



信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

第3章 数据拟合与数据插值



讲授人：牛言涛



日期：2020年2月21日

目录

CONTENTS



多项式的表示与运算



数据拟合



一维数据插值



高维数据插值



3.3 一维数据插值

- 插值最早来源于天体计算——由若干观测值（即节点）计算任意时刻星球的位置（即插值点和插值）——的需要。
- 这就是说，我们只知道的一张观测数据表：

x_i	x_1	x_2	...	x_n
$f(x_i)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$...	$f(x_n)$

而不知道函数在其他点 x 上的取值，这时只能用一个经验函数 $y = g(x)$ 对真实函数 $y = f(x)$ 作近似。

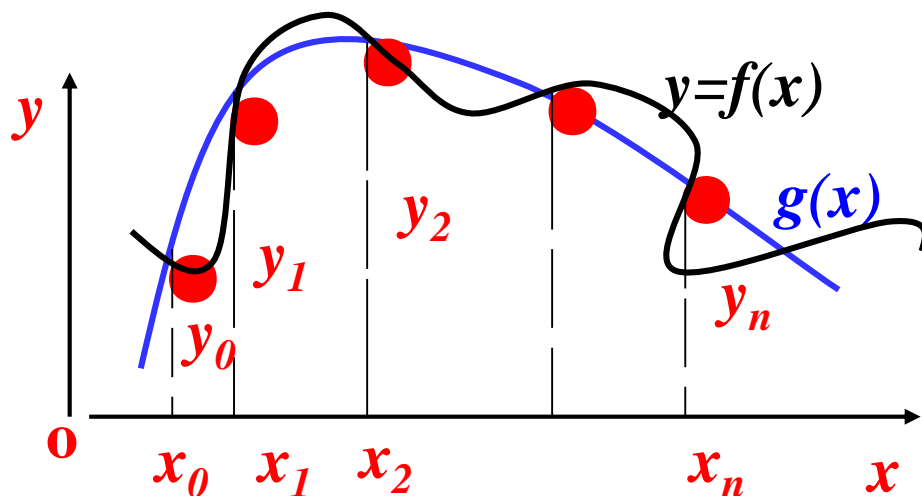
3.3 一维数据插值

➤ 已经测得在某处海洋不同深度处的水温如下：

深度 (M) 466 741 950 1422 1634

水温 ($^{\circ}\text{C}$) 7.04 4.28 3.40 2.54 2.13

根据这些数据，希望合理地估计出其它深度（如500米，600米，1000米...）处的水温？



由已知数据推断未知数据

3.3 一维数据插值

- 一维插值在曲线拟合和数据分析中具有重要的地位。在 MATLAB 中，一维插值由函数 `interp1` 实现。该函数的调用格式为

$y_i = \text{interp1}(x, y, x_i, \text{method})$

- ✓ x y : 数据 x 坐标 y 坐标
- ✓ x_i : 待插值的位置
- ✓ `method`: 采用的插值方法
- ✓ 该语句返回函数在点 x_i 处的插值结果。

参数	对应方法
'nearest'	最近邻插值
'linear'	线性插值
'spline'	三次样条插值
'pchip'	分段三次Hermite插值
'cubic'	立方插值，同'pchip'

- MATLAB 中一维插值主要有：
 - ✓ 分段线性插值、拉格朗日(Lagrange)多项式插值、牛顿(Newton)插值、Hermite插值、最近邻插值、三次样条插值和B样条插值、快速傅立叶变换 (FFT) 插值等。

3.3 一维数据插值

函数名	调用格式	功能及参数说明
spline	yy = spline(x,Y,xx) pp = spline(x,Y)	三次样条插值函数，yy给出插值，pp则是插值多项式系数矩阵
csape	pp = csape(x,y,conds, valconds)	指定边界条件的三次样条插值：'complete' (给定边界一阶导数)或'clamped'、 'not-a-knot'、'periodic'、'second'(给定边界二阶导数)、'variational'
csapi	values = csapi(x,y,xx)	非扭结边界条件插值，非扭结条件，不用给边界值.
spapi	sp = spapi(k,x,y)	B样条插值，k为B样条阶次，一般选择4和5
csaps	pp = csaps(x,y,p) values = csaps(x,y,p,xx)	三次光滑样条插值，p表示光滑程度，取值[0,1]
spaps	sp = spaps(x,y,tol) [sp,values] = spaps(x,y,tol)	光滑B样条插值
spap2	sp = spap2(knots,k,x,y)	最小二乘B样条近似
cscvn	curve = cscvn(points)	具有自然边界条件(边界二阶导数为0)或周期边界条件(不用给边界值)的三次样条插值

