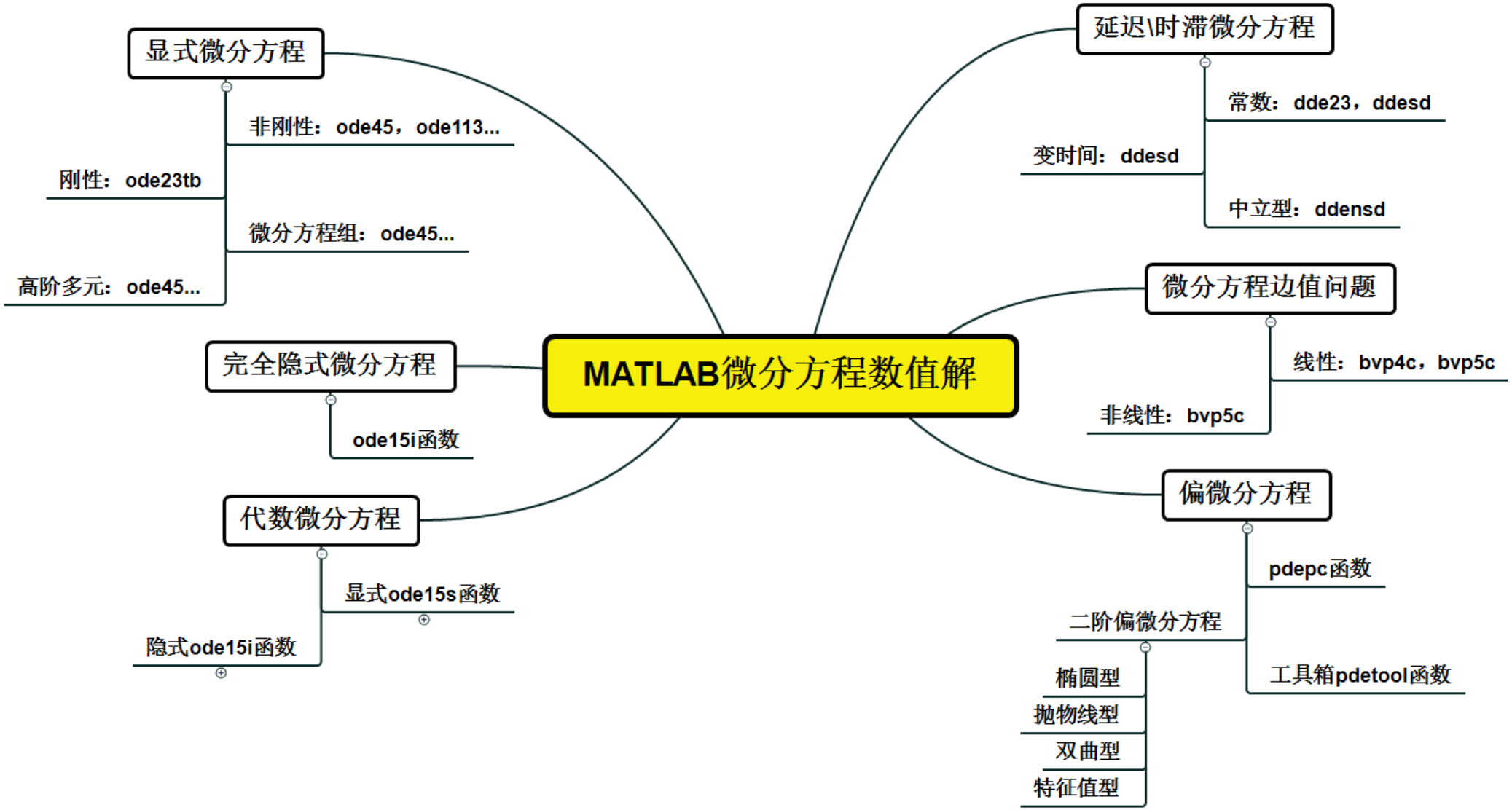
信陽師範学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

第5章 微分方程(组)数值解

讲授人：牛言涛

日期：2020年3月3日

MATLAB微分方程求解思维导图



目录
CONTENTS

引论

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

- 微分方程的形式是多种多样的，一般来说，很多高阶微分方程可以通过变量替换转化成一阶微分方程组，即可以写成下面的形式：

$$M(t,y)y' = F(t,y) \tag{1}$$

$M(t,y)$称为质量矩阵，如果其非奇异的话，上式可以写成：

$$y' = M^{-1}(t,y)F(t,y) \tag{2}$$

将（2）式右半部分用odefun表示出来（具体表现形式可以采用匿名函数、子函数、嵌套函数、单独m文件等形式），就是ode45，ode23等常微分方程初值问题求解的输入参数odefun。

- 如果质量矩阵奇异的话，(1)称为微分代数方程组（differential algebraic equations, DAEs.），可以利用求解刚性微分方程的函数如ode15s、ode23s等来求解，从输入形式上看，求解DAEs和求解普通的ODE很类似，主要区别是需要给微分方程求解器指定质量矩阵。
- 隐式微分方程无法写成(1)或者(2)的形式。

5.1 显示微分方程

$$[t,\ x] = solver('odefun', ts, x_0, options)$$

- 自变量值
- 函数值
- ode45 / ode23 / ode113 / ode15s / ode23s
- 由待解方程写成的m-文件名
- ts=[t_0，t_f]，t_0、t_f为自变量的初值和终值
- 函数的初值

ode23：组合的2/3阶龙格-库塔-芬尔格算法

ode45：运用组合的4/5阶龙格-库塔-芬尔格算法

ode113：利用变阶 Adams-Bashforth-Moulton 算法求解

也可以采用：[t0,t1,...,tf]，给定点上的值

用于设定误差限(缺省时设定相对误差10^{-3}, 绝对误差10^{-6})，命令为：

options=odeset('reltol', rt,'abstol',at),

rt，at：分别为设定的相对误差和绝对误差.

5.1 显示微分方程

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

MATLAB 可以求解刚性方程和非刚性方程。

- 刚性与非刚性最直接的判别方法就是从解在某段时间区间内的变化来看，非刚性问题变化相对缓慢，刚性问题在某段时间内会发生剧烈变化。

对于非刚性方程，可以选择的算法如下：

- ode45：基于显式 Runge-Kutta(4,5) 规则求解
- ode23：基于显式 Runge-Kutta(2,3) 规则求解
- ode113： 利用变阶 Adams-Bashforth-Moulton 算法求解

5.1 显示微分方程

刚性方程的求解方法如下：

- ode15s：基于数值积分公式的变阶求解算法
- ode23s：采用二阶改进 Rosenbrock 公式的算法
- ode23t：采用自由内插的梯形规则
- ode23tb：采用 TR-BDF2 算法，该算法为隐式 Runge-Kutta 公式，包含两个部分，第一个部分为梯形规则，第二个部分为二阶后向差分。

deval计算微分方程解结构体

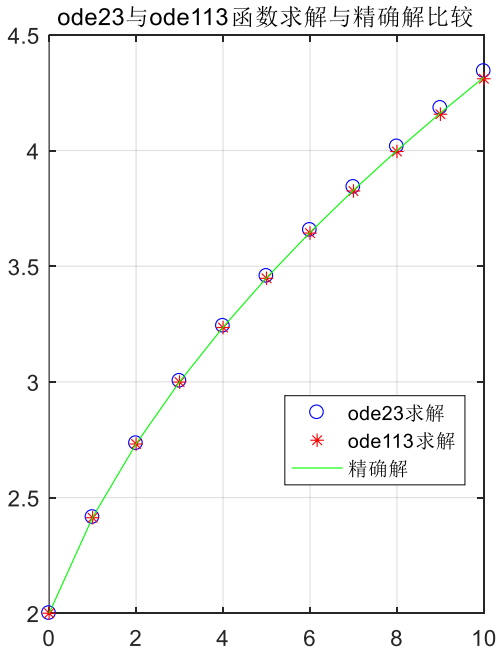
- [y,yp] = deval(sol,x)：以计算 x 中包含的点处的微分方程问题的解 sol，还会返回 yp，这是求解器生成的数值解的一阶导数。

