Homework 3 - Draw line

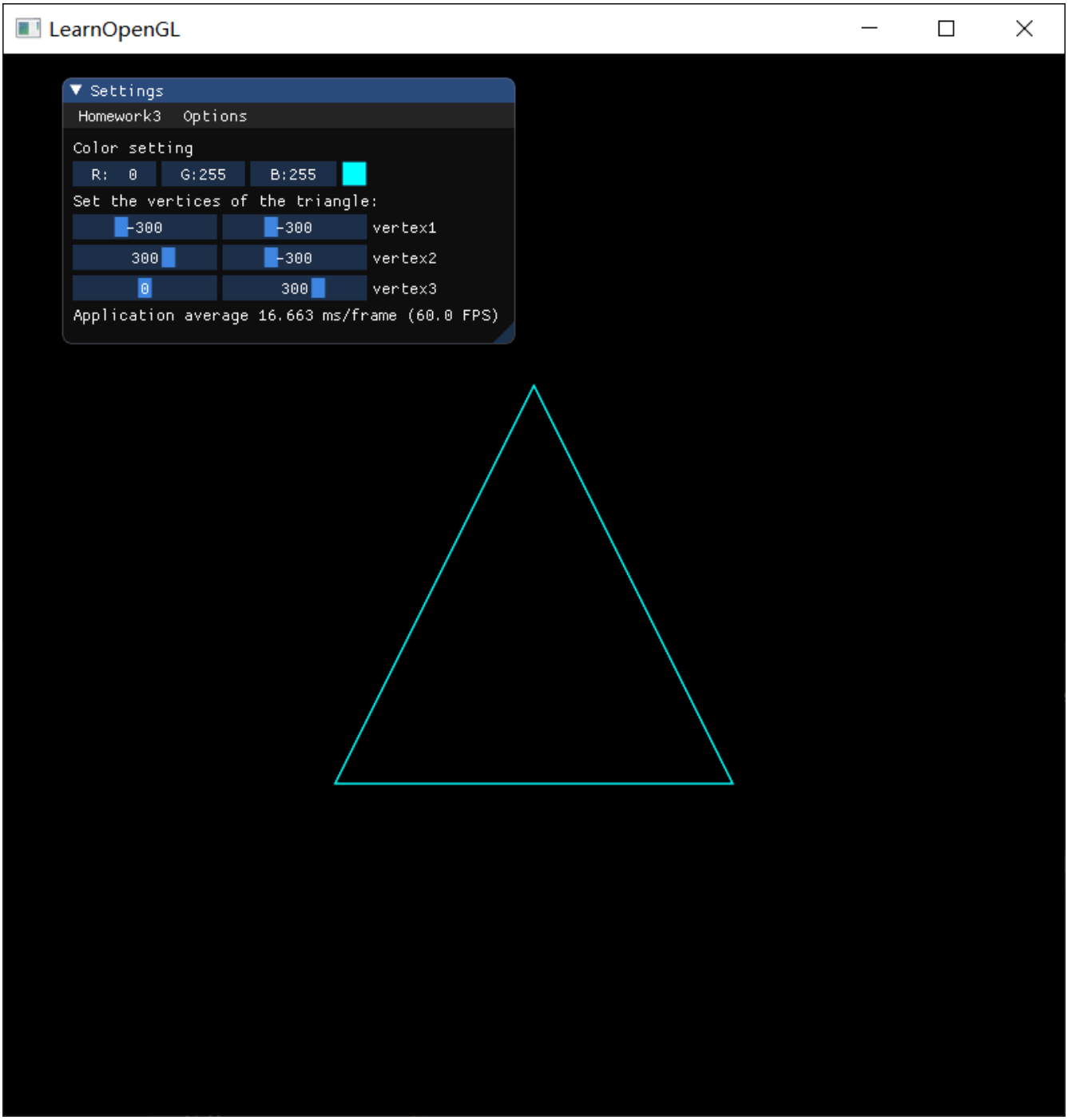
1 Basic

1.1 Bresenham 算法画三角形

> 使用Bresenham算法(只使用integer arithmetic)画一个三角形边框：input为三个2D点；output三条直线（要求图元只能用GL_POINTS ， 不能使用其他，比如GL_LINES 等）。

