מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 04101 - אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: **יחידות 2,1**

מספר השאלות: 4 **משקל המטלה: 2 נקודות**

סמסטר: 2015א **מועד הגשה: 2.11.2014**

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:
- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1

יהיו A ו- B הקבוצות הבאות:

$$A=\{1,4,9,\dots\}=\{n^2 \mid n\in\mathbf{N}\}$$

$$B=\{1,16,81,\dots\}=\{n^4 \mid n\in\mathbf{N}\}$$

א. בנה התאמה חד-חד-ערכית בין A ו- B.

ב. בנה התאמה שאינה חד-חד-ערכית בין A ו- B.

ג. מהי מסקנתך מסעיפים א' ו- ב': האם A ו- B שקולות? נמק!

ד. האם נובע מן הסעיפים הקודמים כי A אינסופית? נמק!

שאלה 2

באיור שלפניך דיאגרמת ון המתארת את היחסים בין שלוש קבוצות כלשהן A, B ו- C שחלקיות לקבוצה E. קווקו בדיאגרמות ון (שונות) את השטח המתאר את הקבוצות הבאות:

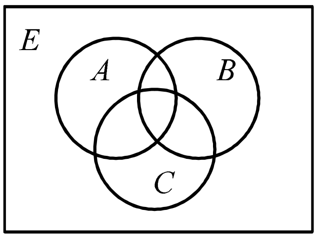
א. $B\setminus(A\setminus C)$

ב. $B\setminus(C\setminus A)$

ג. $((A\setminus B)\setminus C)\cup(A\cap B^c(E)\cap C^c(E))$

ד. $(A\cup B)^c(E)\cup(B\cup C)^c(E)\cup(C\cup A)^c(E)$

ה. $(A\cup B)\cap(B\cup C)\cap(C\cup A)$



שאלה 3

יהיו A , B קבוצות. נתון כי לכל $x \in B$ הקבוצה $A \setminus \{x\}$ היא שקולה ל- A.

הוכח או הפרך כל אחת מהטענות הבאות:

א. אם A קבוצה סופית אז $A \cap B = \varnothing$.

ב. אם B קבוצה סופית אז $A \cap B = \varnothing$.

שאלה 4

יהיו A, B קבוצות. הוכח או הפרך כל אחת מהטענות הבאות:

א. אם $A = A \setminus B$ אז $B = \varnothing$.

ב. אם $A = A \setminus B$ אז $A \cap B = \varnothing$.

ג. אם A שקולה ל- $A \setminus B$ אז $A \cap B = \varnothing$.

ד. אם A סופית ו- A שקולה ל- $A \setminus B$ אז $A \cap B = \varnothing$.

מטלת מחשב (ממ״ח) 01

הקורס: אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: יחידות 1,2

מספר השאלות: 24 | **משקל המטלה: 2 נקודות**

סמסטר: 2015א | **מועד הגשה: 9.11.2014**

את התשובות לממ״ח יש לשלוח באמצעות מערכת **שאילתא**
בכתובת www.openu.ac.il/sheilta

בכל אחת מהשאלות בממ״ח זה מופיעים שני משפטים. סמן:

א - אם רק משפט 1 נכון.
ב - אם רק משפט 2 נכון.
ג - אם שני המשפטים נכונים.
ד - אם שני המשפטים אינם נכונים.

במטלה זו A,B,C הן קבוצות, $\varnothing$ היא הקבוצה הריקה ו- $\mathbf{N}$ היא קבוצת המספרים הטבעיים.

שאלה 1

1. $\{1,2\} \subseteq \{1,\{1,2\}\}$
2. $\{1,2\} \in \{1,\{1,2\}\}$

שאלה 2

1. $\{1\} \subseteq \{1,\{1,2\}\}$
2. $\{1\} \in \{1,\{1,2\}\}$

שאלה 3

1. $\varnothing \subseteq \{1,2\}$
2. $\varnothing \in \{1,2\}$

שאלה 4

1. אם $A \subset B$ אז $A \subseteq B$
2. אם $A \subset B$ אז $B \neq \varnothing$

שאלה 5

1. אם $x \notin A$ אז $x \notin A \cap B$
2. אם $x \notin A$ אז $x \notin A \cup B$

שאלה 6

1. אם $x \notin A \cup B$ אז $x \notin A$ וגם $x \notin B$
2. אם $x \notin A \cap B$ אז $x \notin A$ וגם $x \notin B$

שאלה 7

1. אם $x \in A \setminus B$ אז $x \notin B$
2. אם $x \notin A \setminus B$ אז $x \notin A$ או $x \in B$

שאלה 8

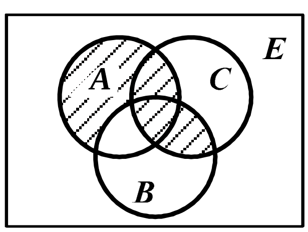
1. אם $A \not\subseteq B$ אז $A \cap B = \varnothing$
2. אם $A \subseteq B$ אז $A \cap B \neq \varnothing$

שאלה 9

1. אם $A \not\subseteq B$ אז $A \neq \varnothing$
2. אם $A \subset B$ אז $A \cap B \neq A$

שאלה 10

השטח המקווקו מתאר את הקבוצה :



1. $[(A \cup B) \cap C] \cup (A \setminus B)$
2. $[(A \cup C) \setminus (B \setminus C)] \setminus [(C \setminus B) \setminus A]$

שאלה 11

1. אם $A \neq B$ אז $A \not\subseteq B$ וגם $B \not\subseteq A$
2. אם $A \cup B = B$ אז $A \cap B = A$

שאלה 12

1. $\{1,2\} \subseteq \{\mathbf{N}\}$
2. $\{1\} \in \{\mathbf{N}\}$

שאלה 13

1. קיימת קבוצה A ששקולה ל - $\{A\}$
2. אם B,A קבוצות כך ש - $A \in B$ אז B לא שקולה ל- A

שאלה 14

1. אם A קבוצה אינסופית אז A שקולה לכל קבוצה שחלקית לה ממש
2. אם A קבוצה אינסופית אז קיימת B חלקית ל- A שאינה שקולה ל- A

שאלה 15

1. אם B קבוצה אינסופית ואם $A \in B$ אז A קבוצה אינסופית
2. אם A קבוצה סופית ואם $A \subset B$ אז B לא שקולה ל- A

שאלה 16

1. אם A ו- B קבוצות שקולות אז כל התאמה ביניהן היא חד-חד-ערכית
2. אם $B \subset A$ ו- A לא שקולה ל- B אז B אינסופית

שאלה 17

1. אם $B \cup A$ שקולה ל- A ואם $A \not\subseteq B$ אז $B \cup A$ אינסופית
2. אם $B \cap A$ שקולה ל- A אז A אינסופית

שאלה 18

1. $\{1,\mathbf{N}\}$ קבוצה אינסופית
2. $P(\mathbf{N}) \setminus \{\mathbf{N}\}$ קבוצה אינסופית

שאלה 19

1. לכל קבוצה A, $P(A) \neq \varnothing$
2. לכל x, אם $x \in A$ אז $x \in P(A)$

שאלה 20

1. אם $B \in P(A)$ ואם $B \subseteq C$ אז $C \in P(A)$
2. אם $B \in P(A)$ אז $B \notin A$