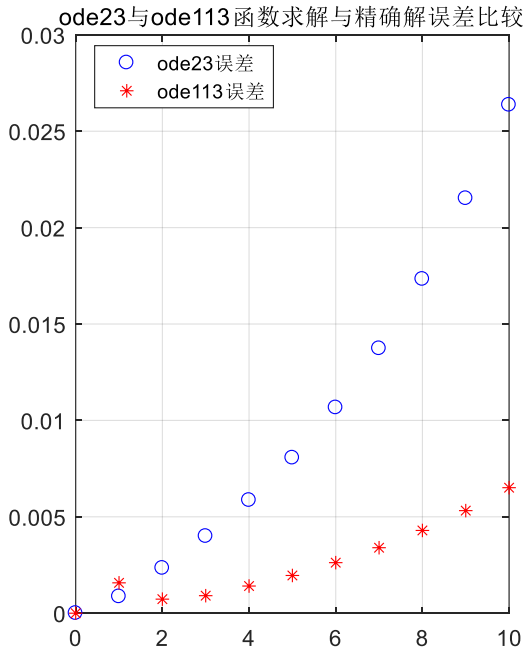
显示微分方程——案例分析

- 例1：设有初值问题 $y' = \dfrac{y^2 - t - 2}{4(t+1)}$，$0 \le t \le 10$，$y(0) = 2$，试求其数值解，并与精确解相比较(精确解 $y(t) = \sqrt{t+1} + 1$)。

```
>> tspan = [0:10];  y0=2;
>> [t1,y1]=ode23('funt',tspan,y0);     %求数值解
>> [t2,y2]=ode113('funt',tspan,y0);    %求数值解
>> yt=sqrt(tspan'+1)+1;                %求精确解
>> subplot(1,2,1)
>> plot(t1,y1,'bo',t2,y2,'r*',tspan,yt,'g-')
>> legend('ode23求解','ode113求解','精确解','Location','best');
>> subplot(1,2,2)
>> y1t = abs(y1-yt);   y2t = abs(y2-yt);
>> plot(t1,y1t,'bo',t2,y2t,'r*')
>> legend('ode23误差','ode113误差','Location','best');
```

```
% 定义函数文件
function yp=funt(t,y)
    yp=(y^2-t-2)/4/(t+1);
end
```





显示微分方程(刚性)——案例分析

例2：$y_1(t)$，$y_2(t)$满足如下方程式，求使得 $F(t)=y_1(t)+y_2(t)$ 值为0的时间点。

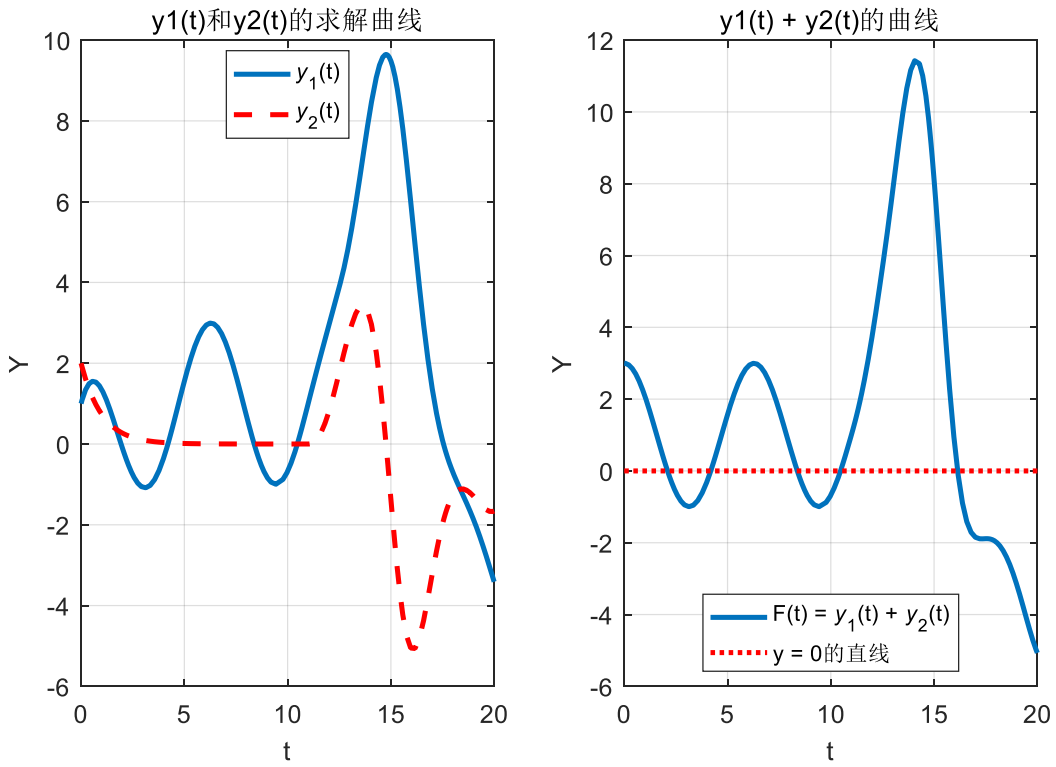
$$\begin{bmatrix} y_1' \\ y_2' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} y_2-f(t) \\ y_1 g(t)-y_2 \end{bmatrix},\quad \begin{bmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}\qquad f(t)=\begin{cases} 2\sin t & t<4\pi \\ 0 & t\geq 4\pi \end{cases},\quad g(t)=\begin{cases} 0 & t<7\pi/2 \\ \cos t & t\geq 7\pi/2 \end{cases}$$

```
% 定义函数文件
function dy = DyDxNestedFun(t,y)
   ft = 2*sin(t).*(t<4*pi) + 0.*(t>=4*pi);   %定义分段函数f(t)
   gt = cos(t).*(t>=3.5*pi) + 0.*(t<3.5*pi);   %定义分段函数g(t)
   dy = [y(2) - ft;y(1)*gt-y(2)];   %微分方程组
end
```

```
tspan = [0,20];  %求解区间
y0 = [1,2];   %初值
sol = ode23tb(@DyDxNestedFun,tspan,y0)
sol = 包含以下字段的 struct:  solver: 'ode23tb'
    extdata: [1×1 struct]
          x: [1×146 double]
          y: [2×146 double]
      stats: [1×1 struct]
      idata: [1×1 struct]
```

