一项运动的人有多少?
3. 班有 25 个学生, 共有三门选修课可供选择, 选修课程名称分别为A、B、C, 其中14人选修A课程, 12人选修B课程, 6人选修A、B课程, 5人选修B、C课程, 还有2人全选了这三门课程。而6个选修C课程都会选修另外一门课程 (指A或B), 求三门课程都没选修的人数.







## 第8次作业 11月2日

1. 设  $R_1$  和  $R_2$  是集合  $X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  上的关系,  $R_1 = \{ \langle x, y \rangle \mid y = x + 1 \}$ ,

$R_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid y = x^2 \}$ , 写出  $R_1$ 、 $R_2$ , 并求出  $R_1 \circ R_2$ .

2. 说出下列关系具有的性质

(1) 
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(2) 
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(3) 
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(4) 
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. 设  $A = \{a, b, c\}$ ,  $R = \{ \langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, a \rangle \}$ , 求三大闭包。



## 第9次作业 11月9日

1. 设 $A=\{1,2,3,4\}$ ，求出 $A$ 上所有的等价关系.

2. 设 $\mathbf{N}$ 是自然数集合，定义 $\mathbf{N}$ 上的关系 $R$  如下：

$$\langle x, y \rangle \in R \Leftrightarrow x + y \text{ 是偶数.}$$

(1) 证明  $R$ 是 $\mathbf{N}$ 上的等价关系；

(2) 求出 $\mathbf{N}$ 关于等价关系  $R$ 的所有等价类；

(3) 试求出一个 $\mathbf{N}$ 到 $\mathbf{N}$ 的函数  $f$ ，使得

$$R = \{\langle x, y \rangle \mid x, y \in \mathbf{N}, f(x) = f(y)\}$$

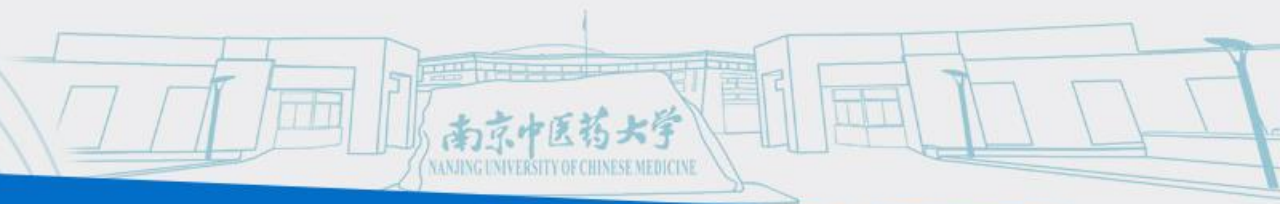


## 第9次作业 11月9日

3. 设  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , 在  $P(A)$  上规定二元关系如下:

$$R = \{ \langle s, t \rangle \mid s, t \in P(A) \wedge (|s| = |t|) \}$$

请说明  $R$  是  $P(A)$  上的等价关系并写出商集  $P(A)/R$  .



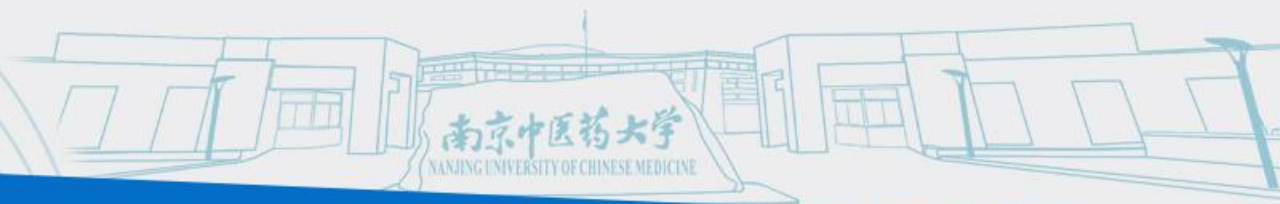


## 第9次作业 11月9日

4. 若集合  $X = \{ \langle 0, 2 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 6 \rangle, \langle 5, 6 \rangle, \langle 6, 6 \rangle \}$

$$R = \{ \langle \langle x_1, y_1 \rangle, \langle x_2, y_2 \rangle \rangle \mid x_1 + y_2 = x_2 + y_1 \}$$

- (1) 证明  $R$  是  $X$  上的等价关系;
- (2) 求出  $X$  关于  $R$  的商集.







