



信阳师范学院  
数学与统计学院  
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

# 第5章 微分方程(组)数值解



讲授人：牛言涛



日期：2020年3月3日

# 目录

## CONTENTS

- A ✓ 显示微分方程
- B ✓ 完全隐式微分方程
- C ✓ 代数微分方程
- D ✓ 延迟\时滞微分方程
- E ✓ 微分方程边值问题



## 5.2 完全隐式常微分方程

- 完全隐式常微分方程的形式为： $f(t, y, y') = 0$ 。
- 用法为： $[t, y] = \text{ode15i}(\text{odefun}, \text{tspan}, y0, yp0, \text{options})$ 
  - $\text{odefun}$ : 为待求解方程
  - $\text{tspan}$ : 用于指定积分区间
  - $y0$  和  $yp0$ : 分别用于指定初值  $y(t_0)$  和  $y'(t_0)$ , 这两个初值必须一致, 即满足  $f(t0, y0, yp0) = 0$ 。
  - $\text{options}$ : 可选参数, 用于指定积分方法。

$[y0_{\text{mod}}, yp0_{\text{mod}}] = \text{decic}(\text{odefun}, t0, y0, \text{fixed\_}y0, yp0, \text{fixed\_}yp0)$ : 为  $\text{ode15i}$  计算一致的初始条件。给定  $y0$ , 则  $\text{fixed\_}y0$  取 1, 否则为 0, 给定  $yp0$ , 则  $\text{fixed\_}yp0$  取 1, 否则取 0。

## 5.2 完全隐式常微分方程

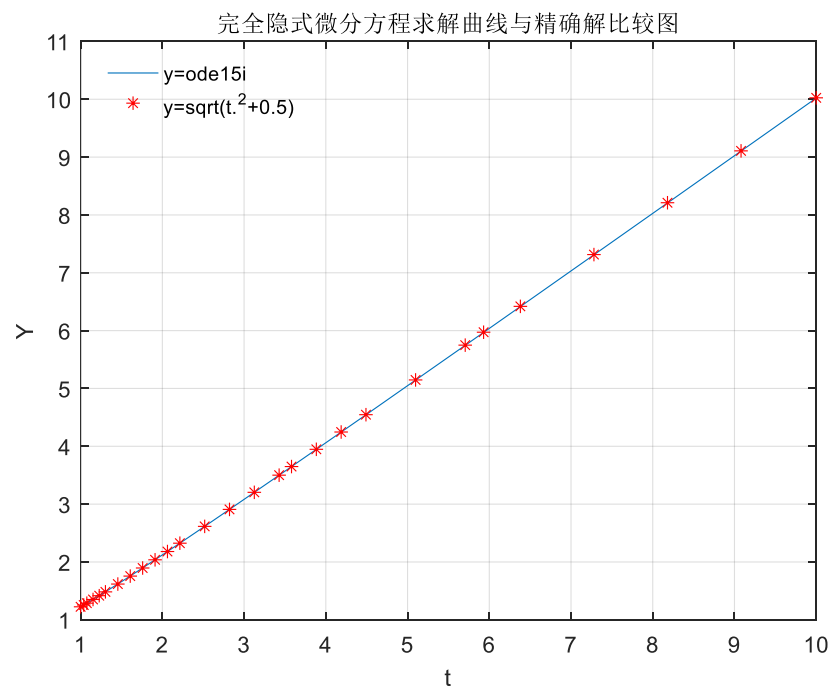
- 例6: 求解 
$$\begin{cases} ty^2(y')^3 - y^3(y')^2 + t(t^2 + 1)y' - t^2y = 0 \\ y(1) = \sqrt{3/2} \longrightarrow y'(1) = ? \end{cases}$$

```
function dy = weissinger(t,y,yp)
    dy = t*y^2 * yp^3 - y^3 * yp^2 + t*(t^2 + 1)*yp - t^2 * y;
end
```

```
t0=1; y0=sqrt(3/2); ypo=0;
[y0,yp0]=decic(@weissinger,t0,y0,1,ypo,0)
%求得y0 =1.2247    ypo =0.8165
[t,y]=ode15i(@weissinger,[1,10],y0,yp0);
plot(t,y); hold on;
plot(t,sqrt(t.^2+0.5),'r*'); %绘制精确解散点
legend('y=ode15i','y=sqrt(t.^2+0.5)')
```