1.1.1 结果图

可以通过 ImGui 调整三角形的顶点位置与三角形的颜色：


LearnOpenGL
Settings
Homework3
Options
Color setting
R: 0
G:255
B:255
Set the vertices of the triangle:
-300
-300
vertex1
300
-300
vertex2
0
300
vertex3
Application average 16.663 ms/frame (60.0 FPS)

1.1.2 算法步骤

- **draw** (x_0, y_0)
- **Calculate** $\Delta x, \Delta y, 2\Delta y, 2\Delta y - 2\Delta x, p_0 = 2\Delta y - \Delta x$
- **If** $p_i \le 0$ **draw** $(x_{i+1}, \bar{y}_{i+1}) = (x_i + 1, \bar{y}_i)$

  and compute $p_{i+1} = p_i + 2\Delta y$
- **If** $p_i > 0$ **draw** $(x_{i+1}, \bar{y}_{i+1}) = (x_i + 1, \bar{y}_i + 1)$

  and compute $p_{i+1} = p_i + 2\Delta y - 2\Delta x$
- **Repeat the last two steps**

上面的算法步骤是线与 x 轴夹角是小于 45 度的情况，实现时，要分直线与x轴夹角是否大于45度这两个情况来做。下面是这部分的主要代码，可以看出Bresenham算法非常高效，只涉及整数的加法运算。

```