显示微分方程(刚性)——案例分析

```
subplot(1,2,1)
plot(sol.x,sol.y(1,:),'linewidth',2)
hold on;grid on
plot(sol.x,sol.y(2,:),'r--','linewidth',2)
L1 = legend('{\ity}_1(t)','{\ity}_2(t)','Location','best');
subplot(1,2,2)
plot(sol.x,sum(sol.y),'linewidth',2)
hold on;grid on
plot([0,20],[0 0],'r:','linewidth',2)
L2 = legend('F(t) = {\ity}_1(t) + {\ity}_2(t)','y = 0的直线','Location','best');
T0 = arrayfun(@(t0)fzero(@(t)sum(deval(sol,t)),t0),[2,4,8,10,18])
% T0 = 2.096068569197949   4.187508916766323   8.379388053713429  10.470711797709654  16.142011221492805
```



deval求解微分方程对应点的值

arrayfun调用函数并赋值

显示微分方程组——案例分析

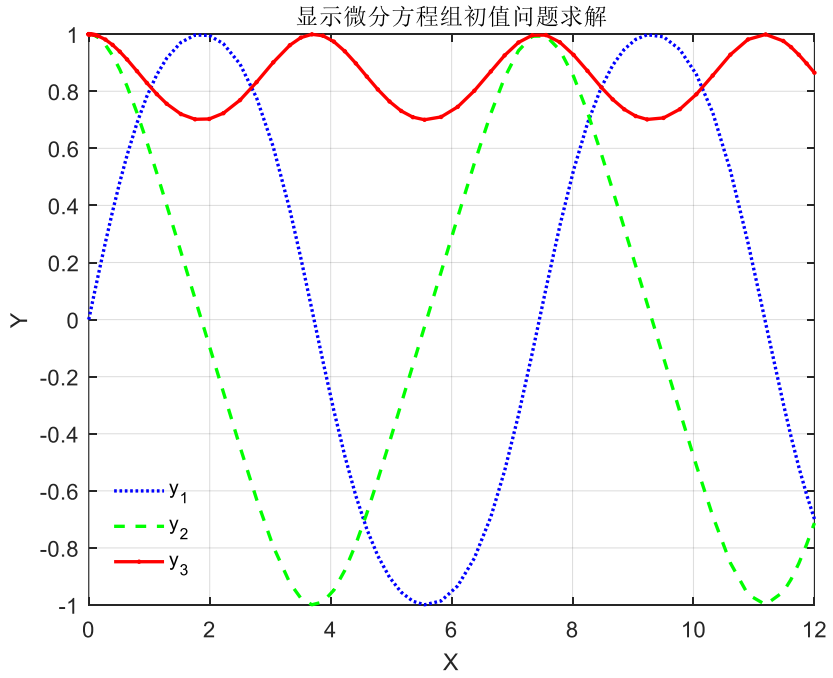
信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

- 例3：解微分方程组

$$\begin{cases} y_1' = y_2 y_3 \\ y_2' = -y_1 y_3 \\ y_3' = -0.51 y_1 y_2 \\ y_1(0) = 0,\ \ y_2(0) = 1,\ \ y_3(0) = 1 \end{cases}$$

```
[T,Y]=ode45(@DyDtFun,[0 12],[0 1 1]);
plot(T,Y(:,1),'b:',T,Y(:,2),'g--',T,Y(:,3),'r.-','LineWidth',1.5)
grid on
legend('y_1','y_2','y_3')
legend('boxoff')
title('显示微分方程组初值问题求解')
```

```
function dy=DyDtFun(t,y) % 微分方程组M文件定义
    dy = zeros(3,1);
    dy(1) = y(2)*y(3);
    dy(2) = -y(1)*y(3);
    dy(3) = -0.51*y(1)*y(2);
end
```



高阶显示微分方程——案例分析

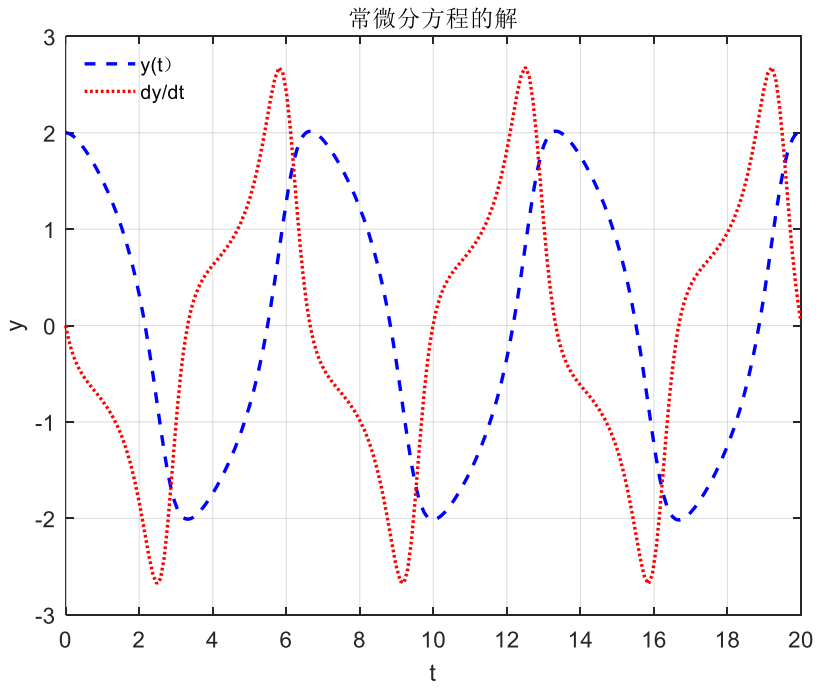
- 例4：$y''-(1-y^2)y'+y=0,\ y(0)=2,\ y'(0)=0;\ x\in[0,20]$

改写成一阶常微分方程组：

$$\begin{cases} y_1' = y_2 \\ y_2' = (1-y_1^2)y_2 - y_1 \\ y_1(0)=2, y_2(0)=0, x\in[0,20] \end{cases}$$

```
[t,y]=ode45(@ivpodefun,[0 20],[2 0]);
plot(t,y(:,1),'b--',t,y(:,2),'r:','LineWidth',1.5);
title('常微分方程的解');
xlabel('t');   ylabel('y');
legend('y(t)  ','dy/dt');
```

```
function dy=ivpodefun(t,y)  %定义函数文件
    dy=zeros(2,1);
    dy(1)=y(2);
    dy(2)=(1-y(1)^2)*y(2)-y(1);
end
```



显式常微分方程组（多元高阶）

- 多元高阶常微分方程组的处理，模型：

$$\begin{cases} x^{(m)} = f\left(t, x, x', \cdots, x^{(m-1)}, y, \cdots, y^{(n-1)}\right) \\ y^{(m)} = g\left(t, x, x', \cdots, x^{(m-1)}, y, \cdots, y^{(n-1)}\right) \end{cases}$$

- 状态变量的选择不唯一，但建议：选择如下状态变量

$$x_1 = x,\ x_2 = x', \cdots,$$

$$x_m = x^{(m-1)},$$

$$x_{m+1} = y,\ x_{m+2} = y', \cdots,$$

$$x_{m+n} = y^{(n-1)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1' = x_2 \\ \vdots \\ x_m' = f(t, x_1, x_2, \cdots, x_{m+n}) \\ x_{m+1}' = x_{m+2} \\ \vdots \\ x_{m+n}' = g(t, x_1, x_2, \cdots, x_{m+n}) \end{cases}$$

显式常微分方程组（多元高阶）——案例分析

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

- 例5：Apollo卫星的运动轨迹(x, y)满足下面的方程

$$\begin{cases} x'' = 2y' + x - \dfrac{\mu^*(x+\mu)}{r_1^3} - \dfrac{\mu(x+\mu^*)}{r_2^3} \\ y'' = -2x' + y - \dfrac{\mu^* y}{r_1^3} - \dfrac{\mu y}{r_2^3} \end{cases}$$

其中，$\mu = 1/82.45$，$\mu^* = 1-\mu$，并且 $r_1 = \sqrt{(x+\mu)^2 + y^2}, r_2 = \sqrt{(x-\mu^*)^2 + y^2}$