fnval样条函数求值
fnplt(pp)绘制图形

3.3 一维数据插值

➤ 例：以 $\sin(x)$ 为例，一维插值函数插值方法对比。

```
x=0:10; y=sin(x); xi=0:1:10; %xi表示插值点
```

```
strmod={'nearest','linear','spline','cubic'}; % 将插值方法定义为单元数组
```

```
strlb={'(a) method=nearest', '(b) method=linear', '(c) method=spline', '(d) method=cubic'}; % 将X轴标识为单元数组
```

```
for i=1:4
```

```
    yi=interp1(x,y,xi,strmod{i}); %一维插值
```

```
    subplot(2,2,i); %生成子图
```

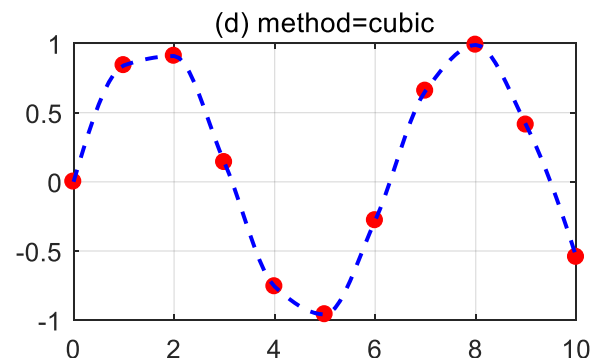
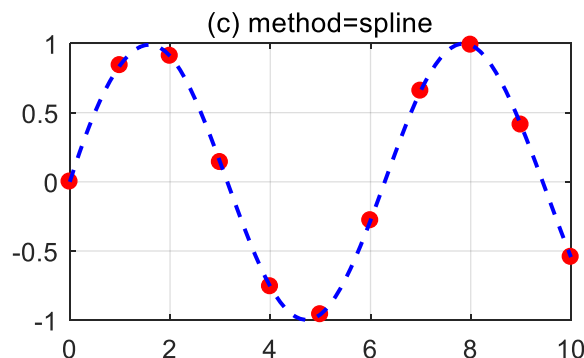
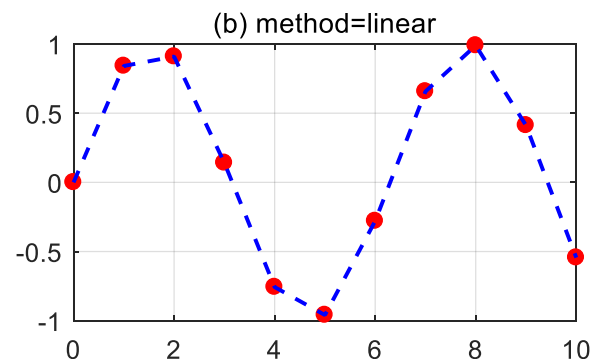
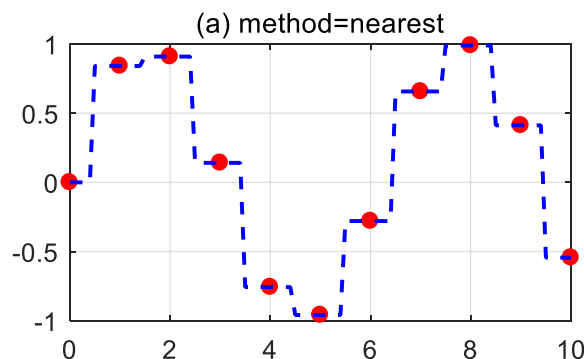
```
    plot(x,y,'ro','MarkerFaceColor','r');
```

```
    hold on; grid on
```

```
    plot(xi,yi,'b--','LineWidth',1.5)
```

```
    title(strlb(i)) %对每个子图添加标题
```