std::vector<int> Utility::getBresenhamLinePoints(int x0, int y0, int x1, int y1) const
{
    std::vector<int> points;
    int dx = abs(x1 - x0), dy = abs(y1 - y0);
    const bool steep = dy > dx;
    if (steep) {
        std::swap(x0, y0);
        std::swap(x1, y1);
        std::swap(dx, dy);
    }
    const int ix = x1 - x0 > 0 ? 1 : -1;
    const int iy = y1 - y0 > 0 ? 1 : -1;
    int x = x0, y = y0;
    const int delta_p1 = 2 * dy;
    const int delta_p2 = 2 * (dy - dx);
    int p = 2 * dy - dx;

    while (x != x1) {
        if (p < 0) {
            p += delta_p1;
        }
        else {
            y += iy;
            p += delta_p2;
```

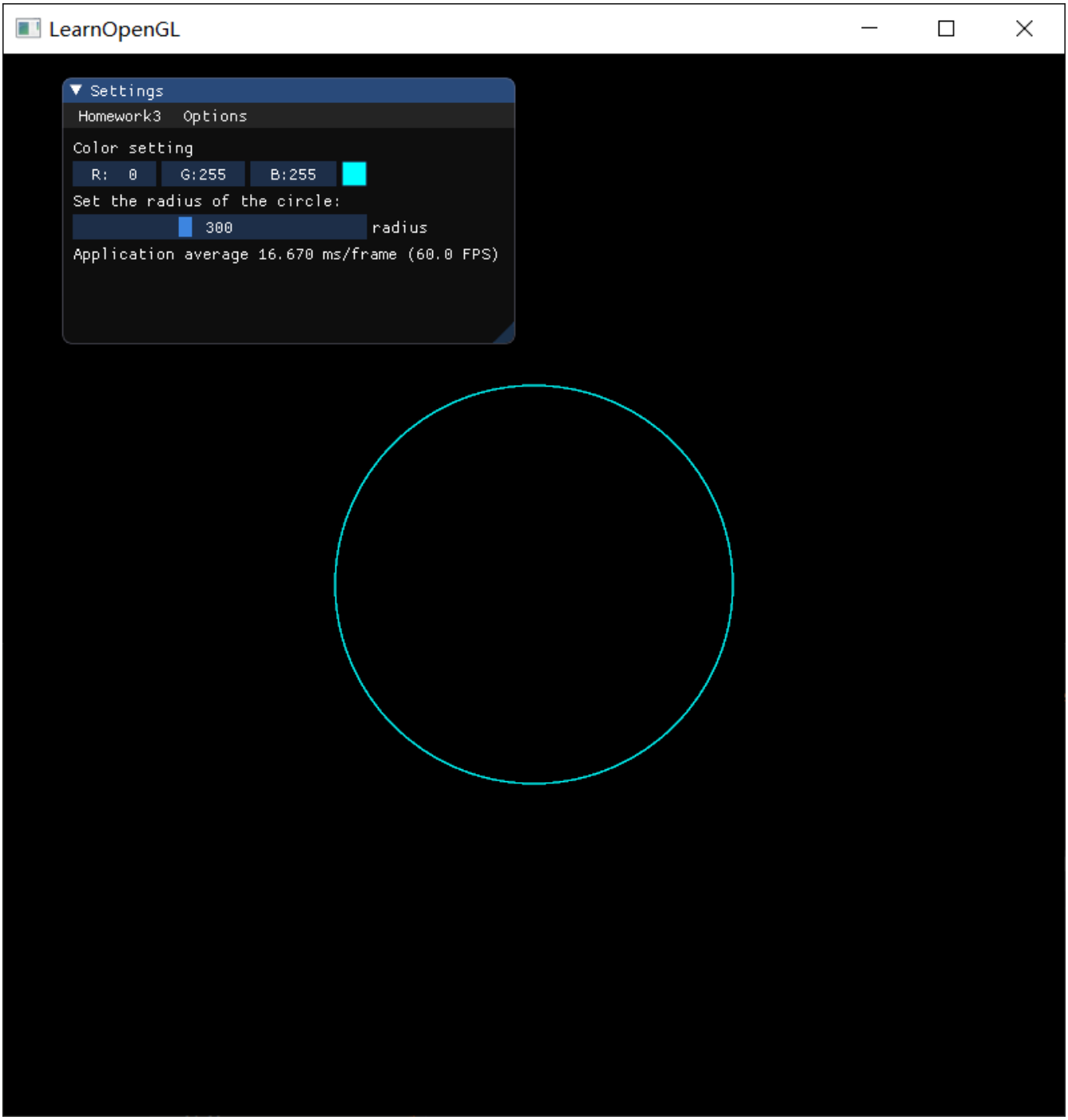
```
        }
        x += ix;
        steep ? setPixel(points, y, x) : setPixel(points, x, y);
    }
    return points;
}
```