初始状态 $x(0) = 1.2, x'(0) = 0, y(0) = 0, y'(0) = -1.04935751$

显式常微分方程组（多元高阶）——案例分析

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

选择一组状态变量：$x_1 = x, x_2 = x', x_3 = y, x_4 = y'$，得出一阶常微分方程组：

$$\begin{cases} x_1' = x_2 \\ x_2' = 2x_4 + x_1 - \dfrac{\mu^*(x_1+\mu)}{r_1^3} - \dfrac{\mu(x_1+\mu^*)}{r_2^3} \\ x_3' = x_4 \\ x_4' = -2x_2 + x_3 - \dfrac{\mu^* x_3}{r_1^3} - \dfrac{\mu x_3}{r_2^3} \end{cases}$$

其中$r_1 = \sqrt{(x_1+\mu)^2 + x_3^2}$，$r_2 = \sqrt{(x_1-\mu^*)^2 + x_3^2}$

并且 $\mu = 1/82.45$，$\mu^* = 1-\mu$

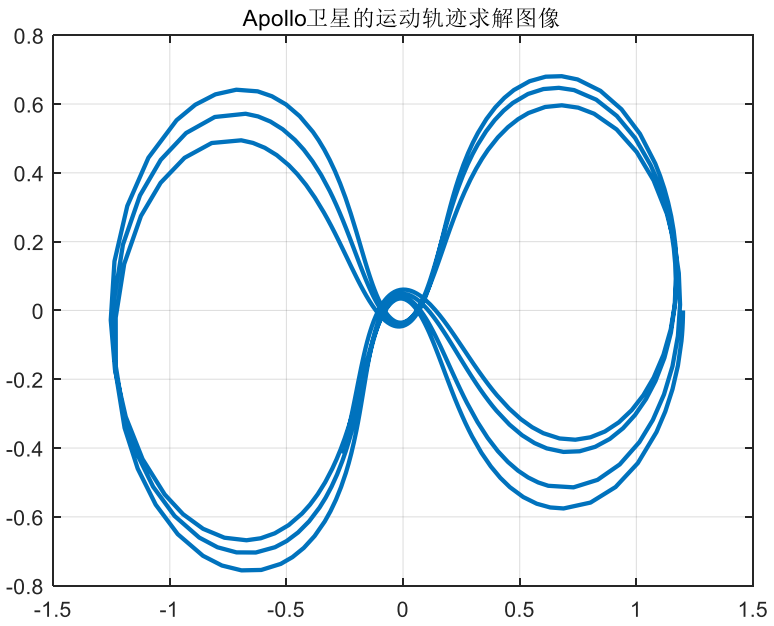
```
%定义函数文件
function dx = apolloeq(t,x)
   mu = 1/82.45;
   mu1 = 1 - mu;
   r1 = sqrt((x(1)+mu)^2 + x(3)^2);
   r2 = sqrt((x(1)-mu1)^2 + x(3)^2);
   dx = [x(2);
         2*x(4) + x(1) - mu1*(x(1) + mu)/r1^3 - mu*(x(1) -
mu1)/r2^3;
         x(4);
         -2*x(2) + x(3) - mu1*x(3)/r1^3 - mu*x(3)/r2^3];
end
```

显式常微分方程组（多元高阶）——案例分析

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

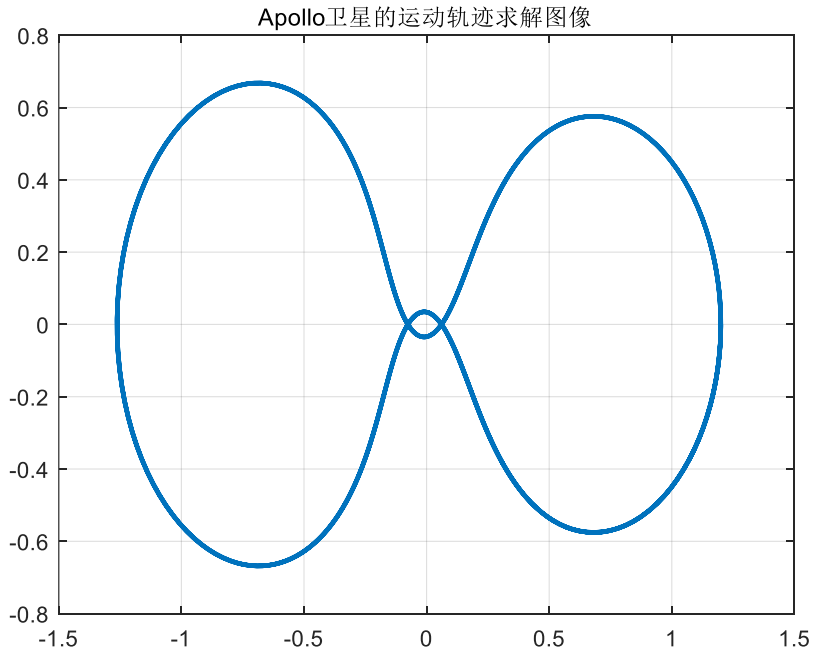
%命令行窗口求解

```
x0 = [1.2;0;0;-1.04935751];
[t,y] = ode45(@apolloeq,[0,20],x0);
plot(y(:,1), y(:,3),'LineWidth',2)
grid on
title('Apollo卫星的运动轨迹求解图像')
```



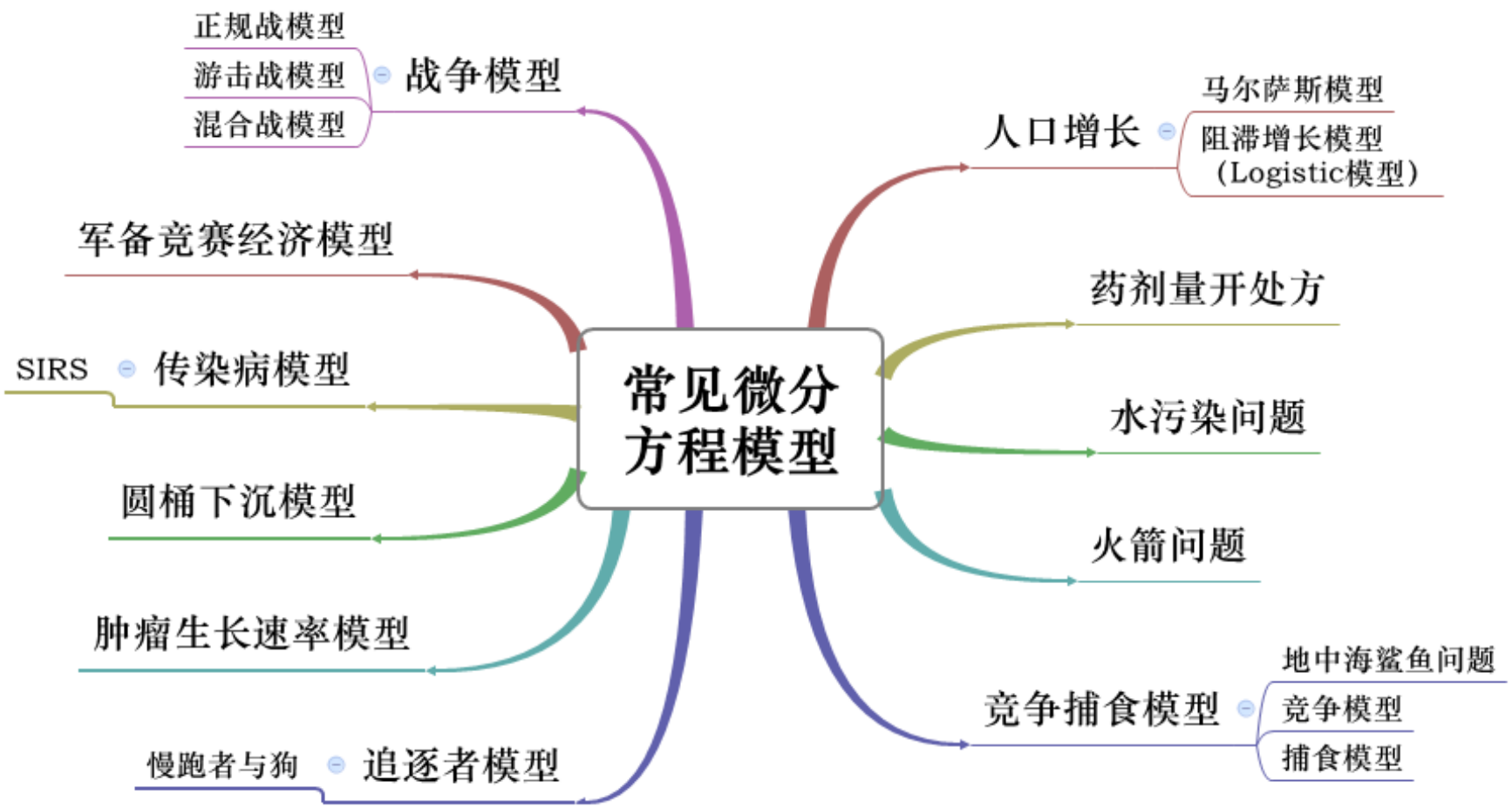
% 改变求解精度，重新绘图

```
[t,y] = ode45(@apolloeq,[0,20],x0,odeset('RelTol',1e-6));
plot(y(:,1), y(:,3),'LineWidth',2)
grid on
title('Apollo卫星的运动轨迹求解图像')
```