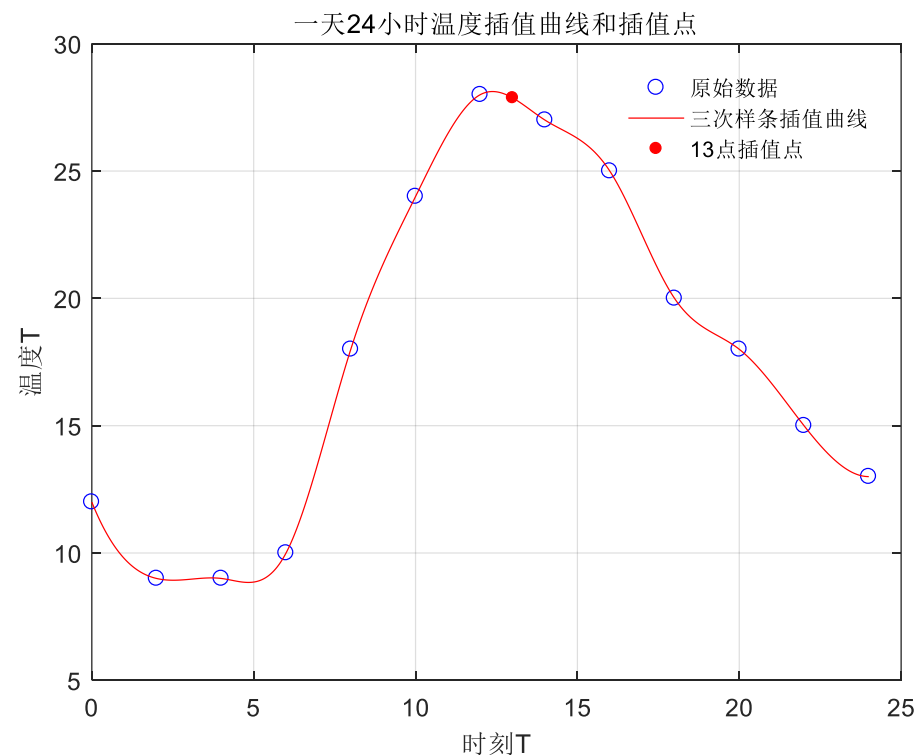
```
end
```



案例：环境温度数据插值

例：在一天24小时内，从零点开始每间隔2小时测得的环境温度数据分别为12, 9, 9, 10, 18, 24, 28, 27, 25, 20, 18, 15, 13, 推测中午13点时的温度.

```
>> x = 0:2:24;  
>> y = [12 9 9 10 18 24 28 27 25 20 18 15 13];  
>> xi = 0:24/1440:24;  
>> yi = interp1(x,y,xi,'spline');  
>> plot(x,y,'bo',xi,yi,'r-')  
>> x0 = 13;  
>> y0 = interp1(x,y,x0,'spline')  
y0 =  
    27.8725  
>> hold on; grid on  
>> plot(x0,y0,'r.','MarkerSize',15)  
>> legend('原始数据','三次样条插值曲线','13点插值点')  
>> legend('boxoff')
```

