量子场论

梁伟红

电　　　　话：**5837548**

电子邮箱：**liangwh@gxnu.edu.cn**

第一章　绪论

- 量子场论的建立与发展
- 量子场论的基本困难
- 自然单位制
- 相对论符号

一、量子场论的建立与发展

（一）量子场论的建立

尺度上 $\begin{cases}\text{宏观}\\ \text{微观}\end{cases}$　　运动速度上 $\begin{cases}\text{低速}\ (v \ll c)\\ \text{高速}\ (v \sim c)\end{cases}$

① 宏观、低速的物理现象 ⟶ 经典理论

② 宏观、高速的物理现象 ⟶ 相对论性经典理论

③ 微观、低速的物理现象 ⟶ 非相对论量子力学

④ 微观、高速的物理现象 ⟶ ？

➢ 非相对论量子力学对低速微观体系的描述：

当$v \ll c$时，能量和动量满足

$$E = \frac{\vec{P}^2}{2m},$$ （非相对论能量—动量关系）

在上式中作算符化

$$E \rightarrow i\hbar\frac{\partial}{\partial t}, \qquad \vec{P} \rightarrow -i\hbar\nabla,$$

可得到自由粒子的运动方程——Schrödinger方程：

$$i\hbar\frac{\partial\psi(\vec{x},t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\boxed{\psi(\vec{x},t)},$$ （单粒子运动方程）

单粒子波函数

$|\psi|^2 \geq 0$ ⟶ 几率密度

第一次量子化：

经典力学 $\xrightarrow{\text{算符化}}$ 量子力学（波动力学）

➢ 非相对论量子力学在描述高速微观体系上的困难：

当 $v \sim c$ 时，

$$E^2 = \vec{P}^2 c^2 + m^2 c^4$$ （相对论能量—动量关系）

对上式作同样的算符化

$$E \to i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \qquad \vec{P} \to -i\hbar \nabla,$$

可得到

$$-\hbar^2\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=(-\hbar^2\nabla^2+m^2c^2)\psi,$$ （Klein-Gordon方程）

或

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=(-i\hbar\vec{\alpha}\cdot\nabla+\beta mc)\psi.$$ （Dirac方程）

若将Klein-Gordon方程解释成单粒子运动方程，

ψ解释成单粒子波函数，则

$$E=\pm\sqrt{\vec{k}^2+m^2},\qquad \rho=\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial t}-\psi\frac{\partial\psi^*}{\partial t}.$$

理论困难：① 负能量（导致体系不稳定）⟵反粒子的提出

② 负几率（非物理）⟵ 场的解释

③ 不能解释粒子的产生和消失现象

经典场：　电磁场$A_\mu(i\varphi, \vec{A})$

$\downarrow$ 二次量子化

量子化场

$$\left.\begin{array}{l}\text{量子力学　（微观）}\\ \text{狭义相对论（高速）}\end{array}\right\} \longrightarrow \text{量子场论}$$

④ 微观、高速的物理现象 $\longrightarrow$ 量子场论

（二）量子场论的发展

1、电磁场量子化（Dirac 1927）

电磁场的运动——一系列基本的谐振动 → 电磁波

每个谐振子运动满足薛定谔方程

$$E=(n+\frac{1}{2})\omega,\quad n=0,1,2,\cdots$$

光子的产生和消失：

频率为ω的自由度被激发到n=1的态 → 产生一个频率为ω的光子；

退激对应光子的消失。

2、电子场量子化 (1928, Dirac, Jordan, Wigner)

高速运动电子满足 Dirac 方程：

$$\gamma_\mu \frac{\partial \psi}{\partial x_\mu} + m\psi = 0, \quad (\mu = 0,1,2,3)$$

经典电子场 $\longrightarrow$ 量子化电子场

电子场的激发和退激对应着电子的产生和消灭。

3、量子电动力学（QED）

(1929年, Pauli, Heisenberg, ...)