微分方程数学建模问题

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS



经典案例建模分析——慢跑者与狗

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

问题描述：一个慢跑者在平面上沿椭圆以恒定的速率$v=1$跑步，设椭圆方程为：$x=10+20cos(t), y=20+5sin(t)$。突然有一只狗攻击他，这只狗从原点出发，以恒定速率w跑向慢跑者，狗的运动方向始终指向慢跑者。分别求出$w=20$，$w=5$时狗的运动轨迹。

1. 模型建立

设时刻t慢跑者的坐标为$(X(t), Y(t))$，狗的坐标为$(x(t), y(t))$。则$X=10+20cos(t)$，$Y=20+15sin(t)$，狗从(0,0)出发，建立狗的运动轨迹的参数方程：

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2=w^2$$

由于狗始终对准人，因而狗的速度方向平行于狗与人位置的差向量：

$$\frac{dx}{dt}=\lambda(X-x), \frac{dy}{dt}=\lambda(Y-y)$$

经典案例建模分析——慢跑者与狗

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

问题描述：一个慢跑者在平面上沿椭圆以恒定的速率$v=1$跑步，设椭圆方程为：$x=10+20cos(t), y=20+5sin(t)$。突然有一只狗攻击他，这只狗从原点出发，以恒定速率w跑向慢跑者，狗的运动方向始终指向慢跑者。分别求出$w=20$，$w=5$时狗的运动轨迹。

1. 模型建立

设时刻t慢跑者的坐标为$(X(t), Y(t))$，狗的坐标为$(x(t), y(t))$。则$X=10+20cos(t)$，$Y=20+15sin(t)$，狗从(0,0)出发，建立狗的运动轨迹的参数方程：

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2=w^2$$

由于狗始终对准人，因而狗的速度方向平行于狗与人位置的差向量：

$$\frac{dx}{dt}=\lambda(X-x), \frac{dy}{dt}=\lambda(Y-y)$$

经典案例建模分析——慢跑者与狗

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

消去λ，得

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{w}{\sqrt{(X-x)^2+(Y-y)^2}}(X-x) \\ \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{w}{\sqrt{(X-x)^2+(Y-y)^2}}(Y-y) \\ x(0)=0, \quad y(0)=0 \end{cases}$$

由题意$X = 10 + 20cos(t), Y = 20 + 5sin(t)$，狗从(0,0)出发，建立狗的运动轨迹的参数方程:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{w}{\sqrt{(10+20\cos t-x)^2+(20+15\sin t-y)^2}}(10+20\cos t-x) \\ \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{w}{\sqrt{(10+20\cos t-x)^2+(20+15\sin t-y)^2}}(20+15\sin t-y) \\ x(0)=0, \quad y(0)=0 \end{cases}$$