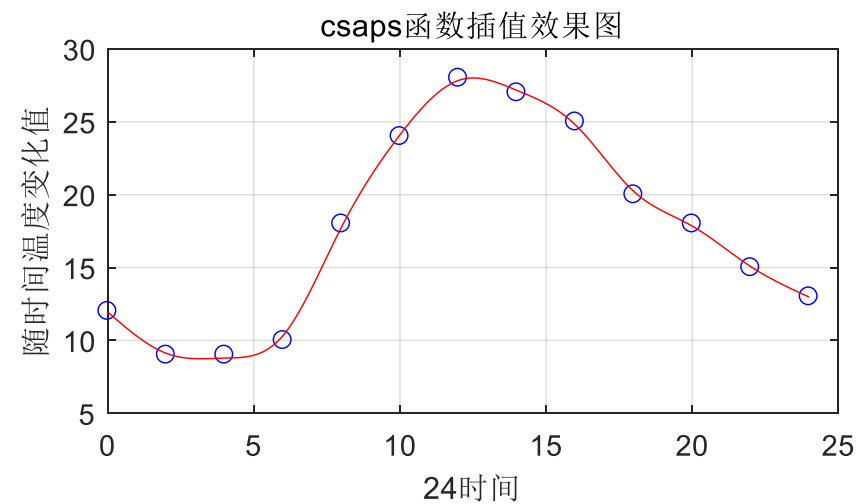
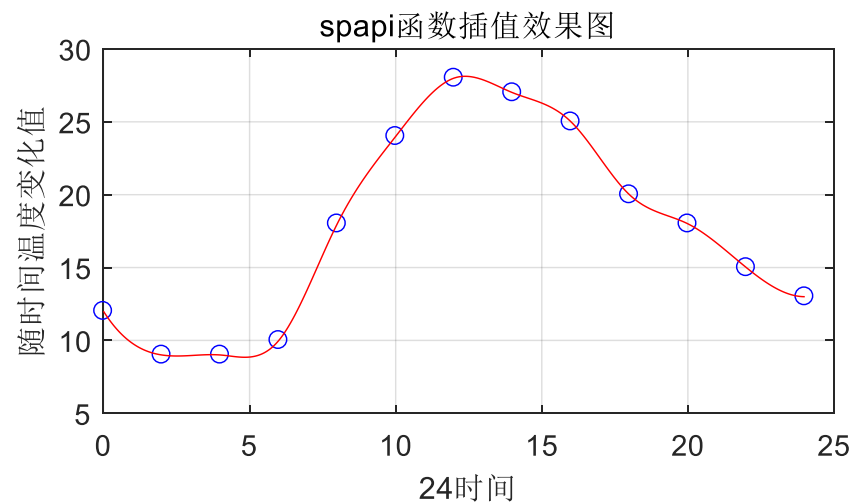
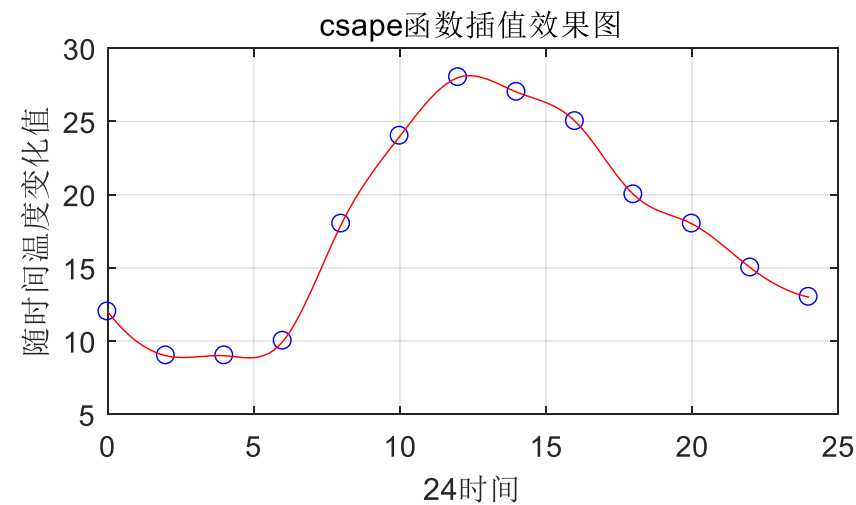
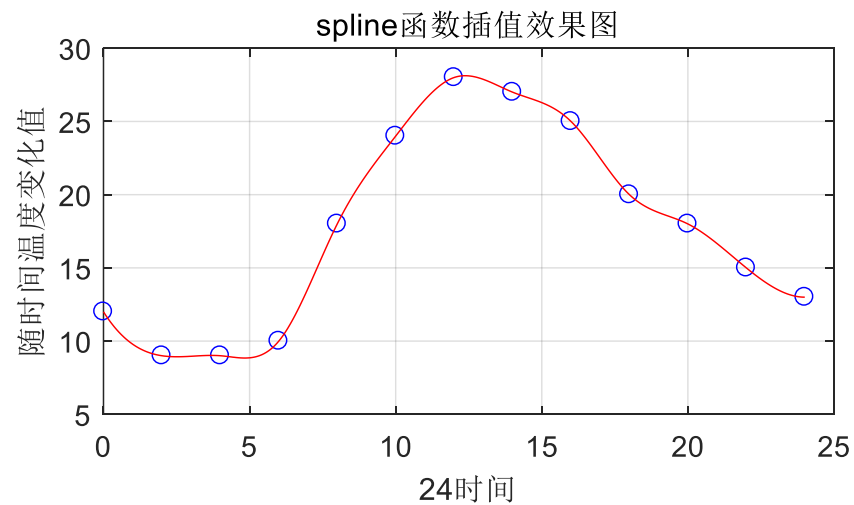