QED：研究量子化电磁场与电子场及其相互作用规律的理论。（微观物理学中最精确的理论）

4、量子场论(1930年以后)

每一种相对论性的微观粒子对应着一种量子场：

$$e, \mu, \tau, \nu, q, p, n, \pi \rightarrow$$

量子场的激发和退激对应着粒子的产生和消灭。

常用的场量子化方法：

正则量子化——量子力学系统向无穷的连续自由度的推广。

路径积分量子化——

定域场论

定域： 场$\psi(\vec{x},t)$是时空点$(\vec{x},t)$的连续函数，满足微分方程，ψ在点$\vec{x}$处的改变是由无限邻近该点的那些场的性质决定的。

采用定域场论的理由：QED和弱电统一理论在 $\geq 10^{-16}$ cm 范围内适用。

二、量子场论的基本困难

- **发散困难**：第一级近似结果与实验相符，但高阶近似计算的结果总是无穷大。

  （解决：重整化方法）

- **强相互作用的处理**

  “色散关系” 、势模型、低能有效场论、格点规范场论、QCD求和规则，…

三、自然单位制

1、自然单位制的规定

简单地说：

h标志着量子效应

c标志着相对论效应

$$c=\hbar=1$$

具体地说：

微观物理学中涉及到的基本物理量有：长度、时间、质量、电荷、温度。

为减少独立的基本物理量的数目，作如下规定：

1）以真空的介电常数为无量纲的数1或$1/4\pi$来定义电荷，使电荷不再是基本的物理量；

2）利用Boltzmann常数

$$k=(8.617385\pm0.000073)\times10^{-5}\,\mathrm{eV}.K^{-1},$$

规定其值为无量钢的1，则温度和能量具有相同的量纲，

$$1\mathrm{eV}=(11604.45\pm0.10)K;$$

3）利用真空中的光速

$$c = 2099792458\times10^{8}\,m.s^{-1},$$

规定其值为无量钢的1，则时间和长度具有相同的量纲，

$$1s = 2099792458\times10^{8}\,m;$$

4）利用*Planck*常数

$$\hbar = (6.5821220\pm0.0000020)\times10^{-22}\,\mathrm{MeV}.s,$$

规定其值为无量钢的1，则时间和能量的倒数具有相同的量纲，

$$1(\mathrm{MeV})^{-1} = (6.5821220\pm0.0000020)\times10^{-22}\,s;$$

在这些规定下，只剩下一种独立的量纲，可由长度、时间、能量或其它任何一种有量纲的物理量中选取。

这就是自然单位制，它广泛应用于量子场论、粒子物理、宇宙学、天文学等领域

2、C.G.S单位制和自然单位制中的基本单位

C.G.S单位制中的基本单位：

质量(M)、长度(L)和时间(T)

$$[c]=[L/T]=[LT^{-1}], \qquad [\hbar]=[ML^2T^{-1}],$$

$$[e]=[M^{1/2}L^{3/2}T^{-1}].$$

自然单位制中的基本单位：

光速(c)、普朗克常数$(\hbar)$和长度(L).

$$[c]=1=[L]/[T], \qquad [\hbar]=1=[E]\cdot[T],$$

$$[E]=[M][c]^2=[M], \quad [E]=[M]=[L]^{-1}=[T]^{-1}.$$

3、C.G.S制与自然单位制的关系

设在通常的C.G.S单位制中，物理量A的量纲为

$$[A]_{\mathrm{CGS}} = M^{\alpha} L^{\beta} T^{\gamma},$$

当转换为自然单位制时,

$$[A]_{自然} = [A]_{\mathrm{CGS}} [\hbar]^{\sigma} [c]^{\varepsilon}$$

$$= [M^{\alpha} L^{\beta} T^{\gamma}][ML^{2}T^{-1}]^{\sigma}[LT^{-1}]^{\varepsilon},$$

要求$\alpha + \sigma = 0$和$\gamma - \sigma - \varepsilon = 0$，则

$$[A]_{自然} = [A]_{\mathrm{CGS}} [\hbar]^{-\alpha} [c]^{\alpha+\gamma}.$$

4、量纲恢复

$$[A]_{\text{CGS}} = M^{\alpha} L^{\beta} T^{\gamma}, \quad [A]_{\text{自 然}} = [A]_{\text{CGS}} [\hbar]^{-\alpha} [c]^{\alpha+\gamma},$$

$$\Rightarrow [A]_{\text{CGS}} = [A]_{\text{自 然}} [\hbar]^{\alpha} [c]^{-(\alpha+\gamma)}.$$