1.2 Bresenham 算法画圆

> 使用Bresenham算法(只使用integer arithmetic)画一个圆：input为一个2D点(圆心)、一个integer半径；output为一个圆。

1.2.1 结果图

可以通过 ImGui 调整圆的半径：

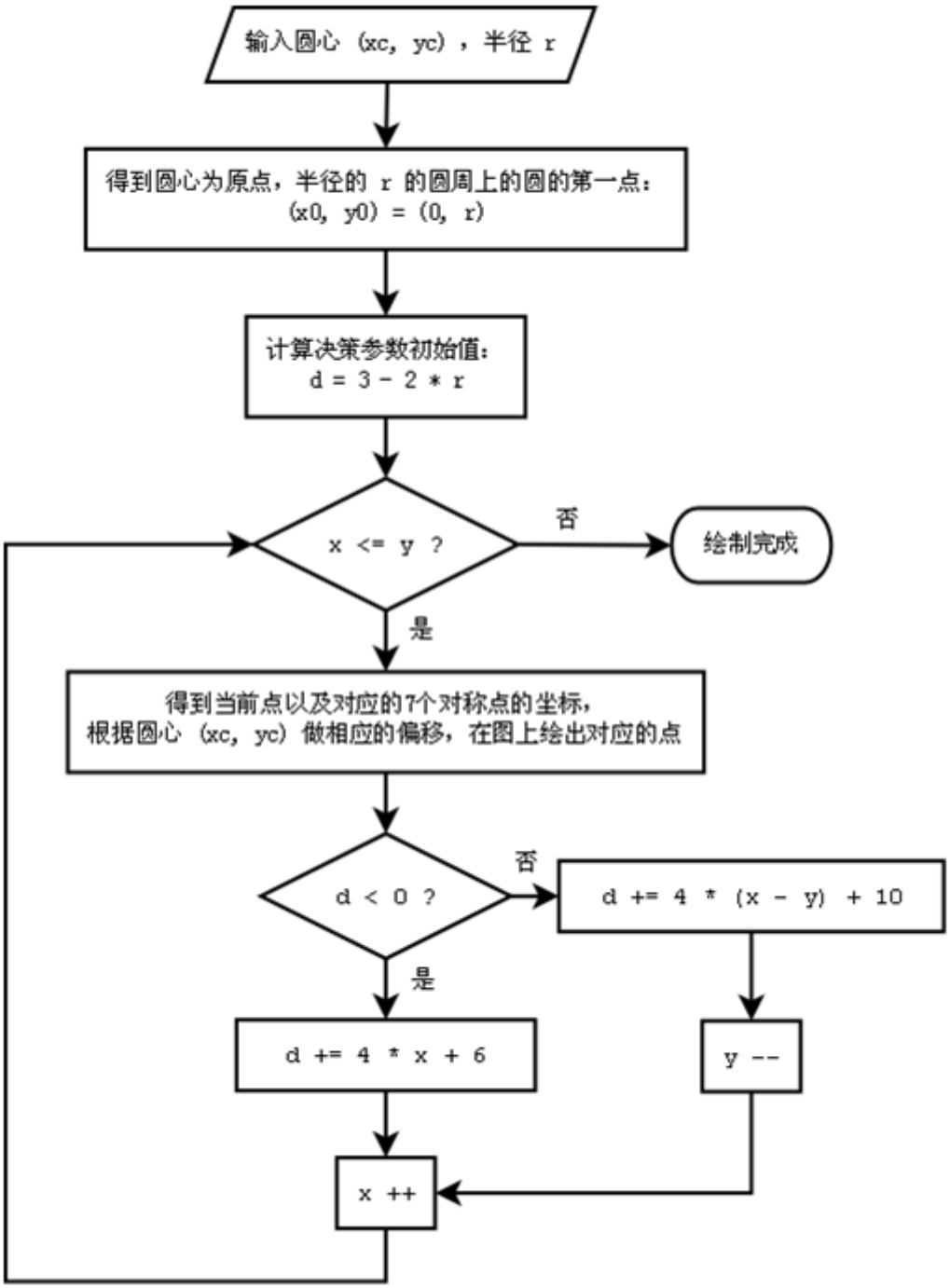


1.2.2 算法步骤

参考博客:

- Bresenham 画圆算法原理
- Bresenham直线算法与画圆算法

Bresenham画圆算法的流程图（图片来自Bresenham直线算法与画圆算法）：



该部分的主要代码：

```
std::vector<int> Utility::getBresenhamCirclePoints(const int x0, const int y0, const int r) const
{
    std::vector<int> points;
    int x = 0, y = r, p = 3 - 2 * r;
    while (x <= y) {
        getCircleEightPoints(x0, y0, x, y, points);
        if (p < 0) {
            p += 4 * x + 6;
        }
        else {
            p += 4 * (x - y) + 10;
```