案例：环境温度数据插值

```
x = 0:2:24;  
y = [12 9 9 10 18 24 28 27 25 20 18 15 13];  
x = 0:2:24;  
xi = 0:24/1440:24;  
yisp = spline(x,y,xi);  
subplot(2,2,1)  
plot(x,y,'bo',xi,yisp,'r-')  
title('spline函数插值效果图')  
xlabel('24时间'); ylabel('随时间温度变化值')  
grid on  
subplot(2,2,2)  
pcs = csape(x,y,'complete') %查看三次样条插值系数矩阵  
yca = fnval(pcs,xi); %求插值  
plot(x,y,'bo',xi,yca,'r-')  
title('csape函数插值效果图')  
xlabel('24时间'); ylabel('随时间温度变化值')
```

```
grid on  
subplot(2,2,3)  
%B样条插值，k为B样条阶次，一般选择4和5  
psp = spapi(4,x,y);  
yspa = fnval(psp,xi);  
plot(x,y,'bo',xi,yspa,'r-')  
grid on  
xlabel('24时间'); ylabel('随时间温度变化值')  
title('spapi函数插值效果图')  
subplot(2,2,4)  
%三次光滑样条插值，p表示光滑程度，取值[0,1]  
ycsa = csaps(x,y,0.9,xi);  
plot(x,y,'bo',xi,ycsa,'r-')  
title('csaps函数插值效果图')  
xlabel('24时间'); ylabel('随时间温度变化值')  
grid on
```

案例：环境温度数据插值



案例：轮船甲板面积

- 例：轮船的甲板成近似半椭圆面形，为了得到甲板的面积，首先测得横向最大相间为8.534米，然后等间距地测得纵向高度，自左向右分别为：0.914, 5.060, 7.772, 8.717, 9.083, 9.144, 9.083, 8.992, 8.687, 7.376, 2.073。计算甲板的面积。
- 解：横向最大相间为8.534米，然后等间距地测得纵向高度，共有11个值，所以应该是把8.534米分成12分，对应的值为纵向高度；以左边零点位坐标原点，建立坐标系。分别用线性、三次样条插值得到图形，再用数值积分可求面积。

案例：轮船甲板面积

```
x=linspace(0,8.534,13);
```

```
y=[0 0.914 5.060 7.772 8.717 9.083 9.144 9.083 8.992 8.687 7.376 2.073 0];
```

```
x0=0:0.001:8.534; %插值点
```

```
y1 = interp1(x,y,x0,'linear'); %线性插值
```

```
y2 = interp1(x,y,x0,'spline'); %三次样条插值
```

```
plot(x,y,'b.','Markersize',15); hold on
```

```
plot(x0,y1,'r--',x0,y2,'g-');
```

```
S1=trapz(y1)*0.001 %线性插值数值积分
```

