当前面的模型及得出的结论可用时，对下面的问题进行分析

A.预测磨损情况是否与实际磨损保持一致；

作为模型.....拟合的评分，当置信度大于95%时即<1.9时可以认为模型拟合与实际信息一致性良好，且当 均<0.95时，可认为一致性优秀

B. 楼梯年代的估算及其可靠性；

根据（图 x）所示的磨损度数据，39-48 区间的磨损度仅受到环境等的影响，表现为微风化作用，假设不会对楼梯产生磨损效果。

在此基础上，基于概率论的原理，我们可以认为每年造成的楼梯磨损量遵循高斯分布。

楼梯的总磨损率由每年平均磨损量和时间跨度（即建造至今的年数）共同决定，其关系式为：

R\_{\text{total}} = R\_{\text{year}} \cdot T

其中，R\_{\text{total}} 表示总磨损量，R\_{\text{daily}} 为每年磨损量，T 表示时间跨度，即楼梯自建造至今的总年数。

由于除法运算不会改变高斯分布的分布方式，楼梯的建造年代的估算值也服从高斯分布。因此，我们可以进一步计算考古学家给定的时间段在该估算值高斯分布中所占的概率，概率值越大，说明该估算值越可靠。

C. 楼梯的维修或翻新历史；What repairs or renovations have been conducted?

建材的修复方式主要以裂隙中填充高分子材料进行补强为主[8]。此外，还常用粘钢加固法，该方法适用于工作环境正常、承受静荷载的受弯或受拉构件（例如楼梯平台梁、平台板、梯段板等）的加固，还可采用钢板包裹楼梯原构件的闭合式保护。

针对外观可见的 **修复或翻新**（repairs or renovations），通常可以直接通过视觉判断其存在与否。然而，对于难以直接肉眼分辨的高分子补强方式，我们设计了以下检测方法：

#### 1. ****凹陷深度异常点的识别****

我们首先通过对测量的原始凹陷深度数据与.....中优化后的凹陷深度数据进行差值运算，筛选出差值较大的正值点作为凹陷深度异常点。这些点可能是由 **repairs or renovations** 造成的凹陷深度异常。

随后，对筛选出的凹陷深度异常点所在的踏面进行二次取样，采样密度需显著提高，并重复上述异常点分析过程。  
如果新采集的数据的异常点呈现出 **圆斑状或条带状聚类分布**（参考图示），则初步判断该区域可能使用了高分子补强法进行修复。

为进一步验证高分子材料补强的使用，我们引入了 **Torrent Permeability Test Method**，以检测建材的透气性[9]。  
高分子材料通常具有良好的附着力、无粉末颗粒、防水性，并可研磨抛光，但其透气系数（air-permeability）与主体石材存在显著差异。因此，通过对比透气系数，可进一步确认修复区域的存在与范围。

为了对透气系数异常区域进一步研究时，我们对所属的楼梯踏面进行吸水测试。具体方法如下：

**测试步骤**

* 1. 使用浸满水且变为粉红色的氯化钴试纸，分别贴附在楼梯踏面的 **异常点聚类区域** 和 **正常区域**。
  2. 用形状大小合适的罩子覆盖试纸，以抑制水分蒸发。
  3. 使用D345摄像机全程监控记录试纸的变色情况。

**测试结果分析**  
氯化钴试纸在吸水后会变蓝，通过监测变蓝速度，可以反映石材不同区域的吸水能力。

如果异常点聚类区域的试纸 **滞后变蓝**，则说明该区域吸水能力差，从而进一步支持高分子补强法已被采用的结论。

最终，将测试结果与材料表面渗水特征结合，对比聚类点与正常区域的吸水差异，进一步确定高分子材料修复的存在性及其位置分布。

通过以上多层次的检测手段，不仅可以科学判断是否存在 **repairs or renovations**，还能够精准识别修复区域。

D. 楼梯建造材料来源的确定性；

* 为确定目标材料的来源是否与考古学家推测的一致，我们建议从考古学家认为是原始来源的样本中取样，进行破坏性力学实验以获得精确的材料参数。然后用实验得到的参数替换查表所得参数，重新代入Step-pit model 步坑,得到最优拟合结果。最后，将该结果与使用查表参数得到的拟合结果进行比较，以拟合优度 R^2 作为评估标准。