举例：电子的电量

CGS单位制：

$$[e]_{\text{CGS}} = M^{1/2} L^{3/2} T^{-1},$$

自然单位制：

$$[e]_{\text{自 然}} = [e]_{\text{CGS}} \hbar^{-1/2} c^{-1/2},$$

$$\alpha \equiv \frac{e^2}{4\pi} \approx \frac{1}{137},$$

$$\Rightarrow |e|_{\text{自 然}} \approx \sqrt{4\pi/137};$$

$$\therefore |e|_{\text{CGS}} = |e|_{\text{自 然}} \hbar^{1/2} c^{1/2}$$

$$\approx \sqrt{\frac{4\pi}{137}} \hbar^{1/2} c^{1/2}.$$

四、相对论符号

狭义相对论适用的空间称为闵可夫空间（闵氏空间）。四维闵氏时空中的一点表示一个事件（称为世界点），以四维时空坐标表示：

$$x^{\mu}=(x^{0},x^{1},x^{2},x^{3})=(t,\vec{x})$$ （逆变坐标）

$(\mu=0,1,2,3$ —Lorentz 指标）

闵氏空间中的一条曲线表示事件的进程（称为世界线）。

闵氏空间中相邻两点$P(x^\mu)$和$Q(x^\mu+dx^\mu)$之间的4维时空间隔是Lorentz不变量，

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu,$$ （度规）

$g_{\mu\nu}$称为闵氏度规张量，

$$g_{\mu\nu}=\begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix}$$

爱因斯坦约定：对方程式中每一项的重复指标自动求和。

闵氏度规张量具有如下性质：

$$\mathbf{g}_{\mu\nu}=\mathbf{g}_{\nu\mu},$$ （对称张量）

$$g^{\mu\nu}=g_{\mu\nu},$$

$$g^{\mu\nu}g_{\mu\lambda}=g^{\nu}{}_{\lambda}=\delta^{\nu}{}_{\lambda},$$

$$\delta^{\nu}{}_{\lambda}=\begin{cases}1 & \nu=\lambda,\\ 0 & \nu\neq\lambda.\end{cases}$$ **(Kronecker符号)**

引入协变坐标x_μ:

$$x_\mu = g_{\mu\nu} x^\nu,$$

$$= (x_0, x_1, x_2, x_3) = (t, -\vec{x}).$$

$$x^\mu = g^{\mu\nu} x_\nu = g^\mu{}_\nu x^\nu,$$

$$x \cdot y = g_{\mu\nu} x^\mu y^\nu = x^\mu y_\mu = x^0 y^0 - \vec{x} \cdot \vec{y}.$$

$$x^2 = g_{\mu\nu} x^\mu x^\nu = x^\mu x_\mu = t^2 - \vec{x}^2$$

$$\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu} = (\frac{\partial}{\partial t}, \nabla),$$

$$\partial^\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x_\mu} = g^{\mu\nu}\partial_\nu = (\frac{\partial}{\partial t}, -\nabla),$$

$$\Box = \partial^\mu \partial_\mu = g_{\mu\nu}\partial^\mu \partial^\nu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2.$$

一个粒子的能量–动量4矢量（或称为4动量）为：

$$p^\mu = (E, \vec{p}), \qquad p_\mu = (E, -\vec{p}).$$

$$p^2 = p^\mu p_\mu = E^2 - |\vec{p}|^2 = m^2.$$

$$p \cdot x = p^\mu x_\mu = Et - \vec{p} \cdot \vec{x}.$$

所有的事件都可依据度规表达式

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

分成三类：

$$\begin{cases} \text{类时间隔，} ds^2 > 0; \\ \text{类空间隔，} ds^2 < 0; \\ \text{类光间隔，} ds^2 = 0. \end{cases}$$

五、参考书

1. 周邦融，《量子场论》，高等教育出版社，2007；
2. J.D.Bjorkin & S.D.Drell，《相对论量子场》，科学出版社，1984；
3. W.Greiner & J.Reinhardt，《Field Quantization》，世界图书出版公司，2003；
4. M.E. Peskin & D.V. Schroeder，《An Introduction to Quantum Field Theory》，世界图书出版公司，1995；
5. L.H. Ryder，《Quantum Field Theory》，世界图书出版公司，1996.
6. C. Itzykson, J.B. Zuber, 《量子场论》.