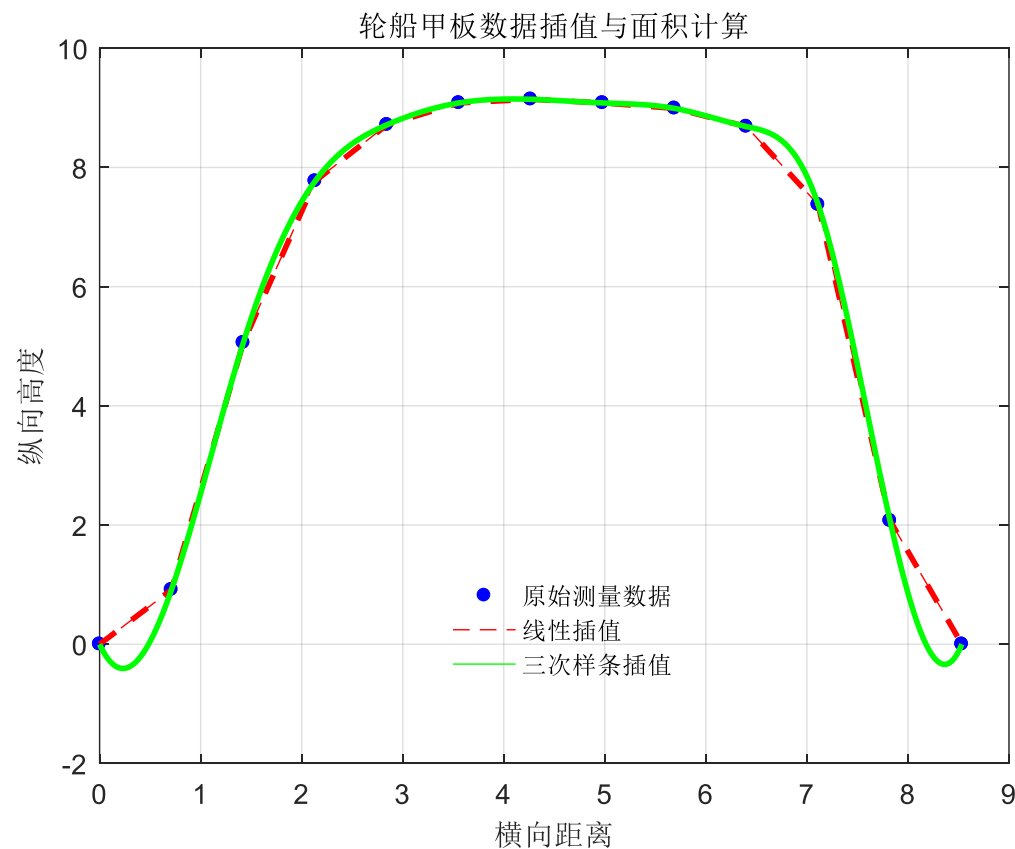
```
S1 =
```

```
54.6894
```

```
S2=trapz(y2)*0.001 %三次样条插值数值积分
```

```
S2 =
```

```
54.3627
```



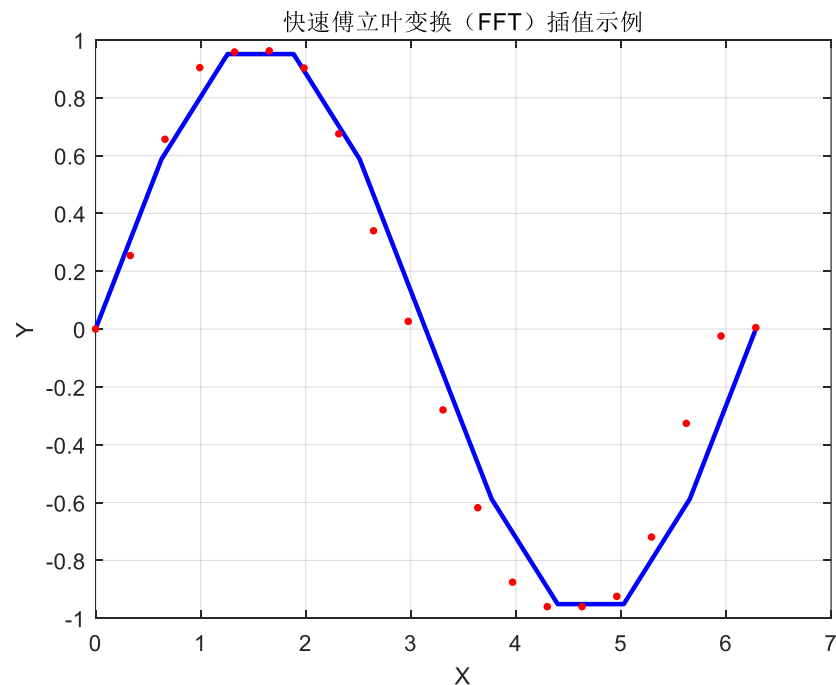
2、快速傅立叶变换（FFT）插值

- 函数 `interpft` 用于完成基于快速傅立叶变换的插值。这种方法将输入的数据视为周期函数的采样数据，对数据进行傅立叶变换，然后对更多的点进行傅立叶逆变换。

$$y = \text{interpft}(x, n)$$

- x : 周期函数的均匀采样数据, n 为待返回的数据个数。

```
>> x = 0:pi/5:2*pi;  
>> y = sin(x);  
>> plot(x,y,'b-','LineWidth',2);  
>> hold on  
>> y1 = interpft(y, 20);  
>> x1=linspace(0, 2*pi, 20);  
>> plot(x1,y1,'r.','MarkerSize',10);  
>> grid on
```