שאלה 21

1. אם A קבוצה אינסופית אז A שקולה ל- $\mathbf{N}$.
2. אם A קבוצה אינסופית אז A שקולה לכל קבוצה אינסופית שחלקית ל- A

שאלה 22

1. אם $P(A)$ שקולה ל- B אז A לא שקולה ל- B
2. אם A אינסופית אז $P(A)$ שקולה ל- $P(P(A))$

שאלה 23

1. לכל קבוצה לא ריקה A יש קבוצה חלקית B שאינה שקולה ל- A
2. לכל קבוצה A קיימת קבוצה C שמכילה את A ואינה שקולה ל- A

שאלה 24

1. כדי להגדיר התאמה חד-חד-ערכית בין N לבין $\mathbf{N} \cup \{0\}$ חייבים להתאים מספר x את המספר $x-1$
2. הקבוצה $\mathbf{N} \cup \{\mathbf{N}\}$ שקולה ל- $P(\mathbf{N})$

מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 04101 - אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: **יחידות 4,2**

מספר השאלות: 3 **משקל המטלה: 3 נקודות**

סמסטר: 2015א **מועד הגשה: 16.11.2014**

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (30 נקודות)

א. יהיו $A = \{1, \{1\}\}$, $B = \{1, \varnothing\}$.

רשום את $P(A)$, $P(B)$, $P(A) \setminus P(B)$, $P(B) \setminus B$, $P(A) \setminus \{A\}$ בעזרת צומדיים.

ב. תהי C קבוצה כלשהי. הוכח או הפרך כל אחת מהטענות הבאות:

(i) $P(C) \cap C = \varnothing$

(ii) $P(C) \cap C \neq \varnothing$

שאלה 2 (40 נקודות)

יהיו A, B, C קבוצות. הוכח את שתי הטענות הבאות:

א. $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$.

ב. אם $A \setminus (B \setminus C) \subseteq (A \setminus B) \setminus C$ אז $A \cap C = \varnothing$.

הוכח או הפרך כל אחת מהטענות הבאות:

ג. אם $P(A) \subseteq B$ אז $\{\varnothing, A\} \in P(B)$.

ד. אם $\{\varnothing, A\} \in P(B)$ אז $P(A) \subseteq B$.

שאלה 3 (30 נקודות)

א. על קבוצת המספרים הטבעיים הזוגיים $A = \{ 2n | n \in \mathbf{N}\}$ מגדירים פעולה בינרית $*$ כך:

לכל $x, y \in A$, $x * y = \dfrac{(x-2)(y-2)}{2} + 2$.

בדוק אם הפעולה $*$ מקיימת את תכונת הסגירות, את תכונת הקיבוציות, אם קיים איבר נטרלי ואם לכל איבר קיים נגדי ביחס לפעולה זו. נמק כל טענותיך.

ב. פתור את השאלה מסעיף א׳ בהנחה כי $A = \mathbf{Q} \setminus \{2\}$. ($\mathbf{Q}$ היא קבוצת המספרים הרציונליים).

מטלת מחשב (ממ"ח) 02

הקורס: **אשנב למתמטיקה**

חומר הלימוד למטלה: **יחידה 4**

מספר השאלות: **24** **משקל המטלה:** **2 נקודות**

סמסטר: **2015א** **מועד הגשה:** **23.11.2014**

את התשובות לממ"ח יש לשלוח באמצעות מערכת **שאילתא** בכתובת www.openu.ac.il/sheilta

בכל אחת מהשאלות בממ"ח זה מופיעים שני משפטים.

סמן: א - אם רק משפט 1 נכון, ב - אם רק משפט 2 נכון,

ג - אם שני המשפטים נכונים, ד - אם שני המשפטים אינם נכונים.

בשאלות 1, 2 נתייחס לקבוצה $A = \{a\}$ שעליה מוגדרת פעולה בינרית $*$ על-ידי $a * a = a$.

שאלה 1

1. A סגורה ביחס לפעולה $*$.
2. הפעולה $*$ אינה קיבוצית כי אין שלושה איברים ב- A.

שאלה 2

1. a איבר נטרלי ב- A ביחס לפעולה $*$.
2. A חבורה ביחס ל- $*$.

בשאלות 3, 4 נתייחס לקבוצה $A = \{a, b\}$ ולפעולה $*$ שמוגדרת על-ידי הטבלה:

$*$	a	b
a	a	b
b	b	b

שאלה 3

1. A סגורה ביחס ל- $*$.
2. הפעולה $*$ היא קיבוצית.

שאלה 4

1. b איבר נטרלי ביחס לפעולה $*$.
2. A חבורה ביחס לפעולה $*$.

בשאלות 5, 6, 7 נתייחס ל- $A = \{a, b, c\}$ ולפעולה $*$ שמוגדרת על-ידי הטבלה:

$*$	a	b	c
a	a	b	c
b	b	a	c
c	c	a	a

שאלה 5

1. הפעולה $*$ היא קיבוצית.
2. קיים ב- A איבר נטרלי ביחס לפעולה $*$.

שאלה 6

1. b נגדי ל- c ביחס לפעולה $*$.
2. c נגדי ל- c ביחס לפעולה $*$.

שאלה 7

1. הפעולה $*$ היא חילופית.
2. לכל איבר של A קיים נגדי ביחס לפעולה $*$.

בשאלות 8-11, A היא קבוצה לא ריקה.

שאלה 8

1. $P(A)$ סגורה ביחס לפעולת החיתוך בין קבוצות.
2. פעולת החיתוך ב- $P(A)$ היא קיבוצית.

שאלה 9

1. $\varnothing$ איבר נטרלי ב- $P(A)$ ביחס לפעולת החיתוך.
2. ל- A יש איבר נגדי ב- $P(A)$ ביחס לפעולת החיתוך.

שאלה 10

1. $P(A)$ סגורה ביחס לפעולת ההפרש בין קבוצות.
2. פעולת ההפרש בין קבוצות ב- $P(A)$ היא קיבוצית.

שאלה 11

1. $\varnothing$ איבר נטרלי ב- $P(A)$ ביחס לפעולת ההפרש בין קבוצות.
2. $\varnothing$ איבר נטרלי ב- $P(A)$ ביחס לפעולת האיחוד בין קבוצות.

שאלה 12

נגדיר פעולה בינרית $*$ על $\mathbf{N}$ על-ידי: $m*n=m^n$ לכל $m,n\in\mathbf{N}$.

1. הפעולה קיבוצית.
2. קיים איבר נטרלי ב- $\mathbf{N}$ ביחס לפעולה $*$.

שאלה 13

נסמן ב- $*$ את פעולת הכפל מודולו 10 (כלומר, $m*n$ היא שארית החלוקה של mn ב- 10).

1. הקבוצה $\{2,4,6,8\}$ היא חבורה ביחס ל- $*$.
2. הקבוצה $\{1,3,5,7,9\}$ היא חבורה ביחס ל- $*$.

בשאלות 19-14 G היא חבורה ביחס לפעולה $*$, e הוא האיבר הנטרלי ו- a,b,c הם איברים של G.
(יתכן שיש גם איברים אחרים ב- G).

