

מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20474 – חשבון אינפיניטסימלי 1

חומר הלימוד למטלה: יחידה 4

מספר השאלות: 5 משקל המטלה: 2 נקודות

סמסטר: 2015 מועד אחרון להגשה: 4.5.2015

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (15 נקודות)

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x) = \sqrt{\tan x - 1}$.
- ב. מצאו את כל ערכי x בקטע $[0, \pi]$ שעבורם מתקיים $|\tan x| \leq \sin 2x$.
נמקו את תשובותיכם.

שאלה 2 (20 נקודות)

- יהיו f, g ו- h פונקציות מ- \mathbb{R} ל- \mathbb{R} .
- הוכיחו או הפריכו כל אחת מהטענות הבאות:
- א. אם $f \circ g = f \circ h$ אז $g = h$.
- ב. אם $f \circ g = f \circ h$ ו- f היא חד-חד-ערכית, אז $g = h$.
- ג. אם $g \circ f = h \circ f$ ו- f היא על, אז $g = h$.
- ד. אם $f \circ g$ עולה, ו- f יורדת, אז g יורדת.
- ה. אם $f \circ g$ עולה, ו- f היא חד-חד-ערכית, אז g מונוטונית.

שאלה 3 (20 נקודות)

- א. הוכיחו ישירות לפי הגדרת הגבול בלשון $\varepsilon - \delta$ (הגדרה 4.28): $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x-2} = 2$
- ב. הוכיחו ישירות לפי הגדרת הגבול בלשון $\varepsilon - M$ (הגדרה 4.54): $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x + \sin x} = 1$

שאלה 4 (20 נקודות)

- א. תהי f פונקציה המוגדרת בסביבת x_0 .
נסחו את הטענה "לא קיים ל- f גבול סופי כש- $x \rightarrow x_0$ " בשתי דרכים:
(i) בלשון $\varepsilon - \delta$.
(ii) בלשון סדרות (על-פי היינה).
- ב. הוכיחו כי לא קיים ל- $f(x) = \frac{x}{(x - \lfloor \sin x \rfloor)}$ גבול סופי כש- $x \rightarrow 0$ בשתי דרכים:
(i) ישירות לפי ההגדרה של סעיף א' (i).
(ii) ישירות לפי ההגדרה של סעיף א' (ii).

שאלה 5 (25 נקודות)

בכל אחד מהסעיפים הבאים חשבו את הגבול, או הוכיחו שאינו קיים.

- א. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$
- ב. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 7x^3}{x^3 - 2x^4}$
- ג. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^3 - x^2 - x}$
- ד. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2} \right)$
- ה. $\lim_{x \rightarrow k} \lfloor x \rfloor \tan \frac{\pi x}{2}$, $k = 0, 1, 2$ (כלומר מדובר כאן ב-3 גבולות).