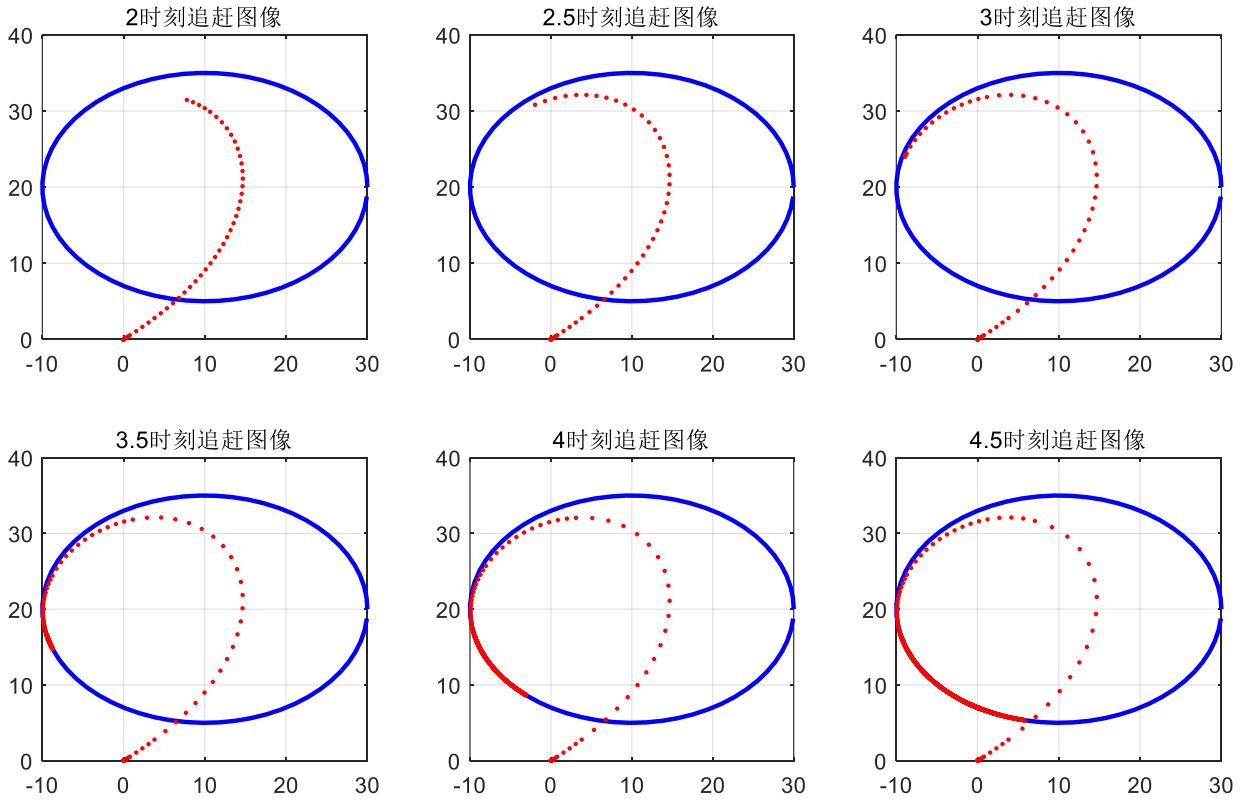
经典案例建模分析——慢跑者与狗

当 $w = 20$时，建立m-文件，微分方程模型如下:

```
function dy = dogperson20(t,x)
  dy = [20*(10+20*cos(t)-x(1))/sqrt((10+20*cos(t)-x(1))^2+(20+15*sin(t)-x(2))^2);
        20*(20+15*sin(t)-x(2))/sqrt((10+20*cos(t)-x(1))^2+(20+15*sin(t)-x(2))^2)];
end
```

```
T=0:0.1:2*pi;  X=10+20*cos(T);   Y=20+15*sin(T);
i = 1;
for time = 2:0.5:4.5
    subplot(2,3,i);   i = i + 1;
    [t,y]=ode45(@dogperson20,[0 time],[0 0]);
    plot(X,Y,'b-','LineWidth',2)
    hold on;  grid on;    plot(y(:,1),y(:,2),'r.')
    title([num2str(time),'时刻追赶图像'])
end
```

从下图发现，在t=3时刻以后，狗逐渐追上慢跑者。



经典案例建模分析——慢跑者与狗

```
T = linspace(0,3.5,1000);
X=10+20*cos(T);   Y=20+15*sin(T);
sol=ode45(@dogperson20,[0 3.5],[0 0],odeset('RelTol',1e-4,'AbsTol',1e-6));
y = deval(sol,T);
for i = 1:1000
    % sqrt((X(i) - y(1,i))^2 +(Y(i) - y(2,i))^2)  <= 0.5
    if (abs(X(i) - y(1,i)) < 0.5 && abs(Y(i) - y(2,i)) < 0.5)
        disp('当人与狗坐标（或距离）均小于0.5时，我们可认为狗追上了慢跑者。')
        fprintf('%.5f时刻，慢跑者坐标(%.5f,%.5f)，狗坐标(%.5f,%.5f)\n',T(i),X(i),Y(i),y(1,i),y(2,i))
        break;
    end
end
```

当人与狗坐标（或距离）均小于0.5时，我们可认为狗追上了慢跑者。3.30030时刻，慢跑者坐标(-9.74865,17.62937)，狗坐标(-9.82078,18.12122)。

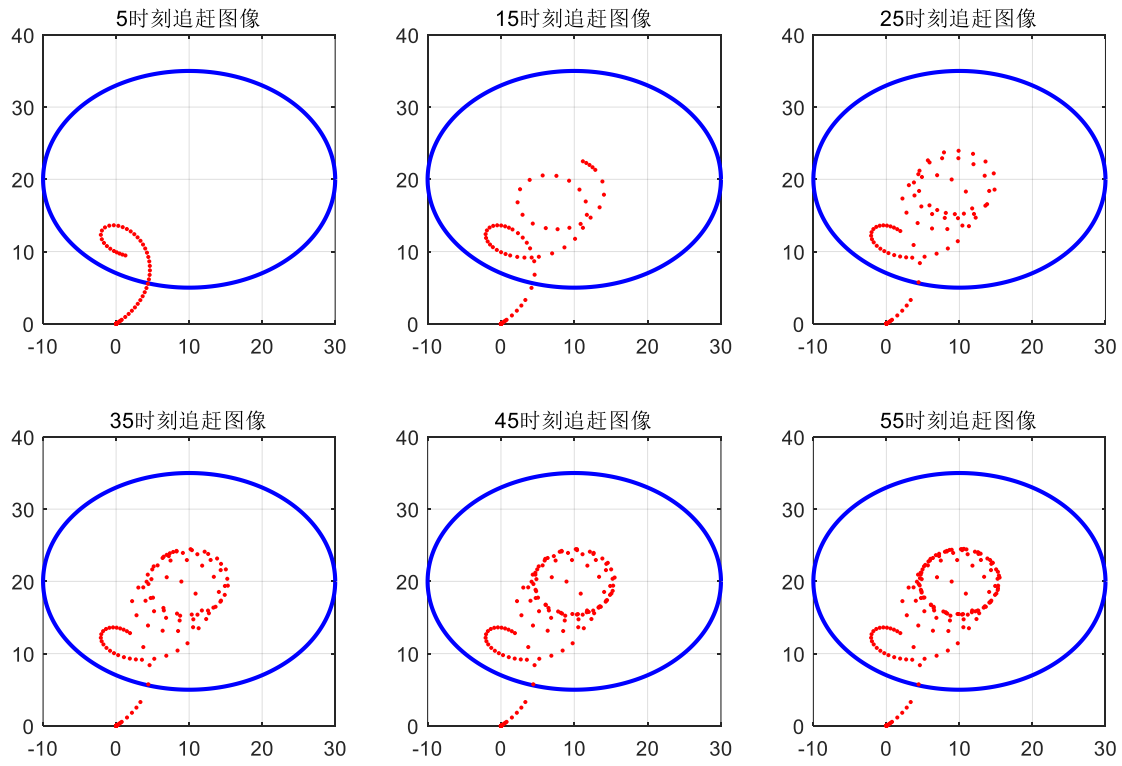
经典案例建模分析——慢跑者与狗

$w = 5$时，建立m-文件，微分方程模型如下:

```
function dy = dogperson5(t,x)
  dy = [5*(10+20*cos(t)-x(1))/sqrt((10+20*cos(t)-x(1))^2+(20+15*sin(t)-x(2))^2);
        5*(20+15*sin(t)-x(2))/sqrt((10+20*cos(t)-x(1))^2+(20+15*sin(t)-x(2))^2)];
end
```

从下图可以看出，如果狗的速度为5，狗永远追不上慢跑者。

```
T=0:0.01:2*pi;  X=10+20*cos(T);   Y=20+15*sin(T);
i = 1;
for time = 5:10:55
    subplot(2,3,i);   i = i + 1;
    [t,y]=ode45(@dogperson5,[0 time],[0 0]);
    plot(X,Y,'b-','LineWidth',2)
    hold on;  grid on;    plot(y(:,1),y(:,2),'r.')
    title([num2str(time),'时刻追赶图像'])
end
```



经典案例建模分析——地中海鲨鱼问题

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

意大利生物学家Ancona曾致力于鱼类种群相互制约关系的研究，他从第一次世界大战期间，地中海各港口捕获的几种鱼类捕获量百分比的资料中，发现鲨鱼等的比例有明显增加（见下表），而供其捕食的食用鱼的百分比却明显下降。显然战争使捕鱼量下降，食用鱼增加，鲨鱼等也随之增加，但为何鲨鱼的比例大幅增加呢？

年代	1914	1915	1916	1917	1918
百分比	11.9	21.4	22.1	21.2	36.4
年代	1919	1920	1921	1922	1923
百分比	27.3	16.0	15.9	14.8	19.7

他无法解释这个现象，于是求助于著名的意大利数学家V. Volterra，希望建立一个食饵—捕食系统的数学模型，定量地回答这个问题。

经典案例建模分析——地中海鲨鱼问题

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

1．符号说明：

- $x_1(t)$—食饵在t时刻的数量；$x_2(t)$—捕食者在t时刻的数量；
- r_1—食饵独立生存时的增长率；r_2—捕食者独自存在时的死亡率；
- λ_1—捕食者掠取食饵的能力；λ_2—食饵对捕食者的供养能力；
- e—捕获能力系数