שאלה 14

1. אם $x\in G$ ו- $x*x=x$ אז $x=e$.
2. אם $x\in G$ ו- $x*x=e$ אז $x=e$.

שאלה 15

1. אם $a*b=b*a$ אז G חילופית.
2. אם $a=b^{-1}$ אז $b=a^{-1}$.

שאלה 16

1. לכל $x,y,z\in G$, אם $x*y=x*z$ אז $y=z$.
2. לכל $x,y,z\in G$, אם $x*y=y*z$ אז $x=z$.

שאלה 17

1. באלכסון טבלת הפעולה של G מופיעים כל האיברים של G.
2. a מופיע בדיוק פעם אחת בכל שורה ובכל עמודה בטבלת הפעולה של G.

שאלה 18

1. $(a*b*c)^{-1} = c^{-1}*b^{-1}*a^{-1}$.
2. אם $(a*b)^{-1} \neq a^{-1}*b^{-1}$ אז G אינה חילופית.

שאלה 19

1. אם $a*b = e$ אז $b*a = e$.
2. אם ב- G יש בדיוק 4 איברים ואם $a*b = c$ אז $b*a = c$.

שאלה 20

1. כל חבורה שמספר איבריה הוא 1 או 2 או 3 היא חילופית.
2. כל חבורה היא חילופית.

שאלה 21

תהי A קבוצה בת שלושה איברים.

1. קיימת פעולה בינרית על A שמקיימת את התכונות שבהגדרת החבורה פרט לקיבוציות.
2. קיימת פעולה בינרית לא קיבוצית על A שמקיימת את שאר התכונות שבהגדרת החבורה וגם את חוקי הצמצום.

שאלה 22

תהי A קבוצה עם פעולה בינרית $*$, שמקיימת את שלוש התכונות הראשונות שבהגדרת החבורה.

1. אם $*$ היא גם חילופית אז A חבורה ביחס ל- $*$.
2. אם $*$ מקיימת גם את חוקי הצמצום אז A חבורה ביחס ל- $*$.

שאלה 23

נגדיר פעולה בינרית ב- $\mathbf{N} \cup \{1/2\}$ על-ידי : $x \Delta y = 2xy$, לכל $x, y \in \mathbf{N} \cup \{1/2\}$.

1. Δ מקיימת את חוקי הצמצום.
2. $\mathbf{N} \cup \{1/2\}$ היא חבורה ביחס ל- Δ .

שאלה 24

תהי G חבורת פעולות הסימטריה על משולש שווה צלעות, כפי שהוגדרה ביחידה.

1. קיימים $x, y, z \in G$ כך ש : $x \circ y = y \circ z$ אך $x \neq z$.
2. לכל $x \in G$ מתקיים $x \circ x = I$ או $x \circ x \circ x = I$.

מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 04101 - אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: יחידה 4

מספר השאלות: 4 **משקל המטלה: 3 נקודות**

סמסטר: 2015א **מועד הגשה: 30.11.2014**

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1

א. תהי G חבורה ביחס לפעולה $*$. נתון שלכל $x, y \in G$ מתקיים: $x * y * x = y$.
הוכח כי כל איבר של G הוא נגדי לעצמו וכי G היא חבורה חילופית.

ב. תהי G חבורה ביחס לפעולה $*$, ויהיו $x, y \in G$. הוכח שאם x הוא נגדי ל- $x * y$ אז $x * y = y * x$.

שאלה 2

תהי $H = \{e, a, b, c\}$ קבוצה בת ארבעה איברים שונים שעליה מוגדרת פעולה בינרית $*$.

נניח כי e הוא איבר נטרלי ב- H וכי $a * a = b * b = e$.

א. הוכח כי אם ב- H מתקיימים חוקי הצמצום, אז $c * a \neq e$.

ב. הוכח כי אם $*$ פעולה קיבוצית אז $c * b \neq e$.

ג. הוכח כי אם H חבורה ביחס ל- $*$ אז $c * c = e$.

ד. השלם את טבלת הפעולה של H במקרה שהיא חבורה.

שאלה 3

א. הוכח שאם בחבורה G כל איבר נגדי לעצמו אז, G חילופית.

ב. הוכח שהחבורה כיחס לפעולת החיבור מודולו 5, $G = \{0,1,2,3,4\}$ היא חילופית, אך אין בה איבר שנגדי לעצמו פרט לאיבר הנטרלי.

ג. הדגם חבורה לא חילופית שבה קיים איבר שנגדי לעצמו ושאינו האיבר הנטרלי.

שאלה 4

תהי $A = \{e, a, b, c, \ldots\}$ קבוצה שבה e, a, b, c הם איברם שונים זה מזה, ועליה מוגדרת פעולה בינרית $*$ המקיימת את חוקי הסגירות, הקיבוציות, ואת חוקי הצמצום.

נתון כי e הוא נטרלי וכי a נגדי לעצמו.

א. הוכח שבקבוצה $B = \{e, a, b, a * b\}$ (שהיא כמובן חלקית ל- A) יש ארבעה איברים שונים.

ב. הוכח שאם $c \notin B$ אז $a * c \notin B$.

ג. הוכח שבחבורה בת חמישה איברים אין איבר שנגדי לעצמו ושונה מהאיבר הנטרלי.

מטלת מחשב (ממ"ח) 03

הקורס: אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: יחידות 6,5

מספר השאלות: 24   **משקל המטלה: 2 נקודות**

סמסטר: 2015א   **מועד הגשה: 14.12.2014**

את התשובות לממ"ח יש לשלוח באמצעות מערכת **שאילתא**
בכתובת www.openu.ac.il/sheilta

בכל אחת מהשאלות בממ"ח זה מופיעים שני משפטים.

סמן: א - אם רק משפט 1 נכון,   ב - אם רק משפט 2 נכון,

ג - אם שני המשפטים נכונים,   ד - אם שני המשפטים אינם נכונים.

שאלה 1

1. השלשה $(\{a,b\},\{1,2,3\},\{(a,1),(b,1)\})$ מגדירה פונקציה מ- $\{a,b\}$ ל- $\{1,2,3\}$.
2. השלשה $(\{a,b\},\{1,2,3\},\{(a,1),(a,2)\})$ מגדירה פונקציה מ- $\{a,b\}$ ל- $\{1,2,3\}$.

שאלה 2

1. השלשה $(\{a,b\},\mathbf{N},\{(a,100),(b,7)\})$ מגדירה פונקציה מ- $\{a,b\}$ ל- $\mathbf{N}$.
2. השלשה $(\mathbf{N},\{a,b\},\{(1,a),(2,b)\})$ מגדירה פונקציה מ- $\mathbf{N}$ ל- $\{a,b\}$.

שאלה 3

1. השלשות $(\{1,2\},\mathbf{N},\{(1,5),(2,5)\})$, $(\{1,2\},\mathbf{Z},\{(1,5),(2,5)\})$ מגדירות פונקציות שוות.
2. הנוסחות $f(n)=n+2$ ו- $g(n)=\dfrac{n^2+n-2}{n-1}$ מגדירות אותה פונקציה מ- $\mathbf{N}$ ל- $\mathbf{N}$.

