* 为了进一步研究楼梯的磨损规律，我们首先需要明确人在行走过程中对楼梯的力学作用机制。为此，本文建立了一个 **Step-pit model 步坑**

**模型**，以量化行走过程中每一步对楼梯产生的磨损。

### 1. 模型准备

* 基于Step Load Interaction Model (SLIM)

**模型**，我们已将人在楼梯上行走时施加的力进行了简化处理。通过对红外压力分布图采用网格法分析，可以获得脚部整体及三个主要受力区域的长度与面积，具体结果如下：

Li表示第 i 区域的长度,Si表示第 i 区域的面积

随后，在楼梯每一级台阶的剖面图上建立坐标轴，以第 i阶台阶为例（如图n所示）。根据相关研究，楼梯的平均台阶宽度约为 32.5 cm，高度约为 14.5 cm[5]

使用（脚的格子的图）中格子边长的二分之一为一个单位长度，则The width of the stair treads约为48个单位长度，高度约为21个单位长度

为确保落点坐标始终位于楼梯的工作台面，其取值范围需满足以下限制（由于篇幅有限，此处仅展示 M 点的坐标取值范围。关于 U 点和 C 点的坐标取值范围，将在后续通过三点之间的关系进行推导并详细说明）：

M的落点坐标取值范围

前脚着地 全脚着地

上行 [0,14] [18,30]

下行 [4,14]

U: The pressure centers of **Hallux**

M:The pressure centers of **Metatarsals Two and Three Metatarsals Four and Five**

C: The pressure centers of **Medial Calcaneus Lateral Calcaneus**

这一部分为后续分析奠定了几何基础，并提供了合理的坐标框架。

### 2. 行走方式与落点分析

在本模型中，假设人上下楼梯时有且仅有两种行走方式：

* **全脚着地**：脚的全部区域均施加力；
* **前脚着地**：仅前脚区域施加力（后脚悬空）。

此外，假设每个人在完整的一段楼梯行走过程中，仅采用一种行走方式。为了统一分析标准，以M 作为衡量基准。

#### 标准坐标的计算

第 i+1阶台阶上的标准坐标可由第 i阶的标准坐标递推得到：

（递推公式）

尽管行走方式不同，但无论采用哪种方式，人的步幅都倾向于使下一步的落点保持在一个“舒适区间”内。当预计落点超出舒适区间时，行走者会调整步幅以使其回到合理范围。舒适区间可表示为：

（舒适区间的表达公式）\text{（舒适区间的表达公式）}（舒适区间的表达公式）

基于此，第 i+1阶的标准坐标需根据舒适区间限制进行修正，具体计算流程如图 N 所示。经过多次迭代后，模型输出了楼梯工作台面上脚第二主要受力区域压力的概率分布曲线（见图 N）。结合三个主要受力区域的坐标关系，还可进一步绘制第一和第三受力区域的概率分布（见图 N+1）。

### 3. 每一步的磨损深度分析

#### 全脚行走

文献[6]提供了人在楼梯上行走时，脚的三个主要受力区域施加的力的比例关系。这些比例反映了不同区域对楼梯施加力的大小。将结果绘制为三线图（见图 N+2），其中：

FGi为第 i 区域对楼梯的垂直压力，G为总垂直压力

假设磨损体积可抽象为正四棱锥，根据其几何特征，第 m区域的磨损深度计算公式为：

（公式：磨损深度与磨损量和面积的关系）

其中，Wm​ 和 Sm分别表示第 m 区域的磨损量和面积。

#### 前脚行走

前脚行走的磨损分析类似于全脚行走，但由于仅有两个主要受力区域施加力，其力的比例分布与全脚行走不同。绘制出的三线图（见图 N+3）显示了两区域力的分布关系。磨损深度的计算方法与全脚行走一致，仅参数有所调整。

### 结论