

## Was ist eine Liste?

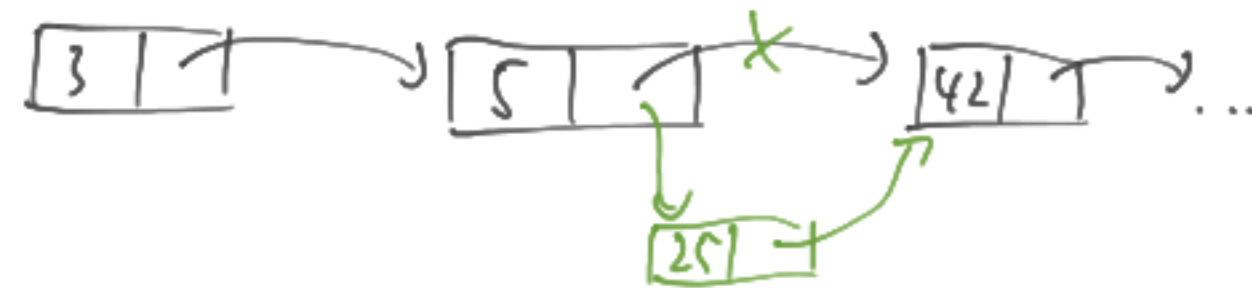
- Menge von Objekten
- Verkettung von Objekten

Vorsicht:  
Mengen  
haben keine  
Reihenfolge

### Array

- fest zusammenhängender Speicherbereich
- hat i.d.R. Performance-Vorteile
- ist aber unflexibel (feste Größe)

### verkettete Liste



## Eine Liste ...

... ist ein  
abstrakter  
Datentyp.

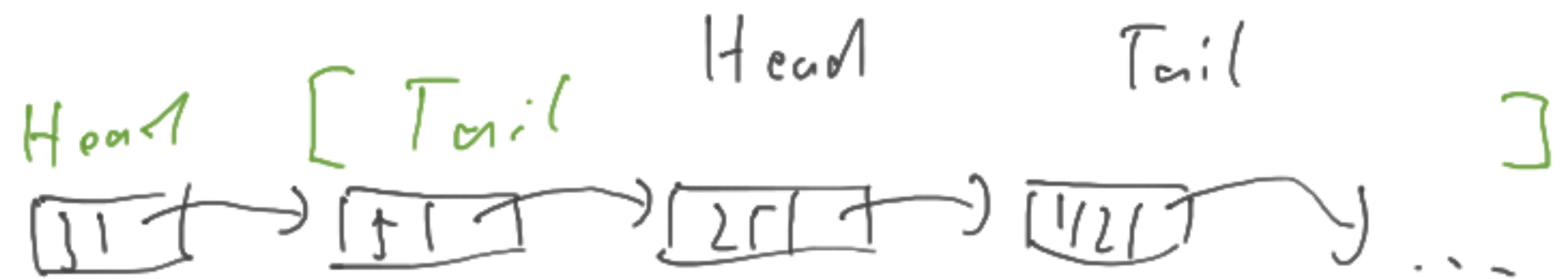
**Zwei  
Fälle:**

**Liste  
ist leer.**

**Liste  
besteht  
aus:**

**Einem  
Element ...**

**... und  
einer  
Liste**



Rekursive Summe über eine Liste:

$\text{summe}()$

**Zwei  
Fälle:**

**Liste  
ist leer**

oder sie  
besteht aus  
dem Kopf und  
einer Liste.

$\text{summe}([]) = 0$

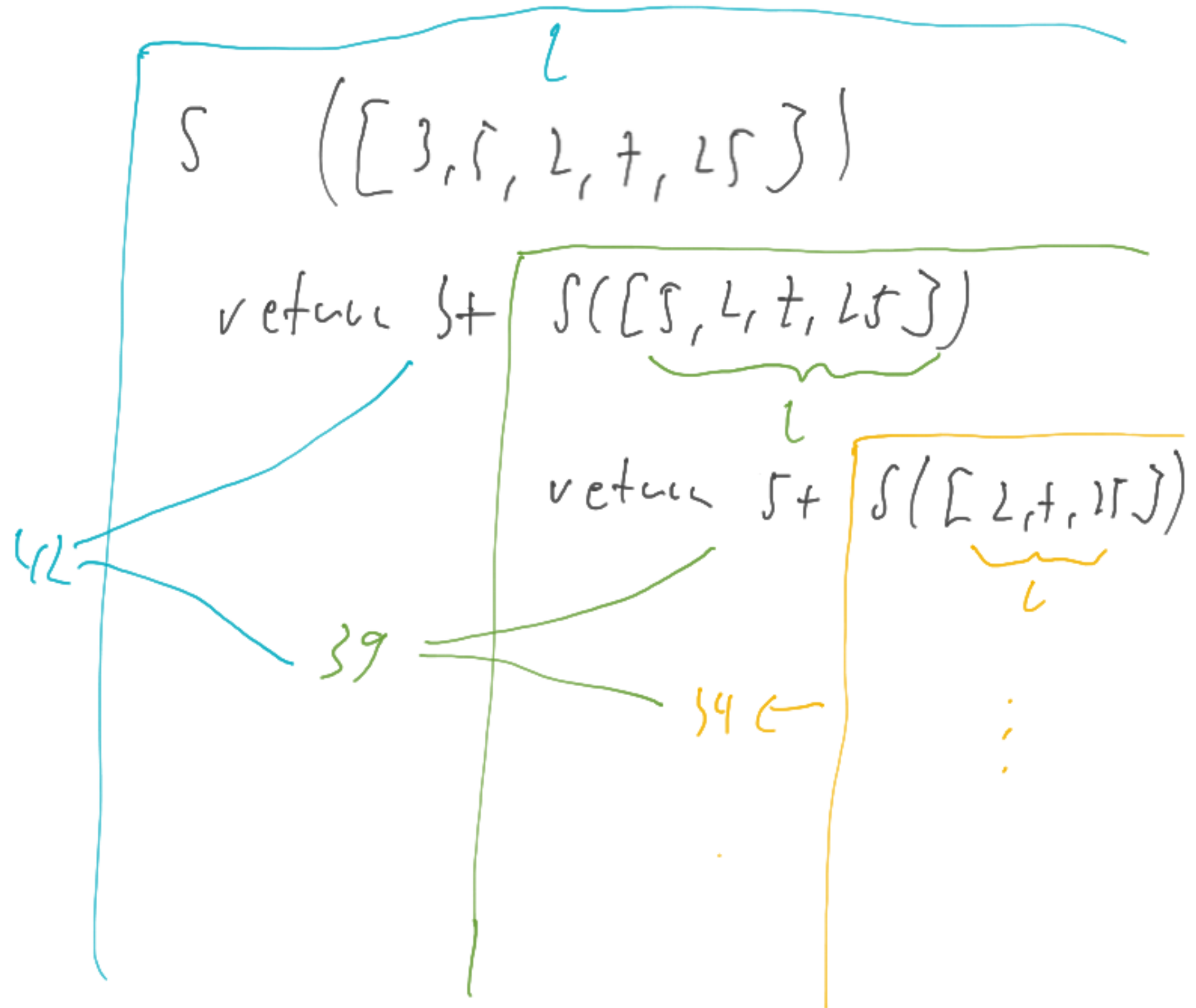
$\text{summe}(h, t)$   
 $= h + \text{summe}(t)$