שאלה 4

1. אם f,g פונקציות מ- A ל- B ואם $f\neq g$ אז לכל $x\in A$ מתקיים $f(x)\neq g(x)$.
2. אם לשתי פונקציות יש אותו תחום, אותו טווח ואותה תמונה, אז הן שוות.

בשאלות 5-8 נתונה פונקציה $f:\{a,b,c\} \to \{1,2,3\}$ שמוגדרת כך: $f(a)=1$, $f(b)=f(c)=2$.

שאלה 5

1. $f(\{a,b\})=\{1,2\}$
2. $f(\varnothing)=\varnothing$

שאלה 6

1. $f(\{b,c\})=f(b)$
2. $f(\{b,c\})=\{f(c)\}$

שאלה 7

1. $f^{-1}(\varnothing)=\varnothing$
2. $f^{-1}(\{3\})=\{\varnothing\}$

שאלה 8

1. $f^{-1}(\{1,2\})=f^{-1}(\{1,3\})$
2. $\{b\}\in f^{-1}(\{2\})$

שאלה 9

תהי f פונקציה מ- A ל- B .

1. אם $A_1,A_2\subseteq A$ ואם $f(A_1)\cap f(A_2)=\varnothing$ אז $A_1\cap A_2=\varnothing$.
2. אם $B_1,B_2\subseteq B$ ואם $f^{-1}(B_1)\cap f^{-1}(B_2)=\varnothing$ אז $B_1\cap B_2=\varnothing$.

שאלה 10

תהי $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ פונקציה שמוגדרת על-ידי $f(x)=x^2-4x$.

1. $f^{-1}(\{-4,-5\})=\{2\}$
2. $f^{-1}(\{-3,-4\})=\{2,3\}$

בשאלות 11-14 נתונות פונקציות $f:\mathbf{R}\setminus\{3\}\to\mathbf{R}$, $g,h:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, שמוגדרות כך:

$$h(x)=x^2+4 \quad , g(x)=x+3 \quad , f(x)=\frac{x}{x-3}$$

שאלה 11

1. $f \circ g$ מוגדרת מ- $\mathbf{R}$ ל- $\mathbf{R}$.
2. $g \circ f$ מוגדרת מ- $\mathbf{R} \setminus \{3\}$ ל- $\mathbf{R}$.

שאלה 12

1. $f \circ h$ מוגדרת מ- $\boldsymbol{R}$ ל- $\boldsymbol{R}$.
2. לכל $x \in \mathbf{R} \setminus \{4.5\}$ מתקיים $(f \circ f)(x) = \dfrac{x}{9-2x}$.

שאלה 13

1. f היא פונקציה חד-חד-ערכית.
2. f היא פונקציה על.

שאלה 14

1. h היא פונקציה חד-חד-ערכית.
2. h היא פונקציה על.

בשאלות 15-18 f היא פונקציה מקבוצה A לקבוצה B .

שאלה 15

1. אם לכל $x_1, x_2 \in A$ השוויון $x_1 = x_2$ גורר $f(x_1) = f(x_2)$ אז f היא חד-חד-ערכית.
2. אם לכל $x_1, x_2 \in A$ השוויון $f(x_1) = f(x_2)$ גורר $x_1 = x_2$ אז f היא חד-חד-ערכית.

שאלה 16

1. f היא חד-חד-ערכית אם ורק אם לכל $y \in B$ קיים x יחיד ב- A כך ש- $f(x) = y$.
2. f היא חד-חד-ערכית אם ורק אם לכל $y \in B$ הקבוצה $f^{-1}(\{y\})$ היא ריקה או בת איבר אחד בלבד.

שאלה 17

1. אם לכל $y \in B$ קיים $x \in A$ כך ש- $f(x) = y$ אז f היא על.
2. אם לכל תמונה של f ב- B קיים מקור ב- A אז f היא על.

שאלה 18

1. f היא על אם ורק אם לכל $y \in B$, הקבוצה $f^{-1}(\{y\})$ לא ריקה.
2. f היא על אם לכל $x \in A$ קיים $y \in B$ כך ש- $f(x) = y$.

בשאלות 21-19 נתונות פונקציות $f: A \to B$, $g: B \to A$.

שאלה 19

1. אם $g \circ f$ היא פונקציה חד-חד ערכית אז f היא חד-חד-ערכית.
2. אם f היא פונקציה חד-חד-ערכית אז $g \text{ o } f$ היא חד-חד-ערכית.

שאלה 20

1. אם $g \circ f$ היא פונקציה על אז f היא פונקציה על.
2. אם f, g הן פונקציות על אז $g \circ f$ היא על.

שאלה 21

1. אם $g \circ f$ היא הזהות על A אז g פונקציה הפוכה ל- f .
2. אם f, g הן פונקציות הפיכות אז גם $f \circ g$ היא פונקציה הפיכה.

שאלה 22

נתונות פונקציות $f, g: \mathbf{N} \to \mathbf{N}$ שמוגדרת כך :

לכל $n \in \mathbf{N}$, $f(n) = 2n - 1$,

$$g(n) = \begin{cases} \dfrac{n+1}{2} & \text{אם } n \text{ אי} \\ n-1 & \text{אם } n \text{ זוגי} \end{cases}$$

1. $g \circ f$ היא הזהות על $\mathbf{N}$.
2. $f \circ g$ היא הזהות על $\mathbf{N}$.

בשאלות 24-23 f, g, h הן פונקציות מ- A ל- A .

שאלה 23

1. אם f היא על אז f היא חד-חד-ערכית.
2. אם f היא חד-חד-ערכית אז f היא על.

שאלה 24

1. אם f היא על ואם $h \circ f = g \circ f$ אז $g = h$.
2. אם $f \circ h = f \circ g$ אז $g = h$.

מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 04101 - אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: יחידות 6,5

מספר השאלות: 4 **משקל המטלה: 3 נקודות**

סמסטר: 2015א **מועד הגשה: 21.12.2014**

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:
- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1

נתונות הקבוצות הבאות: $A = \{1,2\}$, $B = \mathbf{N}$.

א. תאר את כל הפונקציות מ- A ל- B שאינן יד-חד-ערכיות.

ב. תאר את כל הפונקציות מ- B ל- A שאינן על.

ג. הוכח או הפרך את הטענות הבאות:

(i) קיימות פונקציות $f\colon A \to B$ ו- $g\colon B \to A$ כך ש- $g \circ f$ הפיכה.

(ii) קיימות פונקציות $f\colon A \to B$ ו- $g\colon B \to A$ כך ש- $f \circ g$ הפיכה.

שאלה 2

תהי פונקציה $f\colon A \to B$ ותהי $C \subseteq A$.

א. הוכח ש- $C \subseteq f^{-1}(f(C))$.

ב. הוכח שאם f היא חד-חד-ערכית, אז $C = f^{-1}(f(C))$.

ג. הדגם קבוצות $A\,, B\,, C$ ופונקציה $f\colon A \to B$ כך שיתקיים: $C \subset f^{-1}(f(C))$.

שאלה 3

נתונות f, g פונקציות מ- $\mathbf{N}$ ל- $\mathbf{N}$.

ידוע כי g היא פונקציה על וכי לכל $n \in \mathbf{N}$ מתקיים: $(f \circ g)(n) = 2n - 1$.

א. הוכח כי f אינה פונקציה על.

