

מטלת מנחה (ממ"ן) 17

הקורס: 20474 – חשבון אינפיניטסימלי 1

חומר הלימוד למטלה: יחידות 6, 7

מספר השאלות: 6 משקל המטלה: 3 נקודות

סמסטר: 2015 ב מועד אחרון להגשה: 8.6.2015

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (15 נקודות)

חשבו את הגבולות:

א. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \sqrt{n} \sin \frac{1}{n} \right)^{\sqrt{n}}$

ב. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1 - \cos x}{x} \right)^{\frac{1}{x}}$

שאלה 2 (20 נקודות)

תהי $f(x) = e^{-x} + \cos x$

א. הוכיחו כי $\lim_{n \rightarrow \infty} f(\pi + 2\pi n) = -1$

ב. הוכיחו כי $\inf f([0, \infty)) = -1$

ג. הוכיחו כי לכל $-1 < c < 2$ קיים בקטע $[0, \infty)$ פתרון למשוואה $f(x) = c$.

שאלה 3 (15 נקודות)

א. הוכיחו כי $\lim_{n \rightarrow \infty} (\ln(2\pi n + \frac{\pi}{2}) - \ln(2\pi n)) = 0$

ב. הוכיחו (אפשר בעזרת סעיף א') כי $f(x) = \sin(e^x)$ אינה רציפה במידה שווה ב- \mathbb{R} .

שאלה 4 (15 נקודות)

לכל אחת מהפונקציות הבאות מצאו את תחום ההגדרה, תחום הרציפות ותחום הגזירות. כמו-כן לכל נקודה בתחום הגזירות, מצאו את הנגזרת המתאימה. נמקו את תשובותיכם.

$$א. f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x^2} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

ב. $f'(x)$, כאשר $f(x)$ היא הפונקציה המוגדרת בסעיף א'.

$$ג. f(x) = x^2 D(x) = \begin{cases} x^2 & x \in \mathbb{Q} \\ 0 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

שאלה 5 (25 נקודות)

$$א. \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x} = 0 \text{ הוכיחו כי}$$

רמז: הציבו $x = -\frac{1}{t}$ והסתמכו על שאלה 13 מיחידה 6.

$$ב. \text{ הוכיחו כי הפונקציה } f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} + \sin x & x < 0 \\ \ln(1+x) & x \geq 0 \end{cases} \text{ גזירה ב- } x=0.$$

שאלה 6 (10 נקודות)

תהי f פונקציה רציפה ב- $x_0 = 0$.

הוכיחו כי הפונקציה $g(x) = |x|f(x)$ גזירה ב- $x_0 = 0$ אם ורק אם $f(0) = 0$.