2．基本假设：

（1）食饵由于捕食者的存在使增长率降低，假设降低的程度与捕食者数量成正比；

（2）捕食者由于食饵为它提供食物的作用使其死亡率降低或使之增长，假定增长的程度与食饵数量成正比。

经典案例建模分析——地中海鲨鱼问题

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = x_1(r_1 - \lambda_1 x_2) \\ \dfrac{dx_2}{dt} = x_2(-r_2 + \lambda_2 x_1) \end{cases}$$

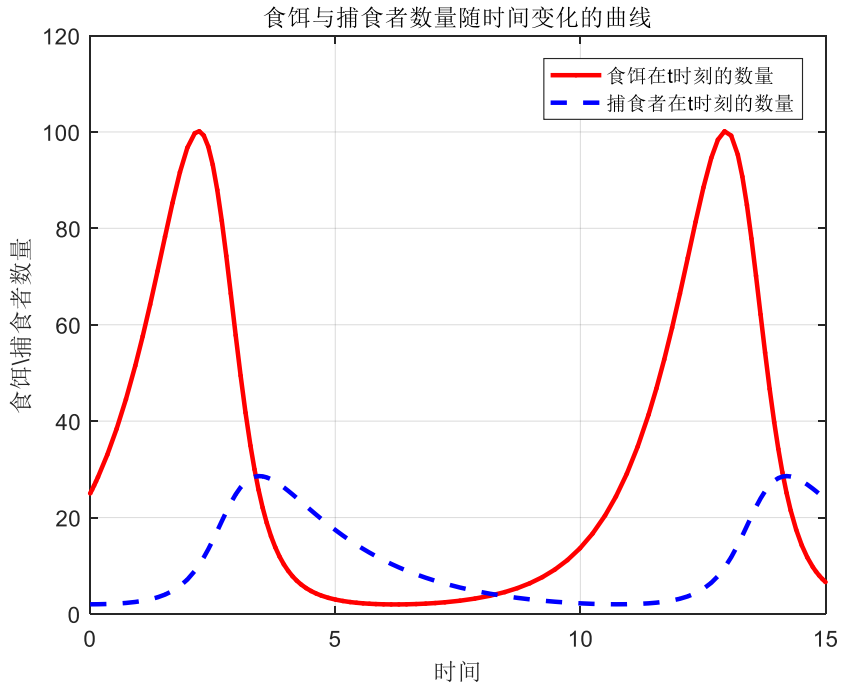
该模型反映了在没有人工捕获的自然环境中食饵与捕食者之间的制约关系，没有考虑食饵和捕食者自身的阻滞作用，是Volterra提出的最简单的模型。

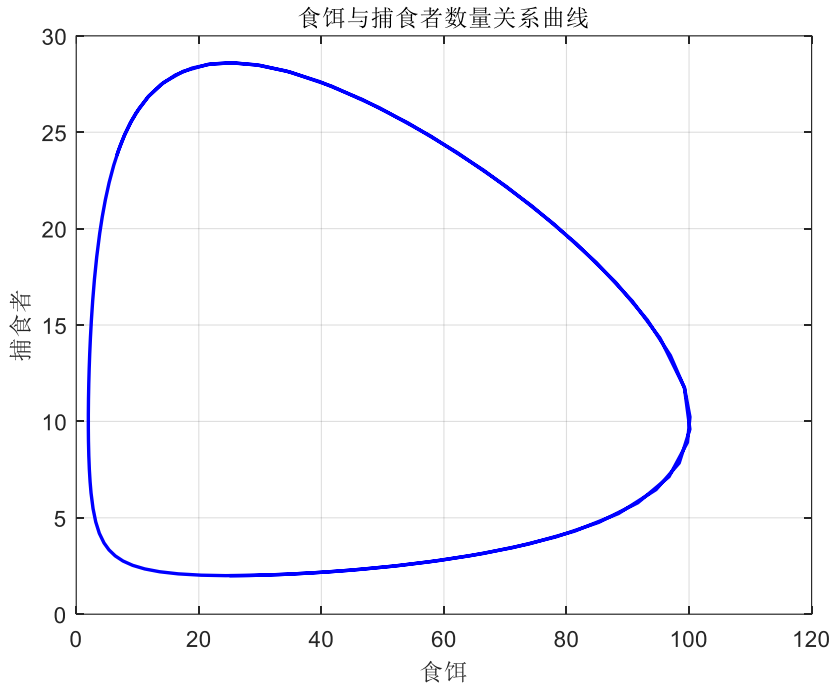
设食饵和捕食者的初始数量分别为 $x_1(0) = x_{10}$，$x_2(0) = x_{20}$，对于数据 $r_1 = 1$，$\lambda_1 = 0.1$，$r_2 = 0.5$，$\lambda_2 = 0.02$，$x_{10} = 25$，$x_{20} = 2$，t的终值经试验后确定为15，即模型为：

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = x_1(1 - 0.1x_2) \\ \dfrac{dx_2}{dt} = x_2(-0.5 + 0.02x_1) \\ x_1(0) = 25,\ x_2(0) = 2 \end{cases}$$

经典案例建模分析——地中海鲨鱼问题

```
>> fh = @(t,x)[x(1).*(1-0.1*x(2));x(2).*(-0.5+0.02*x(1))];
>> [t,X] = ode45(fh,[0,15],[25,2],odeset('RelTol',1e-4,'AbsTol',1e-6));
>> plot(t,X(:,1),'r.-',t,X(:,2),'b--','LineWidth',2)
>> grid on;  xlabel('时间'); ylabel('食饵\捕食者数量')
>> plot(X(:,1),X(:,2),'b-','LineWidth',1.5)
>> grid on; xlabel('食饵'); ylabel('捕食者')
```





对于食饵增多，则鲨鱼易于取食，所以鲨鱼数量增加；然而，由于鲨鱼数量的增多而需要食用更多的鱼饵，科数食饵的数量正在下降，则鲨鱼进入了饥饿的状态而使得鲨鱼的数量急剧下降，这时部分食饵得以存活，所以食饵数量回升；随着捕食者和被捕食者的关系，食饵与鲨鱼的数量交替增减，它们的数量进入无休止的循环，成为了生物圈中的动态平衡。

经典案例建模分析——地中海鲨鱼问题

- 考虑人工捕获：设表示捕获能力的系数为e，相当于食饵的自然增长率由r_1降为r_1-e，捕食者的死亡率由r_2增为r_2+e

$$\begin{cases}\dfrac{dx_1}{dt}=x_1[(r_1-e)-\lambda_1 x_2]\\ \dfrac{dx_2}{dt}=x_2[-(r_2+e)+\lambda_2 x_1]\end{cases}$$

