**（一）填空题**

1. 设，三维列向量，已知与线性相关，则*a* = -1

解：，向量与线性相关，则各坐标分量成比例，则

2. 设是空间中的某一向量，它在基下的坐标为，则在基下的坐标是

解：向量，且，则

3. 设矩阵，三阶非零矩阵*B*满足，则  1

解：若*B*为三阶非零矩阵，且，则齐次线性方程组有非零解，系数矩阵

，所以

4.设***A***是*m*×*n*型实矩阵，若*R*(***A****T****A***) =3，则*R*(***A***) = \_\_3\_\_ 

**（二）判断题**

1. 已知，那么或者.（ ⅹ ）

2. 方阵的秩小于其阶数，那么对应的行列式值为0.（ √ ）

3. 两个阶方阵相乘等于0矩阵，那么他们的秩都小于.（ ⅹ ）

4. 奇排列变成标准排列的兑换次数为奇数.（ √ ）

5. 若向量组是线性相关的，那么可以由线性表示.（ ⅹ ）

**（三）解答题**

1. 设向量组线性无关，则下列向量组中，线性无关的是（ C ）

（A）

（B）

（C）

（D）

2. 设矩阵***A***的秩，为*m*阶单位矩阵，下列结论中正确的是（ D ）

（A）矩阵***A***的任意*m*个列向量必线性无关

（B）矩阵***A***通过初等行变换，必可以化为的形式

（C）矩阵***A***的任意*m*阶子式不等于零

（D）非齐次线性方程组一定有无穷多组解

3. 已知和是非奇次线性方程组的两个不同的解，是对应导出组的基础解系，为任意常数，则方程组的通解为（ C ）

(A)  (B) 

(C)  (D) 

4. 设*A*为*n*阶方阵，且，有（ C ）

（A）矩阵*A*中必有两行（列）元素对应成比例

（B）矩阵*A*中至少有一行（列）元素全为零

（C）矩阵*A*中必有一行（列）向量是其余各行（列）向量的线性组合

（D）矩阵*A*中任意一行（列）向量是其余各行（列）向量的线性组合

5. 若A、B均为非零方阵，且，则矩阵*A*、*B*满足（ D ）

（A）都可逆 （B）至少一个可逆 （C） （D）都不可逆

6. 下列命题中正确的是 ( C )

（A）任意个维向量线性相关 （B）任意个维向量线性无关

（C）任意个 维向量线性相关 （D）任意个 维向量线性无关

7. 设，均为*n* 阶方阵，下面结论正确的是 ( B )

（A）若，均可逆，则可逆 （B）若，均可逆，则  可逆

（C）若可逆，则 可逆 （D）若可逆，则 ，均可逆

8. 若是方程组的基础解系，则是的（ A ）

（A）解向量 （B）基础解系 （C）同解 （D）矩阵*A*的行向量

9. 若向量组:和向量组:均线性相关，则（ D ）

（A）存在不全为0的数, 使得 并且.

（B）存在不全为0的数, 使

（C）存在不全为0的数, 使

（D）存在不全为0的数和不全为0的数, 使得  和 .

10. 设矩阵的秩为*r*，则矩阵满足（ C ）

（A）所有阶子式都不为0 （B）所有阶子式全为0

（C）至少有一个阶子式不等于0 （D）所有*r*阶子式都不为0

11.设是一非齐次线性方程组，是其任意2个解，则下列结论错误的是（ A ）

（A）是的一个解 （B）是的一个解

（C）是的一个解 （D）是的一个解

12.设*n*阶方阵***A***不可逆，则必有（ A ）

（A） （B） （C） （D）方程只有零解

13.  设是阶方阵,  则的必要条件是 (  B  )

（A）矩阵两行(列)元素对应成比例 （B）矩阵必有一行是其余行的线性组合

（C）矩阵中有一行元素全为零 （D）矩阵任意一行是其余行的线性组合

14. 设是一组维向量,  则下列正确的是 (  A  )

（A）若不线性相关, 就一定线性无关

（B）若存在*s*个不全为0的数, 使得  ，则向量组线性无关

（C）若向量组线性相关，则 可以由线性表示

（D）向量组线性无关的充要条件是不能由其余个向量线性表示

15. 矩阵*A* (  C  )时可能改变其秩.

（A）转置 （B）初等变换 （C）乘以奇异矩阵 （D）乘以非奇异矩阵

16.设3阶非零实数方阵 的行列式的每个元素都等于它的代数余子式，则矩阵A的秩为（ D ）

（A）0 （B）1 （C）2 （D）3

17.下面说法正确的是（ C ）

（A）向量空间的基是唯一的

（B）向量空间对加法和矩阵乘法满足封闭性

（C）齐次线性方程组的全体解构成一个向量空间

（D）向量空间的极大无关组的秩小于向量空间的维数

18. 设*n*维向量组(Ⅰ)中每一个向量都可由向量组(Ⅱ)线性表出, 且有，则 ( D )

（A）向量组(Ⅱ)线性无关 （B）向量组(Ⅱ)线性相关

（C）向量组(Ⅰ)线性无关 （D）向量组(Ⅰ)线性相关

**（四）解答题**

1. 已知线性空间的一组基，， 到另一组基 的过渡矩阵为，求：（1）基，（2）在基与基下有相同坐标的全体向量.

解：（1）设，则

所以基：，，

（2）设所求向量的坐标为*X*，则，即，因为可逆，所以，则齐次方程组的全部解即为所求满足条件的全体向量的坐标. 下面求齐次线性方程组的全部解. 系数矩阵

，，同解方程组为其中为自由未知量，令，得基础解系，则同解为，其中*k*为任意常数，故满足条件的全体向量为.

2.设4维向量组,,，，问为何值时，线性相关？当线性相关时，求其一个极大线性无关组，并将其余向量用该极大线性无关组线性表出.

解：向量为列构成矩阵，做初等行变换矩阵化为行最简型 ，当或时，向量组线性相关.

（1）当时，向量组的秩为1，一个极大无关组为，且

（2）当时，，向量组的秩为3，一个极大无关组为，且

3. 已知的两个基为，， 及 ，，，求：由基到基的过渡矩阵***P***.

解：将向量, 作为列构成矩阵，做初等行变换



则 

4.用导出组的基础解系表示方程组的全部解

解：增广矩阵做初等行变换 

，方程组有无穷多组解. 同解方程组为其中为自由未知量. 令，得非齐次线性方程组的一个特解. 对应的导出组为：其中为自由未知量.令分别为，得导出组的基础解系：，则通解为：（为任意实数）

5. 设，和，分别都是齐次方程组的基础解系，求的值.

解：向量为列构成矩阵，做初等行变换矩阵化为行阶梯型 ，若也是基础解系，则或，而，此时，线性相关，故舍去，因此，