ב. הוכח כי f היא פונקציה חד-חד-ערכית.

ג. הדגם פונקציות f, g שמקיימות את נתוני השאלה.

שאלה 4

תהי G חבורה ביחס לפעולה $*$ ויהי $a \in G$.

נתונה פונקציה $f: G \to G$ שמוגדרת כך: לכל $x \in G$, $f(x) = a^{-1} * x * a$.

א. הוכח ש- f היא פונקציה חד-חד-ערכית ועל.

ב. מצא את הפונקציות ההפכית של f.

ג. הוכח שאם $b, c \in G$ איברים נגדיים זה לזה אז גם $f(b), f(c)$ נגדיים זה לזה.

מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: 04101 - אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: **יחידות 7,6**

מספר השאלות: 4 **משקל המטלה: 3 נקודות**

סמסטר: א2015 **מועד הגשה: 4.1.2015**

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1

א. תהי A קבוצה ויהיו $g\,,f$ פונקציות מ- A ל- A .
הוכח שאם f אינה על A אז $f\circ g$ אינה על A.

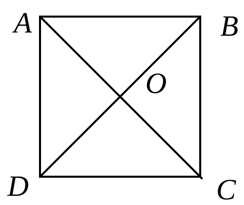
ב. יהיו f ו- g הפונקציות הבאות מ- $\mathbf{N}$ ל- $\mathbf{N}$ המוגדרות כך:

$g(n)=2n-1$ לכל $n\in\mathbf{N}$ ו- $f(n)=\begin{cases}\frac{n+1}{2} & \text{אם } n \text{ אי-זוגי ,}\\ 1 & \text{אם } n \text{ זוגי ,}\end{cases}$

הוכח ש- g אינה על $\mathbf{N}$ אך $f\circ g$ היא על $\mathbf{N}$.

ג. תהי A קבוצה ויהיו $g\,,f$ פונקציות מ- A ל- A .
הוכח שאם g אינה על A ו- f היא חד-חד-ערכית, אז $f\circ g$ אינה על A.

שאלה 2



יהיו A, B, C, D קדקודי ריבוע שמרכזו O , כמו באיור.
ותהי f איזומטריה אשר $\{A, B, C, D\}$ היא קבוצת שבת שלה.
נתון ש- $f(C) = A$.

א. הוכח ש- $f(A) = C$ ו- O היא נקודת שבת של f.

ב. הוכח שאם $f(B) = B$ אז f היא שיקוף.

ג. הוכח שאם $f(B) = D$ אז f היא סיבוב.

ד. הוכח ש- f אינה יכולה להעתיק את B ל- A או ל- C.

שאלה 3

יהיו f , g איזומטריות של המישור. נסמן ב- f' את $g \circ f \circ g^{-1}$.

א. הוכח ש- f' היא איזומטריה ו- f' שומרת מגמה אם ורק אם f שומרת מגמה.

ב. הוכח כי אם A היא נקודת שבת של f אז $g(A)$ נקודת שבת של f' ואם B נקודת שבת של f' , אז $g^{-1}(B)$ היא נקודת שבת של f .

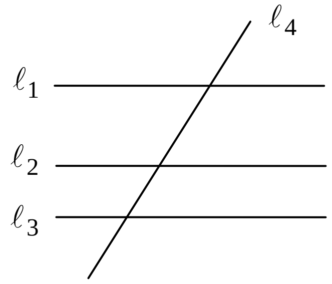
ג. הוכח ש- f ו- f' הן איזומטריות מאותו סוג.

שאלה 4

באיור מתוארים ארבעה ישרים : ℓ_1 , ℓ_2 , ℓ_3 ישרים מקבילים זה לזה ו- ℓ_4 שחותך אותם.

א. הוכח שההרכבה $S_{\ell_4} \circ S_{\ell_3} \circ S_{\ell_2} \circ S_{\ell_1}$ היא סיבוב.

ב. הוכח ש- $S_{\ell_4} \circ S_{\ell_3} \circ S_{\ell_2} \circ S_{\ell_1} = S_{\ell_4} \circ S_{\ell_1} \circ S_{\ell_2} \circ S_{\ell_3}$.



מטלת מחשב (ממ"ח) 04

הקורס: אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: יחידות 7,8,9

מספר השאלות: 24 | **משקל המטלה: 2 נקודות**

סמסטר: 2015א | **מועד הגשה: 11.1.2015**

את התשובות לממ"ח יש לשלוח באמצעות מערכת **שאילתא**
בכתובת www.openu.ac.il/sheilta

בכל אחת מן השאלות הבאות סמן:

א - אם רק טענה 1 נכונה | ב - אם רק טענה 2 נכונה

ג - אם שתי הטענות נכונות | ד - אם שתי הטענות לא נכונות

בשאלות 1-5, $\ell_1, \ell_2, \ell_3, \ell_4$ הם ישרים ו- $S_{\ell_1}, S_{\ell_2}, S_{\ell_3}, S_{\ell_4}$ הם שיקופים ביחס אליהם.

שאלה 1

נתון ש- $S_{\ell_2} \circ S_{\ell_1}$ ו- $S_{\ell_4} \circ S_{\ell_3}$ מתארים אותו סיבוב לא טריוויאלי.

1. בהכרח מתקיים $\ell_1 = \ell_3$, $\ell_2 = \ell_4$.
2. לישרים $\ell_1, \ell_2, \ell_3, \ell_4$ יש נקודה משותפת.

שאלה 2

נתון ש- $S_{\ell_2} \circ S_{\ell_1}$ הזזה ו- $S_{\ell_4} \circ S_{\ell_3}$ סיבוב לא טריוויאלי.

1. לפחות אחד מבין הישרים ℓ_3, ℓ_4 חותך את הישרים ℓ_1 ו- ℓ_2 .
2. קיימים ישרים ℓ_3', ℓ_4' כך ש- ℓ_3' מקביל ל- ℓ_1 ו- $S_{\ell_4} \circ S_{\ell_3} = S_{\ell_4'} \circ S_{\ell_3'}$.

שאלה 3

1. אם $S_{\ell_2} \circ S_{\ell_1}$ הזזה ואם $S_{\ell_3} \circ S_{\ell_1}$ הזזה אז $S_{\ell_3} \circ S_{\ell_2} \circ S_{\ell_1}$ שיקוף.
2. אם $S_{\ell_2} \circ S_{\ell_1}$ הזזה ואם $S_{\ell_3} \circ S_{\ell_1}$ סיבוב אז $S_{\ell_3} \circ S_{\ell_2} \circ S_{\ell_1}$ סיבוב.

שאלה 4

בשאלה זו ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 אינם מקבילים זה לזה ואינם נחתכים כולם באותה נקודה.

1. קיים ישר ℓ_2' מקביל ל- ℓ_1 כך ש- $S_{\ell_3} \circ S_{\ell_2} \circ S_{\ell_1} = S_{\ell_3} \circ S_{\ell_2'} \circ S_{\ell_1}$.

2. קיימים ישרים מקבלים ℓ_3', ℓ_2' וישר ℓ_1' מאונך להם כך ש- $S_{\ell_3'} \circ S_{\ell_2'} \circ S_{\ell_1'} = S_{\ell_3} \circ S_{\ell_2} \circ S_{\ell_1}$.

