



信阳师范学院  
数学与统计学院  
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

# 第7章 MATLAB符号运算

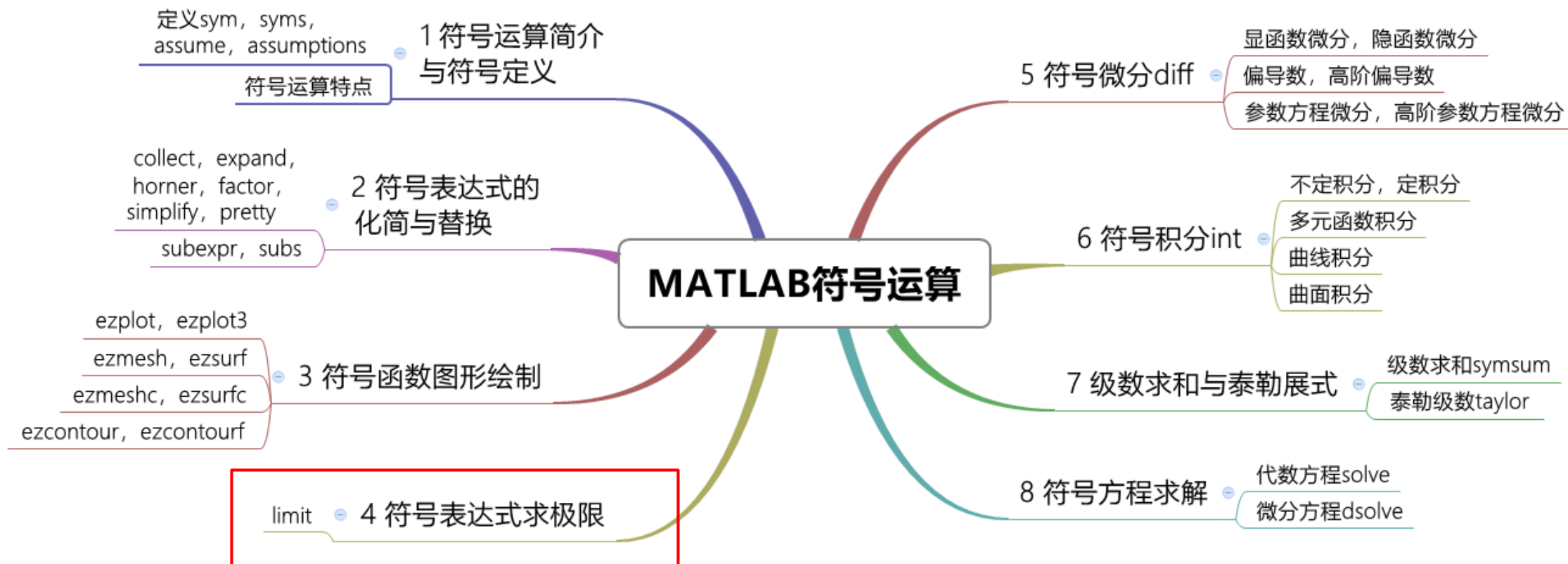


讲授人：牛言涛



日期：2020年3月22日

# 第7章 MATLAB符号运算思维导图



**符号运算与数值运算的区别**：数值计算的表达式、矩阵变量中**不允许有未定义**的自由变量，而符号计算**可以含有未定义的符号变量**。符号计算存放的是精确数据，耗存储空间，运行速度慢，但结果精度高；数值计算则是以一定精度来计算的，计算结果有误差，但是运行速度快。

## limit函数：用于求表达式的极限

- $\text{limit}(F,x,a)$ ：x趋近于a时表达式F的极限。
- $\text{limit}(F,a)$ ：自变量趋近于a时表达式F的极限。
- $\text{limit}(F)$ ：自变量趋近于0时表达式F的极限。
- $\text{limit}(F,x,a,'right')$ ：x从右侧趋近于a时表达式F的极限。
- $\text{limit}(F,x,a,'left')$ ：x从左侧趋近于a时表达式F的极限。

## 2. 一元函数极限

例1: 求下列函数的极限

$$(1) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt[m]{x} - \sqrt[m]{a}}{x - a}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a+x) - \sin(a-x)}{x}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2+1} - x)$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a} + \sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2-a^2}}$$

```
>> syms a m x;
```

```
>> f=(x^(1/m)-a^(1/m))/(x-a);
```

```
>> limit(f,x,a) %求极限(1)
```

```
>> f=(sin(a+x)-sin(a-x))/x;
```

```
>> limit(f) %求极限(2)
```

```
>> f=x*(sqrt(x^2+1)-x);
```

%求f函数在 $x \rightarrow \infty$ (包括 $+\infty$ 和 $-\infty$ )处的极限

```
>> limit(f,inf)
```

```
>> limit(f,x,inf,'left') %求极限(3)
```

```
>> f=(sqrt(x)-sqrt(a)-sqrt(x-a))/sqrt(x*x-a*a);
```

```
>> limit(f,x,a,'right') %求极限(4)
```