## 第10次作业 11月16日

1. 设  $R = \{ \langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 1 \rangle \}$  是  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  上的二元关系.

(1) 讨论关系  $R$  具有的性质;

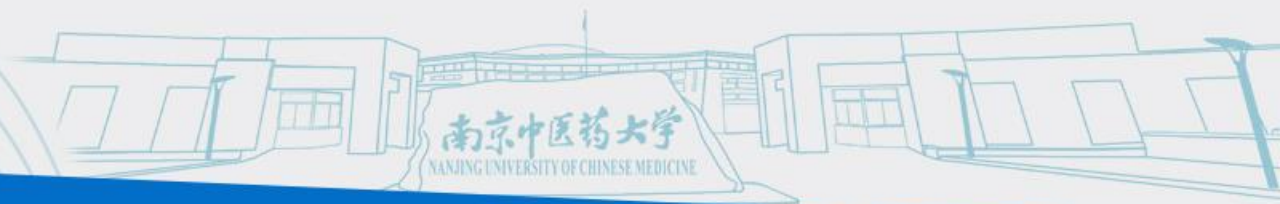
(2) 讨论  $R$  是否为等价关系, 若是, 请说明理由, 并写出  $A$  关于  $R$  的商集;

若不是, 请在  $R$  中尽量添加最少的元素使其成为等价关系, 并写出  $A$  关于该等价关系的商集.

2. 设集合  $A = \{1, 3, 4, 5, 6, 12, 24\}$ ,  $\leq$  为  $A$  上的整除关系, 求:

(1) 试画出偏序集  $\langle A, \leq \rangle$  的哈斯图;

(2) 写出集合  $\{3, 4, 6, 12\}$  的极小元、最大元、上界、下确界.

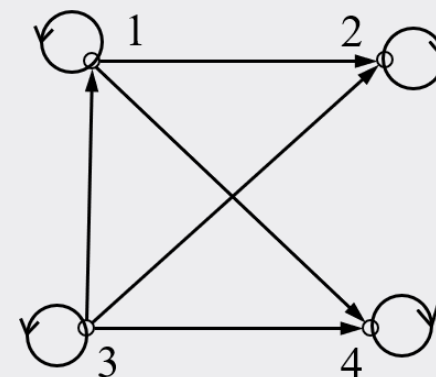


# 第10次作业 11月16日

3. 集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  上的偏序关系图如右,

(1) 画出哈斯图;

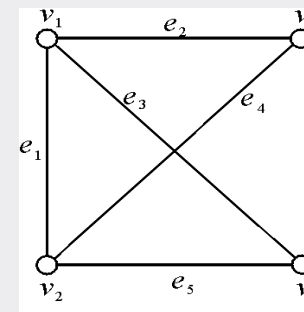
(2) 求出  $B = \{1, 2, 3\}$  的最大元、极小元、下界、上确界.



## 第11次作业 12月9日

1. 无向图 $G$ 如右图所示.

- (1) 写出 $G$ 的邻接矩阵;
- (2) 根据邻接矩阵求各结点的度数;
- (3) 求 $G$ 中长度为3的路的总数, 其中有多少条回路



2. 已知有向图  $D = \langle V, E \rangle$ , 其中  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$

$$E = \{ \langle v_1, v_2 \rangle, \langle v_1, v_4 \rangle, \langle v_2, v_3 \rangle, \langle v_2, v_4 \rangle, \langle v_3, v_2 \rangle, \langle v_4, v_2 \rangle, \langle v_4, v_3 \rangle \}$$

- (1)  $D$  中顶点  $v_1$  到  $v_4$  长度为2的通路有几条?
- (2)  $D$  中长度小于等于2的通路 (不含回路) 和回路分别有几条?





## 第11次作业 12月9日

3. 已知有向图 $G$ 的邻接矩阵如下：求：

(1) 画出图 $G$ ；

(2) 利用邻接矩阵 $A$ 求图 $G$ 中长度为2的通路总数；

(3) 该图是否为强连通图？说明原因。

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

4. 求下图的邻接矩阵，试通过矩阵的运算确定从 $v_1$  到 $v_3$  长度为小于等于3 的路径有多少条，并判断图的连通性。