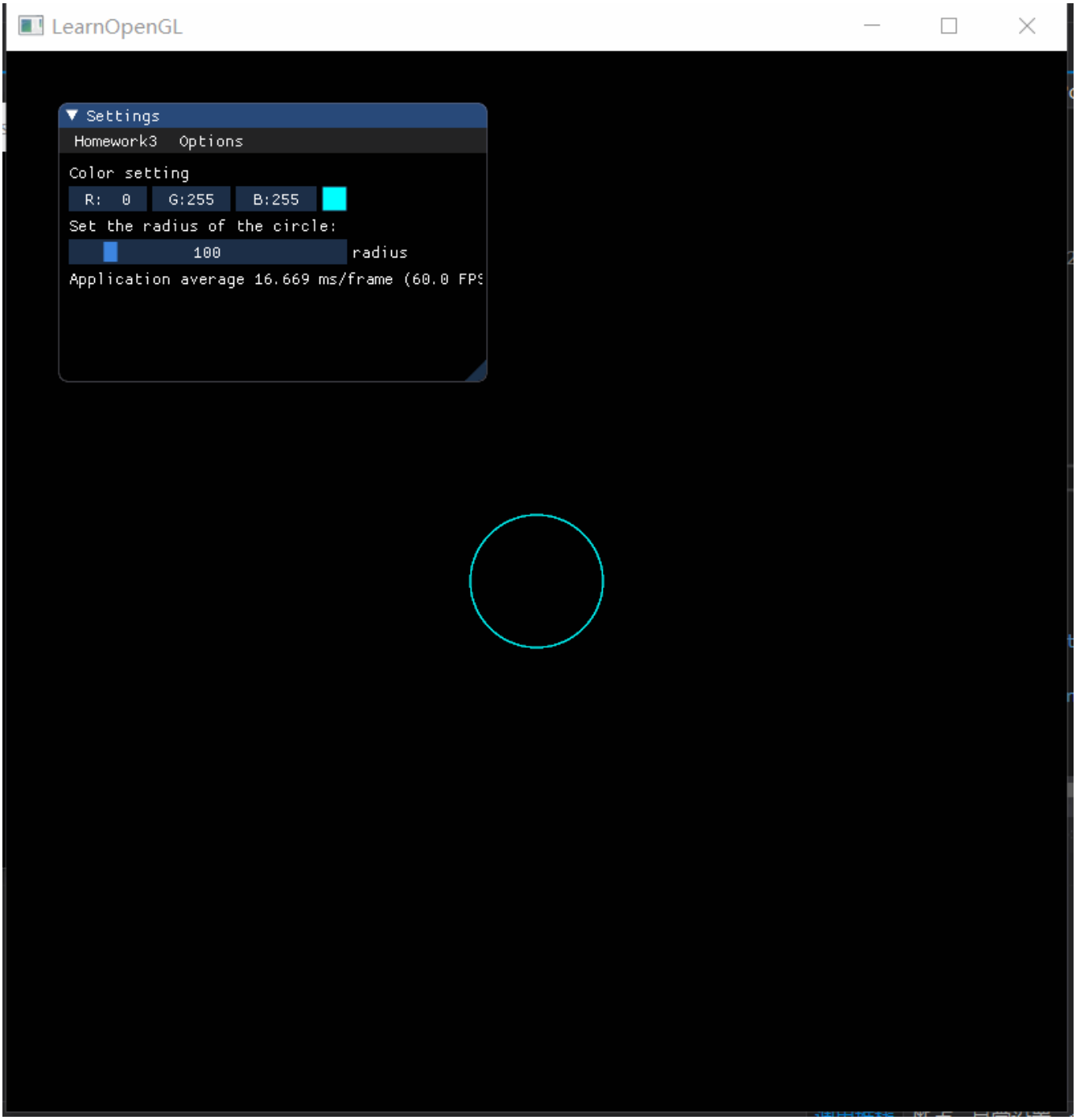
```
            y--;
        }
        x++;
    }
    return points;
}

void Utility::getCircleEightPoints(const int x0, const int y0, const int x, const int y, std::vector<int> &points) const
{
    setPixel(points, x0 + x, y0 + y);
    setPixel(points, x0 + x, y0 - y);
    setPixel(points, x0 - x, y0 + y);
    setPixel(points, x0 - x, y0 - y);
    setPixel(points, x0 + y, y0 + x);
    setPixel(points, x0 + y, y0 - x);
    setPixel(points, x0 - y, y0 + x);
    setPixel(points, x0 - y, y0 - x);
}
```

1.3 ImGui 调整圆的大小

> 在GUI在添加菜单栏，可以选择是三角形边框还是圆，以及能调整圆的大小(圆心固定即可)。

结果图:



方法：在 ImGui 菜单栏里添加一个 slider 来获取半径

```
ImGui::SliderInt("radius", &radius, 0, (int)IGLFW::SCR_HEIGHT);
```

2 Bonus

2.1 三角形光栅转换算法

使用三角形光栅转换算法，用和背景不同的颜色，填充你的三角形。

2.1.1 结果图

2.1.2 算法步骤

（1）由三角形三个顶点的坐标 $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2)$，计算三条边的直线方程。

由两点坐标 $(x_0, y_0), (x_1, y_1)$ 可列出点斜式直线方程：

$$y - y_0 = \frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1}(x - x_0)$$

