**（一）填空题**

1. 设二次型的矩阵, 则二次型.

2. 设，则二次型的矩阵为.

3. 二次型的秩为 2 .

4. 设实二次型的秩为4，正惯性指数为3，则其规范形为.

5. 用正交变换将二次型化为标准形为，则矩阵*A*的最小特征值为 -1 .

6. 若正定，则*t*的取值范围是

7.若矩阵是合同矩阵，即存在可逆矩阵*C*，使得，其中矩阵 

8. 设二次型的秩为1，矩阵*A*的各行元素之和为3，则在正交变换下的标准形为.

**（二）判断题**

1. 设*A*是实对称矩阵，*C*是实可逆矩阵，. 则（ D ）

（A）矩阵*A*与*B*相似 （B）矩阵*A*与*B*不等价

（C）矩阵*A*与*B*有相同的特征值 （D）矩阵*A*与*B*合同

2. 如果矩阵*A*与*B*满足( D )，则矩阵*A*与*B*相似.

（A）矩阵*A*与*B*有相同的行列式

（B）矩阵*A*与*B*有相同的特征多项式

（C）矩阵*A*与*B*有相同的秩

（D）矩阵*A*与*B*有相同的特征值，且这些特征值各不相同

3.设*A*是*n*阶实对称矩阵，则*A*是正定矩阵的充要条件是 ( D )

（A） （B）矩阵*A*的每一个元素都大于零

（C） （D）矩阵*A*的正惯性指数为*n*

4. 设*A*，*B*为同阶方阵，且*r*(*A*) = *r*(*B*)，则 ( C )

（A）矩阵*A*与*B*相似 （B）矩阵*A*与*B*合同

（C）矩阵*A*与*B*等价 （D）

5. 实对称矩阵*A*的所有特征值均大于0是*A*正定的（ A ）

（A）充分必要条件 （B）充分而非必要条件

（C）必要而非充分条件 （D）既非充分也非必要条件

6. 对称矩阵*A*为正定的充分必要条件是（ D ）

（A）矩阵*A*的特征值各不相同 （B）

（C）矩阵*A*的特征值均非负 （D）存在可逆矩阵*U*，使得

7. 设*A*，*B*都是*n*阶实对称可逆矩阵，则（ B ）

（A）存在可逆矩阵*P*，使得 （B）存在可逆矩阵*P，Q*，使得

（C）存在可逆矩阵*P*，使得 （D）有可能等于单位矩阵

8. 若*n*阶方阵的特征值相同, 则 ( B )

（A） （B） （C）矩阵*A*与*B*相似 （D）矩阵*A*与*B*合同

9. 若*n*阶方阵*A*与*B*合同，则（ D ）

（A） （B）矩阵*A*与*B*相似 （C） （D）

10．下列矩阵中，必可对角化的矩阵是（ D ）

（A）可逆矩阵 （B）正交矩阵 （C）上三角形矩阵 （D）负定矩阵

11．正定矩阵未必是（ B ）

（A）对称矩阵 （B）正交矩阵 （C）满秩矩阵 （D）可逆矩阵

12．设*U*为可逆矩阵，则一定有（ A ）

（A）是正定矩阵 （B）是正定矩阵

（C）是正定矩阵 （D）是正定矩阵

**（三）解答题**

1. 设二次型中，二次型的矩阵*A*

的特征值之和为1，特征值之积为-12 .（1）求的值；（2）用配方法化二次型为标准形.

解：（1）二次型的矩阵，根据题意得到

（2）

令  ，标准形为.

2. 设*A*为型实矩阵，且矩阵，试证：当时，矩阵*B*为正定阵．

证明：因为，所以B对称，又设为任意*n*维非零向量，则，因为，，，所以，从而矩阵*B*为正定矩阵．

3. 设， （1）计算二次型，写出该二次型所对应的矩阵； （2）将二次型化为标准形，写出所用的可逆线性变换及变换矩阵.

解：（1）

该二次型对应的矩阵为

（2）特征多项式，知*B*的特征值为①对，解得的一个基础解系 ，单位化，②对，解得的一个基础解系，单位化， ③对解得的一个基础解系，单位化得，取 ，则*P*为正交阵，设经正交变换， 原二次型化为标准形：.

4. 已知实二次型通过正交变换可以化为标准型.（1）求的值及正交变换*U*（2）二次型是否正定，给出理由

解：（1）该二次型对应的矩阵为，所以，则或，因为，所以，此时知*A*的特征值为①对，方程组的系数矩阵，同解方程组为，其中为自由未知量，令，得一个基础解系,② 当时，方程组的系数矩阵，同解方程组为，其中为自由未知量，令，得一个基础解系，先将正交化，取，，再将单位化， ，，， 取 ，则为正交阵，设经正交变换，将二次型化为标准型

（2）二次型不是正定的，因为特征值，不是全大于0.