**最少费用购物问题算法分析**

**分析此类问题，我认为跟背包问题差不多。只是背包问题是给定容量，求最大价值的东西。而这道题目是给定所放的东西，求最小的费用（对应背包问题为最小的容量）。恰好是一个求最值的“逆问题”，由于动态规划要满足无后效性和最优化原理，所以我们来分析此题是否满足以上两点。先来状态表示的方法，商品不超过5种，而每种采购的数量又不超过5，那么用一个五元组来表示第I种商品买AI的最小费用。：**

**F（A1，A2，A3，A4，A5） （1）**

**考虑这个状态的由来，当然，我们不用优惠商品也可以买，显然这样不是最优。于是如果我们能够使用第I条商品组合的话，状态就便为了：**

**F（A1-SI1，A2-SI2，A3-SI3，A4-SI4，A5-SI5） （2）**

**这样的话，状态1的费用为状态2的费用加上SI的费用，而状态2的费用必须最低（很显然，用反证法即可），同时，我们也不管状态2是如何来的（因为每一个优惠商品组合的使用是没有限制的），所以本题既满足无后效性，又符合最优化原理，同时还有大量重叠子问题产生，动态规划解决此题是最好不过了。**

**通过对问题的分析，我们知道了状态的表示和转移的基本方法，我们很容易得到一个状态转移方程：**

**F [a, b, c, d, e] = Min {F [a-S1, b-S2, c-S3, d-S4, e-S5] + SaleCost [S]}**

**初始条件为：**

**F [a, b, c, d, e] = Cost [1]\*a+Cost [2]\*b+Cost [3]\*c+Cost [4]\*d+Cost [5]\*e**

**即不用优惠的购买费用。**

此问题看起来除了进行穷举求最小购物费用之外，似乎没有更好的方法。但是使用动态规划中的备忘录法减少穷举过程中的重复计算。穷举过程的递归式为cost[A][B][C][D][E]=min{cost[A-Ai][B-Bi][C-Ci][D-Di][E-Ei]+Pi},0=

Ai,Bi,Ci,Di,Ei,为第i种优惠方案中，商品种类1-5对应的组合数量，Pi为第i种组合优惠方案的优惠价格