**拟合优度计算公式**：

R^2 = \frac{\text{SSR}}{\text{SST}} = 1 - \frac{\text{SSE}}{\text{SST}}, \quad 0 \leq R^2 \leq 1

* **残差平方和（SSE）**：实际值与预测值之间差的平方和，反映误差大小。
* **可解释变异平方和（SSR）**：预测值与实际均值之间差的平方和，表示模型可解释的变异量。
* **总平方和（SST）**：实际值与实际均值之间差的平方和，等于总变异量，满足关系式：

SST=SSE+SSR\text{SST} = \text{SSE} + \text{SSR}

R² 表示可解释变异占总变异的比例，其值越接近 1，表明模型的一致性越高。通过 R² 值，可以评估考古学家推测的材料来源与实际结果之间的匹配程度。当 R² 值大于0.8 时，说明目标材料的来源与考古学家推测的一致。

E楼梯在典型一天中使用人数的数量，以及是短时间内大量人群使用楼梯，还是长时间内少量人群使用楼梯。

**典型一天中使用人数**

在.....中我们已经得到楼梯使用时间内的总人数，那么假设楼梯在使用时间内的每一天使用人数保持不变那么典型一天中使用的人数可以表达为为：

\[ \text{典型一天中使用人数} = \frac{\text{总人数}}{\text{使用次数}} \]

**短时间大量人群or长时间内少量人群。**

疲劳强度显著受到加载频率（loading frequency）的影响【10,11,12】。加载频率越高，即对材料施加力的频率越大，材料内部细小裂纹更容易形成，并在短时间内迅速扩展[13,14]，最终导致材料断裂。这表明，加载频率通过加速裂纹扩展直接影响断裂的概率。因此，在短时间内大量人群使用楼梯时，由于加载频率较高，楼梯内部更容易产生裂纹，并扩展至外部，增加断裂风险。

此外，楼梯外边沿因几何形状的突然变化，常出现应力集中的现象。这种应力集中会进一步加速疲劳损伤，使裂纹更容易扩展直至材料断裂。实际建筑观察也表明，楼梯裂纹通常集中出现在外边沿部位，验证了应力集中的影响。

综上所述，短时间内大量人群使用楼梯时，楼梯加载频率的增加和外边沿处的应力集中是裂纹生成与扩展的主要原因，最终导致材料损伤甚至断裂。

依据上述理论分析，当楼梯边沿出现碎裂时，大概率与短时间内大量人群使用楼梯有关。为了进行量化分析，我们通过以下公式对楼梯第0-3格区域的凹陷深度 X\_6进行判断，具体公式如下：

\text{LFP} = X\_6 - k\_A A\_{0-3} - k\_B B\_{0-3} - k\_C C\_{0-3} - k\_D D\_{0-3}

在正常磨损较多的情况下，该区域的断裂风险显著增加。针对楼梯第0-3格区域的凹陷深度 X\_6 和加载频率参数 \text{LFP}，由于X\_6 和X\_6 + \text{LFP} 的数据形状相同，且无需判断二者是否满足同一分布，因此采用 Mann-Whitney U 检验对 X\_6 + \text{LFP} 是否显著大于X\_6 进行判断。具体假设如下：

* **原假设** H\_0：X\_6 + \text{LFP} 不显著大于 X\_6。
* **备择假设** H\_1：X\_6 + \text{LFP} 显著大于 X\_6。

根据假设检验的要求，U 的计算公式为：

\[ U = n^2 + \frac{n}{2}(n + 1) - R(X\_6) \]

在显著性水平 \alpha = 0.05 下，拒绝域为 U < 8。则判断依据如下：

1. 当 U < 8 时，接受备择假设 H\_1，表明楼梯外沿存在因断裂导致的材料损失。
2. 当 U \geq 8 时，接受原假设 H\_0，认为楼梯外沿的材料损失主要来源于正常磨损和弯曲，无额外断裂损失。

基于上述检验结果，进一步分析楼梯的使用方式：

* 如果 X\_6​ 与 \text{LFP} 存在显著差异，则表明楼梯外边沿的材料损失不仅由正常磨损和弯曲导致，还可能是由于短时间内大量人群使用楼梯所致。
* 如果 X\_6​ 与 \text{LFP} 无显著差异，则认为楼梯的使用方式是长时间内少量人逐步使用。

通过这种方法，结合 Mann-Whitney U 检验的结果，可以合理判断楼梯的短时间内大量人群使用楼梯，还是长时间内少量人群使用楼梯。