<https://www.cnblogs.com/Randolph87/p/5804798.html>

SG函数的计算方法：

一个局面的SG为mex{后继局面的SG}

mex运算为集合中没出现的最小的自然数

几个局面的和的SG为单个的SG亦或

SG不为0时先手必胜，SG为0时后手必胜

1.Nim Game

最为经典

n堆石子，每次可以从一堆里面取任意个石子

对于一堆石子，SG函数就是石子数

整个游戏的SG函数是每一堆石子的SG函数的亦或和

必胜：SG不为0

必败：SG为0

2.Bash Game

每次最多取m个石子，其他同Nim

一堆石子的SG函数为石子数mod(m+1)

整个游戏的SG函数是每一堆石子的SG函数的亦或和

必胜：SG不为0

必败：SG为0

3.Nimk Game

每次最多可以同时从k堆石子进行操作，这k堆可以取不同数量的石子

一堆石子的SG函数为石子数

对每一个二进制位单独算，求SG函数每一个二进制位1的个数mod(k+1)，如果都为0，则必败，否则必胜

证明：

对于必败态不管怎么走都只能走到必胜态

对于变化的SG的最高位，你至少变化为1，最多变化为k，所以这一位1的个数不可能mod(k+1)还是为0

对于必胜态我们肯定可以找到一种方法走到必败态

我们从高位往低位做，记s为这一位可以随意填值的数字个数（如果把某一位从1变成0，那么更低位就能随便取值了）

假设我们现在做到第k位，记n为除了能随便取值的s位以外这一位1的个数mod(k+1)

如果n+s<=k，那么很简单，我们取出n个第k位为1的让这些数字的第k位变成0，那s个数字这一位也变成0，然后s+=n

如果n+s>k，即n+s>=k+1，那么s>=k+1-n，我们在s中间取k+1-n个变为1，其他变为0就可以满足条件了

4.Anti-Nim Game

不能取石子的一方获胜

必胜：SG不为0且至少有一堆石子数大于0，SG为0且每一堆石子数都为1

必败：其余为必败

5.Staircase Nim

阶梯博弈

每次可以从一个阶梯上拿掉任意数量石子放到下一层阶梯，不能操作的为输

SG函数为奇数阶梯上的石子的亦或和

如果移动偶数层的石子到奇数层，对手一定可以继续移动这些石子到偶数层，使得其SG不变

6.Wythoff Game

有两堆石子，每次可以从一堆或者两堆里拿走一样数目的石子，不能取的为输

必败态为(1,2)(3,5)(4,7)(6,10)...

差为1，2，3，4.....每一对数的第一个数为前面没出现的最小的正整数

7.Take & Break

每次可以把一堆石子分成两堆甚至多堆不为0的石子，不能操作的为输

暴力计算SG

8.树上删边游戏

给定根节点，每次可以删掉一条边，不与根节点相连的部分删除

叶子节点SG为0，其他节点的SG函数为子树SG+1的亦或和

证明：

将子树SG+1看做石子数（我们可以定义没有节点的图的SG为-1），然后就变成了取石子游戏

9.无向图删边

规则同树上删边游戏

结论：把奇环缩成一个点加一条新边，把偶环缩成一个点，不影响SG，然后套用树上删边游戏

10.翻硬币游戏

n枚硬币排成一排，有的正面朝上，有的反面朝上。   
游戏者根据某些约束翻硬币（如：每次只能翻一或两枚，或者每次只能翻连续的几枚），但他所翻动的硬币中，最右边的必须是从正面翻到反面。   
谁不能翻谁输。

需要先开动脑筋把游戏转化为其他的取石子游戏之类的,然后用如下定理解决:   
局面的 SG 值等于局面中每个正面朝上的棋子单一存在时的 SG 值的异或和。

证明的基本套路：

必胜局面存在一个操作到达必败局面，必败局面无论怎么操作都会到必胜局面