---

$$\begin{aligned} S([3, 5, 2, 7, 25]) &= 3 + 5 + 2 + 7 + S([25]) \\ &= 3 + S([5, 2, 7, 25]) \\ &= 3 + 5 + S([2, 7, 25]) \\ &= 3 + 5 + 2 + S([7, 25]) \\ &= 3 + 5 + 2 + 7 + 25 + S([]) \\ &= 3 + 5 + 2 + 7 + 25 + 0 \\ &= 42 \end{aligned}$$

Rekursive Summe über eine Liste:

$$\begin{aligned} & S([3, 5, 2, 7, 25]) \\ &= 3 + S([5, 2, 7, 25]) \\ &= 3 + 5 + S([2, 7, 25]) \\ &= 3 + 5 + 2 + S([7, 25]) \\ &= 3 + 5 + 2 + 7 + S([25]) \\ &= 3 + 5 + 2 + 7 + 25 + S([]) \\ &= 3 + 5 + 2 + 7 + 25 + 0 \end{aligned}$$



# Rekursive Addition

Darstellung  
der  
natürlichen  
Zahlen

$0$     $s(0)$     $s(s(0))$     $s(s(s(0)))$     $s(s(s(s(0))))$     $\dots$

s steht für  
"successor"

$$\text{add}(x, 0) = x$$

$$\text{add}(x, sy) = s(\text{add}(x, y))$$

$$x + 0 = x$$

$$x + sy = s(x + y)$$

$$x + (y + z) = (x + y) + z$$

Assoziativgesetz

$$x + (y + z) = (x + y) + z$$

# Rekursive Addition

Darstellung  
der  
natürlichen  
Zahlen

0     $s(0)$      $s(s(0))$      $s(s(s(0)))$      $s(s(s(s(0))))$     ...

s steht für  
"successor"

$$\overset{x}{s(s(0))} + \overset{y = s(s(0))}{s(s(s(0)))}$$

$$2 + 3$$

$$x + 0 = x$$

$$= s(\overset{x}{s(s(0))} + \overset{y}{s(s(0))}) \quad y = s(s(0))$$

$$x + s(y) = s(x + y)$$

$$= s(s(\overset{x}{s(s(0))} + \overset{y}{s(0)})) \quad y = 0$$

$$= s(s(s(s(0) + 0)))$$

$$= s(s(s(s(s(0)))))$$

## rekursive Suche in einer Liste

<sup>0</sup>  
[3, <sup>1</sup>5, <sup>2</sup>2, <sup>3</sup>7, <sup>4</sup>1]

An welcher  
Stelle steht  
die 2?

**Zwei  
Fälle:**

**Die  
Liste  
ist leer.**

Die gesuchte  
Zahl ist nicht  
enthalten.

Die Liste ist  
ein Kopf mit  
einer Liste.

**Position  
in  
Rest-Liste  
+ 1**

<sup>2</sup>  
3 [ <sup>0</sup>5, <sup>1</sup>2, <sup>2</sup>7, <sup>3</sup>2 ]  
<sup>1</sup>

rekursive Suche in einer Liste

Suche  
die 3

binäre  
Suche

[ 2, 3, 5, 77, 25, 18, 42 ]  
3 < 77

[ 2, 3, 5 ]  
3 = 3  
fertig

Suche  
die 3



## rekursive Multiplikation und Potenzrechnung

$$\begin{aligned}x \cdot 0 &= 0 \\(x \cdot 1 &= x)\end{aligned}$$

$$x \cdot (y+1) = x + (x \cdot y)$$

$$z := y+1$$

$$x \cdot z = x + (x \cdot (z-1))$$

$$x(y+z) = xy + xz$$

$$x^0 = 1$$

$$x^{n+1} = x \cdot x^n$$

$$\begin{aligned}2^0 \\&= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2^1 \\&= 2 \cdot 1^0 \\&= 2 \cdot 1 \\&= 2\end{aligned}$$