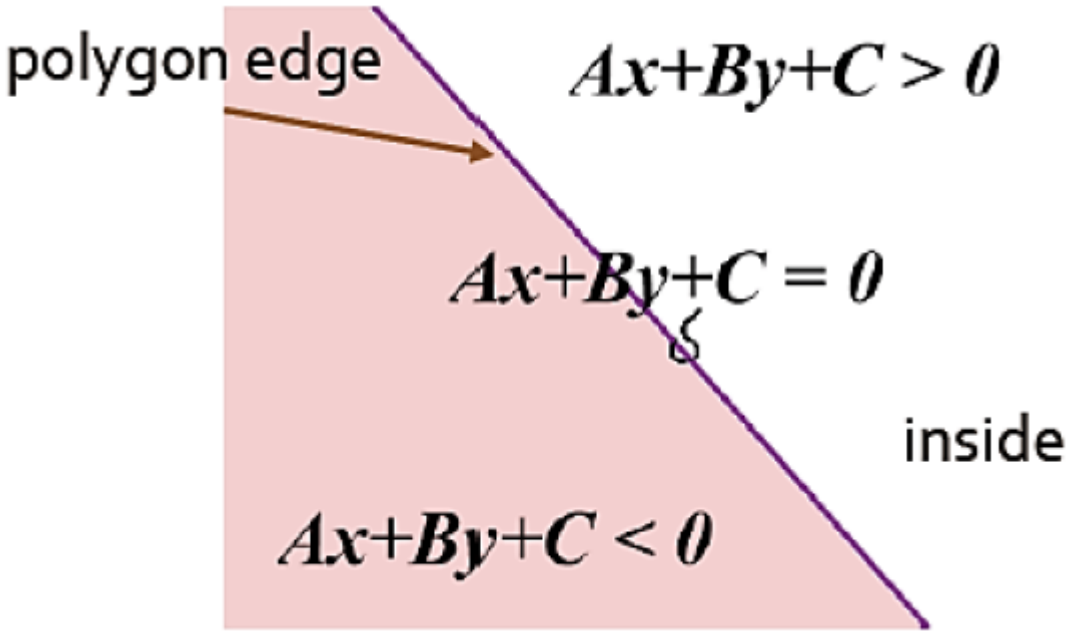
化成一般式直线方程 $Ax + By + C = 0$：

$$(y_0 - y_1)x + (x_1 - x_0)y + (x_0 y_1 - x_1 y_0) = 0$$

所以，

$$\begin{aligned} A &= y_0 - y_1 \\ B &= x_1 - x_0 \\ C &= x_0 y_1 - x_1 y_0 \end{aligned}$$

然后，要使直线负半空间都是三角形外部的点，方法如下：代入第三个顶点 (x_2, y_2) 到直线方程中，若结果小于0，则将直线方程的系数 A, B, C 乘以负一。



重复上面步骤，得到3条直线方程。

（2）对于三角形的外接长方形的每一个点，分别代入3条直线方程中，如果有一个方程小于0，则该点在三角形外；否则该点在三角形内，设置该点的像素 (set pixel)。

主要代码：

```
std::vector<int> Utility::getRasterizedTrianglePoints(const int x0, const int y0,
const int x1, const int y1, const int x2, const int y2) const
{
    std::vector<int> points;
    int x_min = std::min(x0, std::min(x1, x2));
    int y_min = std::min(y0, std::min(y1, y2));
    int x_max = std::max(x0, std::max(x1, x2));
```

```
    int y_max = std::max(y0, std::max(y1, y2));
    std::vector<std::vector<int>> equations = { getEdgeEquation(x0, y0, x1, y1, x2, y2), getEdgeEquation(x0, y0, x2, y2, x1, y1), getEdgeEquation(x2, y2, x1, y1, x0, y0) };
    for (int x = x_min; x <= x_max; x++) {
        for (int y = y_min; y <= y_max; y++) {
            bool inside = true;
            for (int i = 0; i < (int)equations.size(); i++) {
                if (equations[i][0] * x + equations[i][1] * y + equations[i][2] < 0) {
                    inside = false;
                    break;
                }
            }
            if (inside) {
                setPixel(points, x, y);
            }
        }
    }
    return points;
}

std::vector<int> Utility::getEdgeEquation(const int x0, const int y0, const int x1, const int y1, const int x2, const int y2) const
{
    std::vector<int> params;
    int A = y0 - y1, B = x1 - x0, C = x0 * y1 - x1 * y0;
    if (A * x2 + B * y2 + C < 0) {
        A *= -1; B *= -1; C *= -1;
    }
    params.push_back(A); params.push_back(B); params.push_back(C);
    return params;
}
```