שאלה 5

1. אם $f = S_{\ell_3} \circ S_{\ell_2} \circ S_{\ell_1}$ אז $f^{-1} = S_{\ell_1} \circ S_{\ell_2} \circ S_{\ell_3}$.

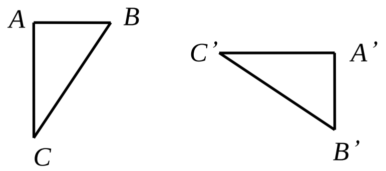
2. אם f איזומטריה של המישור אז f^{-1} היא איזומטריה מאותו סוג.

שאלה 6

1. קיימת איזומטריה f כך ש- $f \circ f$ היא שיקוף מוזז.

2. קיימת איזומטריה f כך ש- $f \circ f$ היא הזזה לא טריוויאלית.

בשאלות 7-8 f היא איזומטריה המתאימה את A ל- A',
את B ל- B' ואת C ל- C' (ראה איור).



שאלה 7

1. המשולשים $\triangle ABC$ ו- $\triangle A'B'C'$ חופפים זה לזה.

2. קיימת איזומטריה g **שונה** מ- f, המתאימה את A ל- A', את B ל- B' ואת C ל- C'.

שאלה 8

1. f היא שיקוף מוזז.
2. f היא סיבוב.

בשאלות 9-11 f היא איזומטריה ו- M קבוצה לא ריקה קבועה ביחס ל- f.

שאלה 9

1. לכל $x \in M$ מתקיימים $f(x) = x$.
2. לא ייתכן ש- f שיקוף מוזז.

שאלה 10

1. M היא בהכרח קבוצת שבת של f.
2. אם f שיקוף אז M קבוצת שבת של f.

שאלה 11

1. אם f הזזה אז ייתכן ש- $f(M) \subset M$.
2. אם M סופית אז M קבוצת שבת של f.

שאלה 12

1. אם f סיבוב ו- g שיקוף מוזז ואם ל- $f \circ g$ יש נקודת שבת אז $f \circ g$ שיקוף.
2. קיימים שלושה שיקופים כך שלאיזומטריה המתקבלת מהרכבתם יש נקודת שבת יחידה.

שאלה 13

1. אם f איזומטריה של המישור ואם M מעגל אז $f(M)$ מעגל.
2. אם f איזומטריה ו- A, B נקודות כך ש- $f(B)=A, f(A)=B$ אז f היא שיקוף או סיבוב.

שאלה 14

1. אם מוסיפים אקסיומה כלשהי למערכת אקסיומות שלמה, מתקבלת מערכת בעלת סתירה.
2. אם משמיטים אקסיומה כלשהי ממערכת אקסיומות שלמה, מתקבלת מערכת לא שלמה.

שאלה 15

1. אם מוסיפים אקסיומה כלשהי למערכת שלמה ובלתי תלויה ואם מתקבלת מערכת חסרת סתירה אז המערכת החדשה היא בהכרח תלויה.
2. אם משמיטים אקסיומה מתוך מערכת שלמה ובלתי תלויה, מתקבלת מערכת לא שלמה.

בשאלות 17-16 נתונות מערכת אקסיומות A, ואקסיומה α.

שאלה 16

ידוע שאחרי הוספת α ל- A מתקבלת מערכת חסרת סתירה וגם אחרי הוספת השלילה של α ל- A מתקבלת מערכת חסרת סתירה.

1. A בעלת סתירה.
2. A אינה קטגורית.

שאלה 17

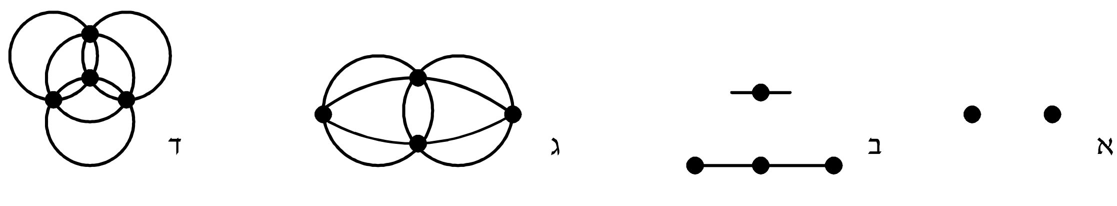
ידוע שאחרי הוספת α ל- A מתקבלת מערכת חסרת סתירה ואילו אחרי הוספת שלילת α ל- A מתקבלת מערכת בעלת סתירה.

1. α אינה נובעת ממערכת האקסיומות A.
2. A מערכת שלמה.

בשאלות 19-18 נתייחס למערכת האקסיומות הבאה:

א. יש לפחות שתי נקודות.
ב. לכל שלוש נקודות קיים בדיוק ישר אחד העובר דרכן.
ג. לכל ישר m ונקודה P שאינה עליו, קיים בדיוק ישר אחד דרך P ללא נקודה משותפת עם m.

לפניך ההמחשות הבאות (מעגלים וקשתות מגדירים ישרים):



שאלה 18

1. המחשה ג מראה כי אקסיומה 3 אינה תלויה באקסיומות 2,1.
2. המחשה ב מראה כי אקסיומה 3 אינה תלויה באקסיומות 2,1.

שאלה 19

1. המחשה א מראה כי המערכת חסרת סתירה.
2. מן ההמחשות הנתונות אפשר להסיק שהמערכת אינה שלמה.

בשאלות 22-20 נתונה מערכת האקסיומות הבאה :

א. יש בדיוק חמש נקודות
ב. ב. לכל שתי נקודות שונות יש בדיוק ישר אחד המכיל את שתיהן.
ג. לכל ישר ℓ ולכל נקודה P שאינה על ℓ קיימים בדיוק שני ישרים שונים אשר P נמצאת עליהם ואין להם נקודה משותפת עם ℓ.

שאלה 20

1. המערכת היא חסרת סתירה.   2. המערכת היא שלמה.

שאלה 21

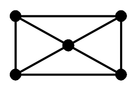
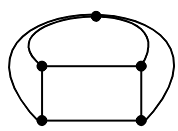
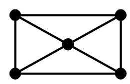
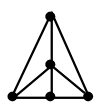
1. המערכת היא בלתי תלויה.
2. במערכת מתקיים המשפט הבא : אם כל הנקודות הן על ישר אחד אז על כל ישר אחר יש לכל היותר נקודה אחת.

שאלה 22

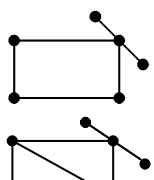
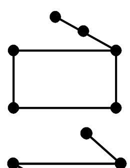
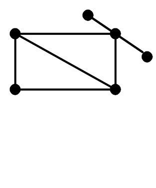
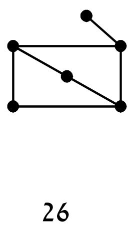
נוסיף את האקסיומה הבאה : ד. על כל ישר יש בדיוק שתי נקודות.

1. המערכת החדשה (א,ב,ג,ד) היא תלויה.   2. המערכת החדשה היא קטגורית.

שאלה 23

1. ההמחשות  ו-  שקולות זו לזו.
2. ההמחשות  ו-  שקולות זו לזו.

שאלה 24

1. ההמחשות  ו-  שקולות זו לזו.
2. ההמחשות  ו-  שקולות זו לזו.