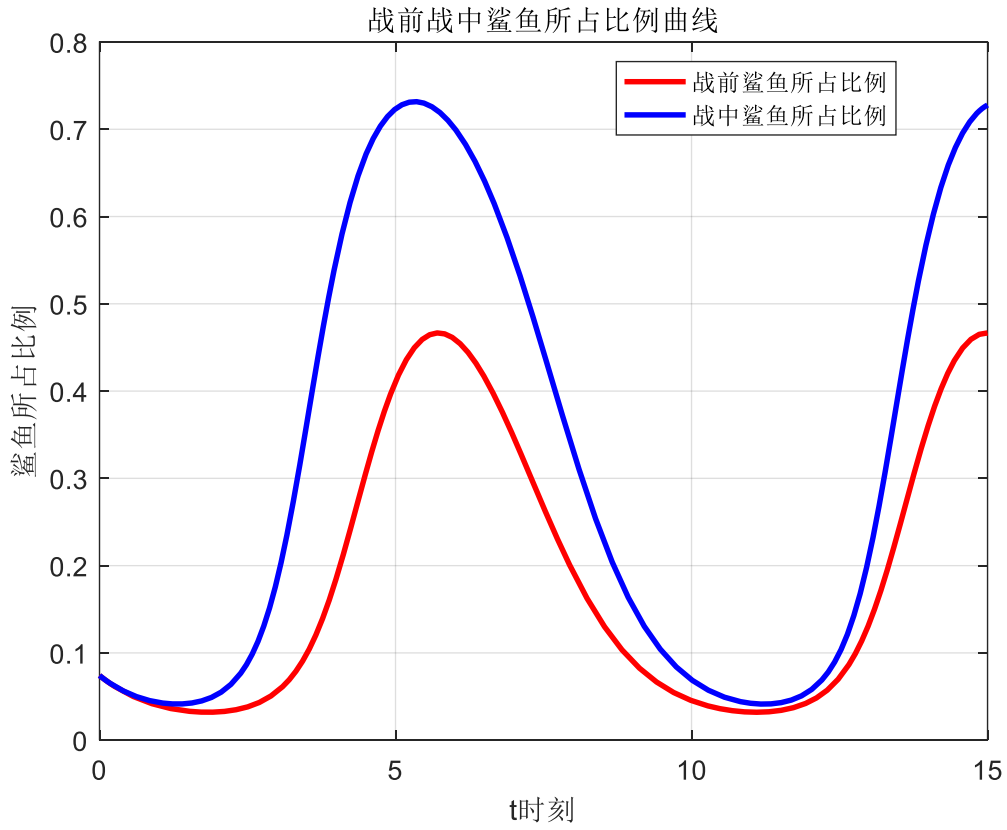
扔取 $r_1=1,\lambda_1=0.1,r_2=0.5,\lambda_2=0.02,x_1(0)=25,x_2(0)=2$

- 设战前捕获能力系数$e=0.3$，战争中降为$e=0.1$，则战前与战争中的模型分别为:

$$\begin{cases}\dfrac{dx_1}{dt}=x_1(0.7-0.1x_2)\\ \dfrac{dx_2}{dt}=x_2(-0.8+0.02x_1)\\ x_1(0)=25,x_2(0)=2\end{cases}\qquad\begin{cases}\dfrac{dx_1}{dt}=x_1(0.9-0.1x_2)\\ \dfrac{dx_2}{dt}=x_2(-0.6+0.02x_1)\\ x_1(0)=25,x_2(0)=2\end{cases}$$

经典案例建模分析——地中海鲨鱼问题

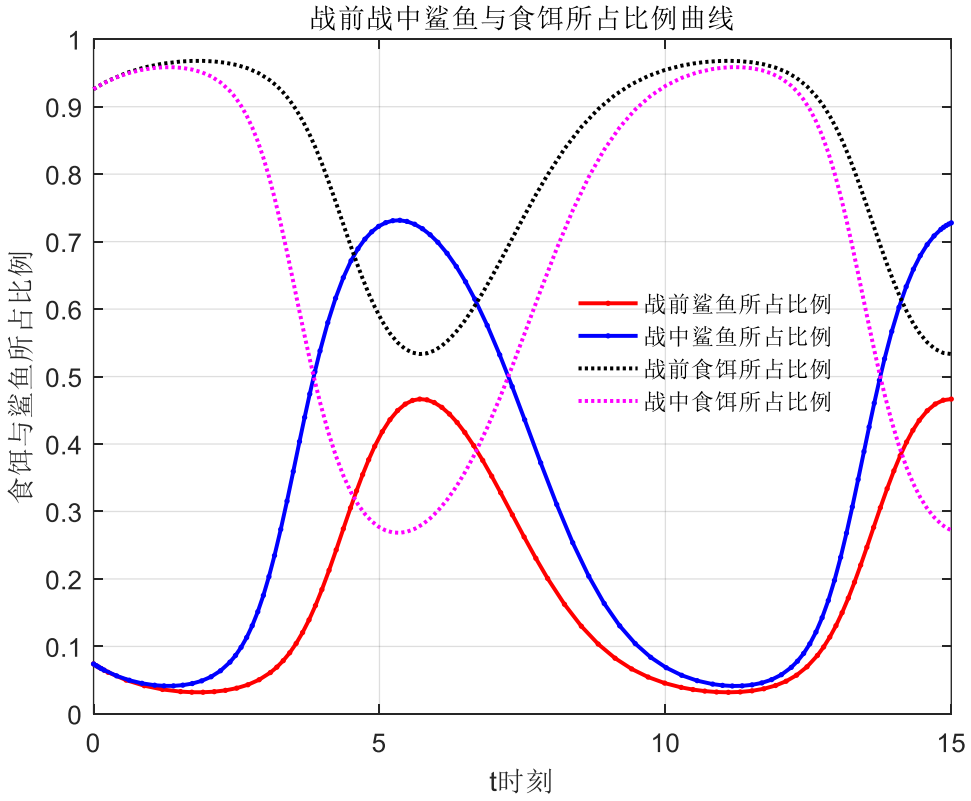
```
>> fh2 = @(t,x)[x(1).*(0.7-0.1*x(2));x(2).*(-0.8+0.02*x(1))];
>> [t2,X2] = ode45(fh2,[0,15],[25,2],odeset('RelTol',1e-4,'AbsTol',1e-6));
>> fh3 = @(t,x)[x(1).*(0.9-0.1*x(2));x(2).*(-0.6+0.02*x(1))];
>> [t3,X3] = ode45(fh3,[0,15],[25,2],odeset('RelTol',1e-4,'AbsTol',1e-6));
>> before = X2(:,2)./(X2(:,1)+X2(:,2));
>> after = X3(:,2)./(X3(:,1)+X3(:,2));
>> plot(t2,before,'r-',t3,after,'b-','LineWidth',2)
>> legend('战前鲨鱼所占比例','战中鲨鱼所占比例')
>> grid on, xlabel('t时刻'),ylabel('鲨鱼所占比例')
>> title('战前战中鲨鱼所占比例曲线')
```



可以明显得出，战争中的鲨鱼的曲线位于战争前鲨鱼曲线之上，即得出结论：战争中鲨鱼的比例比战前高！

经典案例建模分析——地中海鲨鱼问题

```
>> before1 = X2(:,1)./(X2(:,1)+X2(:,2));
>> after1 = X3(:,1)./(X3(:,1)+X3(:,2));
>> hold on
>> plot(t2,before1,'k:',t3,after1,'m:','LineWidth',1.5)
>> grid on, xlabel('t时刻'),ylabel('食饵与鲨鱼所占比例')
>> legend('战前鲨鱼所占比例','战中鲨鱼所占比例','战前食饵所占比例','战中食饵所占比例')
>> title('战前战中鲨鱼与食饵所占比例曲线')
>> legend('boxoff')
```



可以明显得出，战争中的食饵的曲线位于战争前食饵曲线之下，因为战争中，人工捕获下降，鲨鱼的比例比战前高，故导致食饵比例下降！


01
IDEA
02
LEARNING
03
CREATIVE
INSPIRATION
EDUCATION
BUSINESS
PHOTO BOOK

感谢聆听