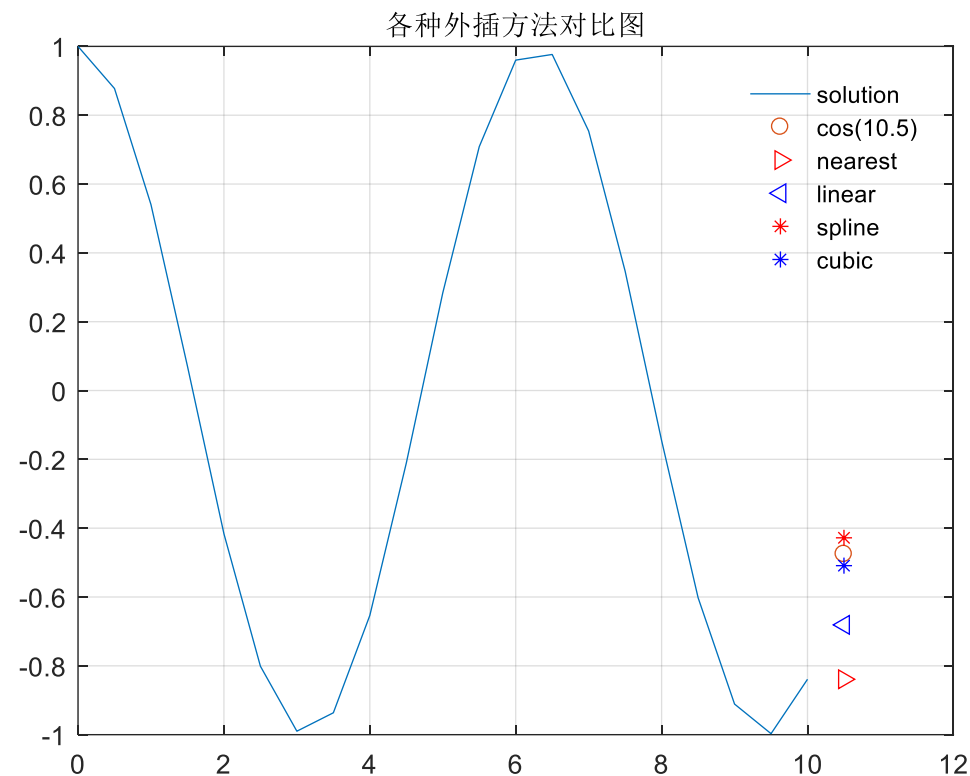
3、外插估值

- interp1插值的局限性：首先，人们不能要求有独立变量范围以外的结果。例如：interp1(hours, temps, 13.5)导致一个错误，因为hours在1到12之间变化，matlab不报错误，但是计算的结果为NAN。因此需要介绍外插值。
- 外插值：当插值点落在已知数据集的外部，就需要对该点进行插值估算。
- 函数使用：通过interp1函数添加extrap参数，指明所用的插值算法也用于外插运算。也可以直接对数据集外的函数点赋值为Extraval,一般赋值为NaN或者0.

3、外插估值

% $\cos(10.5)$ 外插值计算, x 的区间 $[0,10]$;利用函数interp1计算10.5的函数值。

```
>> x=0:0.5:10;  
>> y=cos(x);  
>> x1=10.5;  
>> y1=cos(x1);  
>> y2=interp1(x,y,x1,'nearest','extrap');  
>> y3=interp1(x,y,x1,'linear','extrap');  
>> y4=interp1(x,y,x1,'spline','extrap');  
>> y5=interp1(x,y,x1,'cubic','extrap');  
>> plot(x,y,x1,y1,'o',x1,y2,'>r',x1,y3,'b<',x1,y4,'r*',x1,y5,'b*');  
>> legend('solution','cos(10.5)','nearest','linear','spline','cubic');  
>> grid on  
>> title('各种外插方法对比图')  
>> legend('boxoff')
```





感谢聆听
