**（一）填空题**

1. 向量组 ，，，，的秩为 3

2.设和均为非齐次线性方程组的解（为常数），则 1

3. 阶方阵，对于，若每个维向量都是解，则 0

4. 设矩阵的秩为，是非齐次线性方程组的三个不同的解向量，若，则的通解为

5. 如果10阶方阵的各行元素之和均为0，且，则线性方程组的通解为

6. 若非齐次线性方程组有唯一解，则其导出组解的情况是 只有零解

7. 已知三阶非零矩阵的每一列都是方程组的解，则  1

8. 设**为阶方阵，，且的代数余子式（其中，；），则的通解

解 因为，又，则且，所以，并且有

，所以是方程组的解，又因为，可知方程组的通解为，其中*c*为任意常数．

**（二）选择题**

1. 设为阶方阵，且, 则（ D ）

（A）矩阵*A*中两行（列）对应元素成比例

（B）矩阵*A*任意一行是其他行的线性组合

（C）矩阵*A*中至少一行元素全为零

（D）矩阵*A*中必有一行是其他行的线性组合

2. 是矩阵且，*B*是*m*阶可逆矩阵，是*m*阶不可逆矩阵且，则下列说法正确的是（ B ）

（A）方程组的基础解系由个向量组成

（B）方程组的基础解系由个向量组成

（C）方程组的基础解系由个向量组成

（D）方程组的基础解系由个向量组成

3. 设**元齐次线性方程组的系数矩阵的秩，且为此方程组的三个线性无关的解，则此方程组的基础解系是（ A ）

（A） （B）

（C） （D）

4. 要使，都是线性方程组的解，矩阵**可以为（ A ）

（A） （B） （C） （D）

5. 设阶矩阵的伴随矩阵 若是非齐次线性方程组的互不相等的解，则对应的齐次线性方程组的基础解系是（ B ）

（A）不存在 （B）仅含一个非零解向量

（C）含有两个线性无关的解向量 （D）含有三个线性无关的解向量

6. 设有齐次线性方程组和，其中，均为矩阵，现有4个命题：

① 若的解均是的解，则

② 若，则的解均是的解

③ 若与同解，则

④ 若，则与同解

以上命题正确的是（ B ）

（A）①、② （B）①、③ （C）②、④ （D）③、④

7. 已知是非齐次线性方程组的两个不同的解，是导出组的基本解系，为任意常数，则的通解是（ B ）

（A） （B）

（C） （D）

**（三）解答题**

1.已知向量组，，，，，（1）求向量组的秩；（2）求该向量组的一个极大无关组，并把其余向量分别用该极大无关组线性表示.

解：向量为列构成矩阵，做初等行变换矩阵化为行最简型  ，可得向量组的秩为3，一个极大无关组为，且.

2. 当为何值时，方程组无解、有唯一解或有无穷多组解，在有无穷多组解时，用导出组的基础解系表示全部解.

解： 系数矩阵，则

（1）当，方程组有唯一解.

（2）当时，

有，所以方程组无解.

（3）当时， 

有，则方程组有无穷多组解. 此时原方程组的同解方程组为 其中是自由未知量. 取，得到非齐次的一个特解,对应的导出组 其中是自由未知量，令，得到导出组的基础解系为，则方程组的全部解为（为任意常数）.

3. 已知向量，，且四元非齐次线性方程组的系数矩阵的秩为3，若是它的三个解向量，求该方程组的通解．

解： 因为，故原方程组的导出组的基础解系含有个解向量，所以只须找出其导出组的一个非零解向量即可．因为均为导出组的解，所以为导出组的一个非零解，故原方程组的通解为（为任意常数）．

4. 求一个线性方程组，使它的全部解为 （为任意常数）

解： 

5. 已知三阶矩阵的第一行是，其中不全为零，矩阵（为常数）且，求线性方程组的通解．

解：又由于，故，又由不全为零，可知．

（1）当时，，于是, 则方程组的基础解系包含两个线性无关的解. 只需找出两个线性无关的解. 设，其中为列向量，因为，得和. 也就是说方程组有两个解 显然向量线性无关，故为的一个基础解系，于是的通解为，其中为任意常数．

（2）当时，，于是或 ．

（ⅰ）如果，则的基础解系由一个向量构成． 只需找一个非零的解.因为是方程组的解，所以的通解为，其中为任意常数．

（ⅱ）如果，则的基础解系由两个向量构成．需要找两个线性无关的解. 又因为的第一行是且不全为零，所以的同解方程为． 不妨设，则 是的两个线性无关的解，故的通解为 ，其中为任意常数．

6. 已知4阶方阵 均为4维列向量，其中线性无关， 如果，求线性方程组的通解．

解: 令，则由得

，

将代入整理得．由线性无关，得解得，其中为任意常数