## 2. 一元函数极限

- 练习：求解下列函数极限

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} x \left( 1 + \frac{a}{x} \right)^x \sin \frac{b}{x};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{x^3} - 1}{1 - \cos \sqrt{x} - \sin x};$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} \sin n!}{n+1};$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} n \arctan \left( \frac{1}{n(x^2 + 1) + x} \right) \tan^n \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2n} \right);$$

$$(5) \lim_{y \rightarrow \infty} \left[ \lim_{x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{y}}} e^{\frac{-1}{y^2 + x^2}} \frac{\sin^2 x}{x^2} \left( 1 + \frac{1}{y^2} \right)^{x + a^2 y^2} \right].$$

- 答案：(1) $e^a b$ ;      (2)12;      (3)0;      (4) $\frac{e^x}{x^2 + 1}$ ;      (5) $e^{a^2}$ .

## 2. 一元函数极限

```
>> syms x a b
>> fh1 = x*(1+a/x)^x*sin(b/x);
>> lim1 = limit(fh1,x,inf)
lim1 =
    b*exp(a)
>> fh2 = (exp(x^3)-1)/(1-cos(sqrt(x-sin(x))));
>> lim2 = limit(fh2,x,0,'right')
lim2 =
    12
>> syms n
>> fh3 = n^(2/3)*sin(factorial(n))/(n+1);
>> lim3 = limit(fh3,n,inf)
lim3 =
    0
```

```
>> fh4 = n*atan(1/(n*(x^2+1)+x))*(tan(pi/4+x/(2*n)))^n;
>> lim4 = limit(fh4,n,inf)
lim4 =
    exp(x)/(x^2 + 1)
>> syms y
>> fh5 = exp(-1/(y^2+x^2))*(sin(x))^2/x^2*(1+1/y^2)^(x+a^2*y^2);
>> fh5 = subs(fh5,x,1/sqrt(y)) %用1/sqrt(y)带入x
fh5 =
    y*sin(1/y^(1/2))^2*exp(-1/(1/y + y^2))*(1/y^2 + 1)^(1/y^(1/2) +
a^2*y^2)
>> lim5 = limit(fh5,y,inf)
lim5 =
    exp(a^2)
```

### 3. 多元函数极限

- 多元函数极限：嵌套使用limit函数，调用格式如下： $\text{limit}(\text{limit}(f,x,x0),y,y0)$ 或 $\text{limit}(\text{limit}(f,y,y0),x,x0)$

- 例2：求极限

$$(1) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 3}} \frac{\sin(xy)}{x}$$

$$(2) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{2 - \sqrt{xy + 4}}{xy}$$

$$(3) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{(1+2x^2)(1+3y^2)} - 1}{2x^2 + 3y^2}$$

```
>> syms x y;
```

```
>> fh1 = sin(x*y)/x;
```

```
>> val11 = limit(limit(fh1,x,0),y,3)
```

```
val11 = 3 % val12 = limit(limit(fh1,y,3),x,0)
```

```
>> fh2 = (2-sqrt(x*y+4))/(x*y);
```

```
>> val21 = limit(limit(fh2,x,0),y,0)
```

```
val21 = -1/4 % val22 = limit(limit(fh2,y,0),x,0)
```

```
>> fh3 = (sqrt((1+2*x^2)*(1+3*y^2))-1)/(2*x^2+3*y^2);
```

```
>> lim = limit(limit(fh3,x,0),y,0)
```

```
lim = 1/2
```

### 3. 多元函数极限

$$(4) \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow a}} \left(1 + \frac{1}{xy}\right)^{\frac{x^2}{x+y}}$$

$$(5) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \left(\sqrt[3]{x} + y\right) \sin\left(\frac{1}{x}\right) \cos\left(\frac{1}{y}\right)$$

$$(6) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1 - \cos \sqrt{x^2 y^2}}{\tan(x^2 + y^2)}$$

$$(7) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x^2 + y^2)^{x^2 + y^2}$$

```
>> syms x y a
```

```
>> fh4 = (1+1/x/y)^(x^2/(x+y));
```

```
>> lim4 = limit(limit(fh4,x,inf),y,a)
```

```
lim4 =  
exp(1/a)
```

```
>> fh5 = (x^(1/3)+y)*sin(1/x)*cos(1/y);
```

```
>> lim5 = limit(limit(fh5,x,0),y,0)
```

```
lim5 =  
NaN
```

```
>> lim5 = limit(limit(fh5,x,1e-25),y,1e-25)
```

```
>> lim5 = double(lim5)
```

```
lim5 =  
2.3069e-09
```

```
>> fh6 = (1-  
cos(sqrt(x^2*y^2)))/tan(x^2+y^2);
```

```
>> lim6 = limit(limit(fh6,x,0),y,0)  
lim6 =  
0
```

```
>> fh7 = (x^2+y^2)^(x^2+y^2);
```

```
>> lim7 = limit(limit(fh7,x,0),y,0)  
lim7 =  
1
```





---

# 感谢聆听

---