מטלת מנחה (ממ"ן) 16

הקורס: 04101 - אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: יחידות 9,8

מספר השאלות: 4 **משקל המטלה: 3 נקודות**

סמסטר: א2015 **מועד הגשה: 18.1.2015**

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1

לפניך מערכת אקסיומות שמושגי היסוד בה הם: "נקודה", "ישר" (כקבוצה של נקודות), והיחס "נמצאת על".

1. קיימות שתי נקודות שונות A, B וקיימים שני ישרים שונים ℓ_1, ℓ_2 כך ש- A, B נמצאות על ℓ_1 ועל ℓ_2.
2. לכל ישר ℓ קיימת נקודה P שאינה על ℓ.

א. הוכח כי המערכת חסרת סתירה.

ב. הוכח כי המערכת אינה קטגורית.

ג. הוכח כי המערכת היא בלתי תלויה.

ד. הוכח כי במערכת מתקיים המשפט הבא: "קיימות לפחות ארבע נקודות שונות".

שאלה 2

לפניך מערכת אקסיומות שמושגי היסוד בה הם "נקודה", "ישר", היחס "נמצאת על".

1. יש לפחות שני ישרים.
2. יש בדיוק שבע נקודות.
3. על כל ישר נמצאות בדיוק שלוש נקודות.
4. לכל שני ישרים יש בדיוק נקודה אחת הנמצאת על שניהם.

א. הוכח כי המערכת חסרת סתירה.

ב. הוכח כי המערכת בלתי תלויה.

ג. האם המערכת קטגורית? נמק תשובתך.

נסתכל על האקסיומות הבאות:

5. כל שתי נקודות נמצאות על ישר אחד ויחיד.
6. כל שלוש נקודות נמצאות על ישי אחד ויחיד.

ד. לגבי כל אחת מהאקסיומות 5,6 ,בדוק אם לאחר הוספתה למערכת המקורית, מתקבלת מערכת בעלת סתירה. נמק תשובתך.

שאלה 3

בשאלה זו נתייחס למערכת הכוללת את ארבע האקסיומות של החבורה.

מושגי היסוד הם "איבר" ו- "פעולה בינרית".

א. הוכח כי המערכת היא חסרת סתירה.

ב. הוכח כי אקסיומה 2 אינה נובעת מהאקסיומות האחרות.

ג. הוכח כי אקסיומה 4 אינה נובעת מהאקסיומות האחרות.

ד. נוסיף את אקסיומה 5 : יש בדיוק ארבעה איברים.

תהי G קבוצת הפונקציות $f, g, h, k: \{1,2,3,4\} \rightarrow \{1,2,3,4\}$ שמוגדרות כך :

f היא פונקצית הזהות, $g(1) = 2$, $g(2) = 1$, $g(3) = 3$, $g(4) = 4$;

$h(1) = 1$, $h(2) = 2$, $h(3) = 4$, $h(4) = 3$; ו- $k = g \circ h$.

הוכח ש- G יחד עם פעולת ההרכבה של פונקציות, היא מודל למערכת (1,2,3,4,5).

ה. הוכח שהמערכת (1,2,3,4,5) אינה קטגורית.

שאלה 4

לפניך מערכת אקסיומות שמושגי היסוד בה הם "נקודה", "ישר", (כקבוצה של נקודות) והיחס "נמצאת על".

(1) יש בדיוק ארבע נקודות.

(2) כל שתי נקודות שונות נמצאות על ישר אחד ויחיד.

(3) לכל ישר ℓ ולכל נקודה P שאינה על ℓ קיים ישר אחד ויחיד אשר P נמצאת עליו ואין לו נקודה משותפת עם ℓ .

א. הוכח שהמערכת היא חסרת סתירה.

ב. הוכח שהמערכת אינה קטגורית.

ג. הוכח שהמערכת אינה שלמה, כלומר, מצא משפט **שאינו** נובע מהמערכת (1),(2),(3), אשר הוספתו למערכת לא יוצרת מערכת בעלת סתירה.

ד. הוכח שבמערכת (1),(2),(3) מתקיים המשפט הבא :

"לא קיים ישר שעליו נמצאות שלוש נקודות בדיוק".

מטלת מחשב (ממ״ח) 05

הקורס: אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: יחידות 10,12

מספר השאלות: 24 **משקל המטלה: 2 נקודות**

סמסטר: 2015א **מועד הגשה: 25.1.2015**

את התשובות לממ״ח יש לשלוח באמצעות מערכת **שאילתא**
בכתובת www.openu.ac.il/sheilta

בכל אחת מן השאלות הבאות סמן:

א - אם רק טענה 1 נכונה ב - אם רק טענה 2 נכונה
ג - אם שתי הטענות נכונות ד - אם שתי הטענות לא נכונות

בכל השאלות בממ״ח זה, הנקודות והישרים נמצאים באותו מישור.

בשאלות 1-4 נתייחס למודל אשר הנקודות בו הן כל הנקודות במישור פרט לנקודות השייכות לישר נתון ℓ. נסמן קבוצת הנקודות ב- A. ישר במודל זה הוא חיתוך לא ריק של ישר רגיל במישור, עם הקבוצה A. (שים לב כי במודל זה, ישרים שאינם מקבילים ל- ℓ מורכבים משני חלקים זרים).

שאלה 1

1. במודל זה מתקיימות כל אקסיומות החילה.
2. המודל מדגים את האי-תלות של אקסיומת המקבילים באקסיומות החילה.

שאלה 2

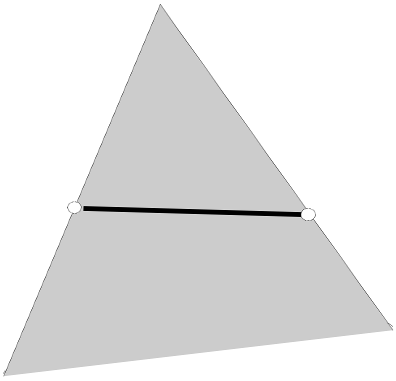
1. המודל מקיים את כל אקסיומות הסדר.
2. המודל מדגים את האי-תלות של אקסיומת פאש בשאר אקסיומות הסדר.

שאלה 3

1. המודל מקיים את אקסיומת החפיפה III-1 .
2. המודל מקיים את אקסיומת החפיפה III-2 .

שאלה 4

1. המודל מקיים את אקסיומת החפיפה III-3 .
2. המודל מקיים את אקסיומת החפיפה III-4 .



בשאלות 7-5 נתייחס למודל אשר קבוצת הנקודות בו היא A : קבוצת כל הנקודות הנמצאות בין שתי קרניים היוצאות מאותה נקודה, לא כולל הנקודות שעל שתי הקרניים. (ראה ציור). ישר במודל זה הוא כל חיתוך לא ריק של A עם ישר רגיל במישור (שים לב כי הישרים כאן יכולים להיות קטעים או קרניים, חסרי קצוות).

שאלה 5

1. המודל מקיים את כל אקסיומות החילה.
2. המודל מדגים את האי-תלות של אקסיומת המקבילים באקסיומות החילה.