求解特定值解

```
xd = deval(sol,[5,6,7,8,9])
```



`[y0mod,yp0mod] = decic(odefun,t0,y0,fixed_y0,yp0,fixed_yp0)`: 给定y0, 则fixed\_y0取1, 否则为0, 给定yp0, 则fixed\_yp0取1, 否则取0。

## 5.2 完全隐式常微分方程

- 例7：求下列隐式微分方程组的解：

$$\begin{cases} x'' \sin(y') + (y'')^2 = -2xy + xx''y' \\ xx''y'' + \cos(y'') = 3x'y \end{cases} \quad \text{初值条件: } x(0) = 1, x'(0) = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$$

令  $y_1(t) = x(t), y_2(t) = x'(t), y_3(t) = y(t), y_4(t) = y'(t)$

$$\begin{cases} y_1' = y_2 \\ y_2' \sin y_4 + (y_4')^2 = -2y_1y_3 + y_1y_2'y_4 \\ y_3' = y_4 \\ y_1y_2'y_4' + \cos(y_4') = 3y_2y_3 \end{cases}$$

```
function dydt = iodefun(t,y,dy)
dydt = zeros(4,1);
dydt = [dy(1)-y(2);
        dy(2)*sin(y(4))+dy(4)^2 + 2*y(1)*y(3)-y(1)*dy(2)*y(4);
        dy(3)-y(4);
        y(1)*dy(2)*dy(4)+cos(dy(4))-3*y(2)*y(3)];
end
```

## 5.2 完全隐式常微分方程

```
t0 = 0; %自变量的初值
```

```
y0 = [1;0;0;1]; %初值y0
```

%fix\_y0表明初值y0的值哪些不能改变。1表示对应位置初值不能改变，0为可以改变

```
fix_y0 = ones(4,1); %本例中y0的值都给出了，因此都不能改变，所有fix_y0全为1
```

```
dy0 = [0 3 1 0]'; %猜测一下dy0的初值，可通过微分方程组猜测;
```

```
fix_dy0 = zeros(4,1); %dy0的初值是猜测的，可以都改变，因此fix_dy0 全部为0
```

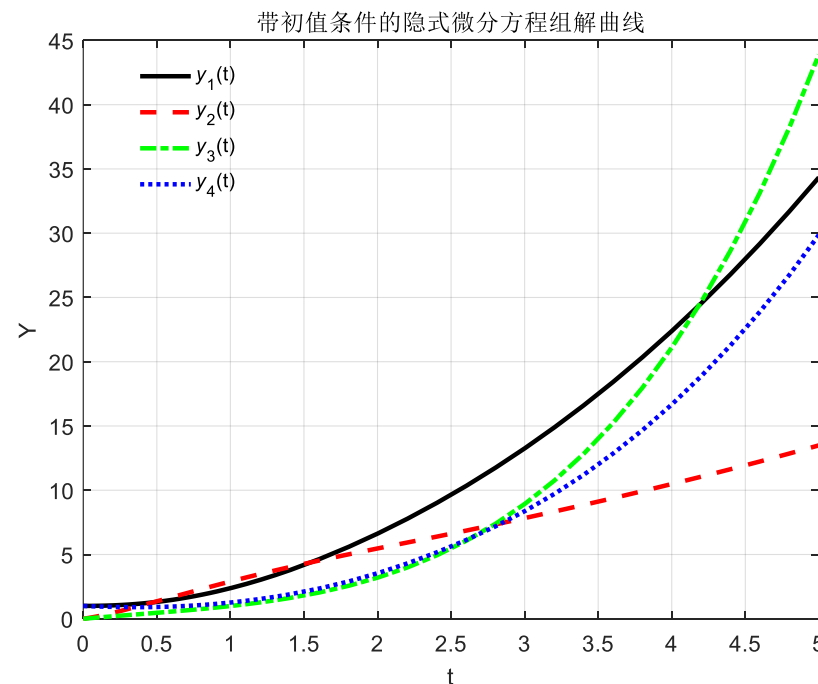
```
[y02,dy02] = decic(@iodefun,t0,y0,fix_y0,dy0,fix_dy0); %调用decic函数来决定
```

%求解微分方程

```
[t y] = ode15i(@iodefun,[0 5],y02,dy02); %y02和dy02是由decic输出参数
```

```
plot(t,y(:,1),'k-',t,y(:,2),'r--', t,y(:,3),'g-.',t,y(:,4),'b:','linewidth',2);
```

```
legend({'\ity}_1(t)','\ity}_2(t)','\ity}_3(t)','\ity}_4(t)','Location','best');
```





---

# 感谢聆听

---