שאלה 6

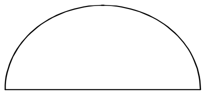
1. המודל מקיים את כל אקסיומות הסדר.
2. המודל מדגים את האי-תלות של אקסיומת פאש בשאר אקסיומות הסדר.

שאלה 7

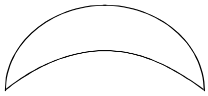
1. המודל מקיים את כל אקסיומות החפיפה.
2. המודל מדגים את האי-תלות של אקסיומת החפיפה III-1 בשאר אקסיומות החפיפה.

בשאלות 11-8 נעסוק בהמחשות הבאות:

א



ב



הנקודות בכל המחשה הן הנקודות הפנימיות, ללא הנקודות שעל הקו המקיף. ישר הוא אותו חלק של ישר רגיל הנמצא בתוך קבוצת הנקודות הנתונה.

שאלה 8

1. המחשה א מקיימת את כל אקסיומות החילה.
2. המחשה א מקיימת את אקסיומת המקבילים.

שאלה 9

1. המחשה ב מקיימת את כל אקסיומות החילה.
2. המחשה ב מקיימת את אקסיומת הרציפות IV-1 .

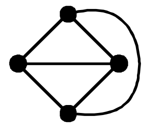
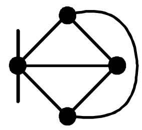
שאלה 10

1. המחשה א מקיימת את אקסיומת פאש.
2. המחשה ב מקיימת את אקסיומת פאש.

שאלה 11

1. המחשה א מדגימה את האי-תלות של אקסיומה III-4 בשאר אקסיומות החפיפה.
2. המחשה ב מקיימת את אקסיומת החפיפה III-4 .

שאלה 12

1. ההמחשה  מתארת מודל שמקיים את אקסיומות החילה ואקסיומת המקבילים.
2. ההמחשה  מתארת מודל שמקיים את אקסיומות החילה ואקסיומת המקבילים.

בשאלות 8-13 a,b,c הם מספרים שלמים.

שאלה 13

1. אם $b|a$ ו- $c|a$ אז $bc|a^2$.
2. אם a לא מחלק את b ו- b לא מחלק את a אז ל- a ו- b אין מחלק משותף גדול מ- 1.

שאלה 14

1. אם $a|bc$ ואם a לא מחלק את b אז a מחלק c .
2. אם $a|(b+c)$ ואם a לא מחלק את b אז a לא מחלק את c .

שאלה 15

1. אם $a|b$ ו- $a|c$ אז $a^2|bc$
2. אם $b|a$ ו- $c|a$ אז $bc|a$.

שאלה 16

1. a^2 יכול לתת שארית 3 בחלוקה ב- 4.
2. a^2 יכול לתת שארית 3 בחלוקה ב- 5.

שאלה 17

1. אם שארית החלוקה של a ב- b שווה לשארית החלוקה של a ב- c אז $b = c$.
2. אם $b < c$ אז שארית החלוקה של a ב- b קטנה משארית החלוקה של a ב - c .

שאלה 18

1. אם a נותן שארית r בחלוקה ב- b אז $2a$ נותן שארית $2r$ בחלוקה ב- $2b$.
2. אם a נותן שארית 4 בחלוקה ב- 5 אז $3a$ נותן שארית 2 בחלוקה ב- 5.

שאלה 19

1. בקבוצה הנוצרת מ- $\{3,4\}$ על-ידי חיבור נמצאים כל המספרים הטבעיים פרט ל- 1,2,5.
2. בקבוצה הנוצרת מ- $\{2,-5\}$ על-ידי חיבור נמצאים כל המספרים השלמים (חיוביים או שליליים).

שאלה 20

1. בקבוצה הנוצרת על-ידי כפל מ- $\{1,2,3,5,7,11,13\}$ נמצא כל מספר טבעי שגדול מ- 100.
2. $1/8$ נמצא בקבוצה הנוצרת על-ידי כפל מ- $\{2, -1/2\}$.

שאלה 21

1. $\{2, 3\}$ היא קבוצת יוצרים לקבוצה הנוצרת על ידי חיבור מ- $\{2, 5\}$.
2. $\{3, 1/9\}$ היא קבוצת יוצרים מינימלית לקבוצה הנוצרת על ידי כפל מ- $\{9, 1/3\}$.

שאלה 22

1. 1069 הוא מספר ראשוני.
2. 1073 הוא מספר ראשוני.

שאלה 23

1. אם $n > 3$ אז לפחות אחד מבין המספרים n, $n+2$, $n+4$ אינו ראשוני.
2. אם $n > 1$ אז $n^3 - n$ מתחלק ב- 3.

שאלה 24

1. קיימים מספרים טבעיים m ו- n כך ש- $21n - 28 = 56m - 4$.
2. קיימים מספרים טבעיים k, n, m כך ש- $15^{2m-1} \cdot 6^n \cdot 2^k = 5^k \cdot 9^n \cdot 2^m$.

מטלת מנחה (ממ"ן) 17

הקורס: **04101 - אשנב למתמטיקה**

חומר הלימוד למטלה: **יחידות 10, 12**

מספר השאלות: **4**   **משקל המטלה:** **3 נקודות**

סמסטר: **2015א**   **מועד הגשה:** **9.2.2015**

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

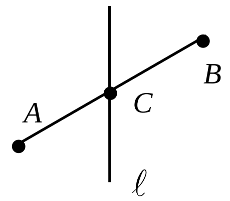
הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1

א. יהיו A ו- B נקודות, ויהי ℓ ישר החותך את הקטע AB בנקודה C (ראה איור). הוכח כי מארבע אקסיומות החילה הראשונות ומאקסיומת פאש נובע שעל ℓ יש לפחות שתי נקודות שונות.

ב. הוכח כי מארבע אקסיומות החילה הראשונות ומאקסיומות הסדר נובע שאין ישר שחלה עליו בדיוק נקודה אחת

רמז: רעיון ההוכחה דומה לזה שבהוכחת משפט 7 בעמוד 21 ביחידה 10.



שאלה 2

א. הוכח כי מארבע אקסיומות החילה הראשונות ומאקסיומת המקבילים נובע שיש לפחות שישה ישרים שונים.

ב. האם נובע מהאקסיומות המוזכרות בסעיף א' שיש לפחות שבעה ישרים שונים? נמק!

שאלה 3

הוכח או הפרך כל אחת מהטענות הבאות:

א. יהי n מספר טבעי. אם $6|n^2$, אז $6|n$.

ב. יהי n מספר טבעי. אם $12|n^2$, אז $12|n$.

ג. תהי A^* הקבוצה הנוצרת על-ידי הכפל מהקבוצה $A = \{24, \frac{1}{8}, \frac{1}{3}\}$, אז $288 \in A^*$.

ד. קיימים מספרים טבעיים x,y,z,t כך ש- $28^x \cdot 21^{y-1} - 16^z \cdot 49^t = 0$.

שאלה 4

א. נתבונן בסדרה המוגדרת כך: $a_1 = 1$, ולכל n טבעי, $a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n(n+1)}$.

הוכח באינדוקציה כי לכל n טבעי מתקיים: $a_n = 2 - \frac{1}{n}$.

ב. הוכח באינדוקציה כי לכל n טבעי מתקיים: $13|10^{2n-1} + 3^{2n-1}$.