



信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

第3章 数据拟合与数据插值



讲授人：牛言涛



日期：2020年2月20日

目录

CONTENTS



多项式的表示与运算



数据拟合



一维数据插值



高维数据插值



- 多项式在数学中有着极为重要的作用，同时多项式的运算也是工程和应用中经常遇到的问题。
- MATLAB 提供了一些专门用于处理多项式的函数，用户可以应用这些函数对多项式进行操作。
- MATLAB 中对多项式的操作函数如下表：

函数	功能	函数	功能
conv	多项式的乘法运算	polyvalm	矩阵多项式求值
deconv	多项式的除法运算	polyder	多项式求导
roots	多项式求根	poly	求矩阵的特征多项式；或者求一个多项式，其根为指定的数值
poly2sym	将系数向量表示为多项式的手写形式	polyfit	多项式曲线拟合
polyval	多项式求值	residue	计算展开的两个多项式之比的 部分分式展开 的留数、极点和直项

1. 多项式的表示方式

- 在 MATLAB 中多项式用一个行向量表示，向量中的元素为该多项式的系数，按照降序排列。
- 如多项式 $9x^3 + 7x^2 + 4x + 3$ 可以表示为向量 $p=[9 \ 7 \ 4 \ 3]$ 。用户可以创建向量的方式创建多项式，再将其显示为多项式。

```
>> P = [9 7 4 3];           %多项式的表示
>> y = poly2sym(P)          %把多项式系数转换成手写形式
y =
9*x^3 + 7*x^2 + 4*x + 3
>> Q = [9 7 0 0 4 3 0 0]    %多项式表示，0表示系数为零，幂次从高到低
Q =
     9     7     0     0     4     3     0     0
>> y2 = poly2sym(Q)         %把多项式系数转换成手写形式
y2 =
9*x^7 + 7*x^6 + 4*x^3 + 3*x^2
```

2. 多项式的四则运算

- 由于多项式是利用向量来表示，多项式的四则运算可以转化为向量的运算。
- 多项式的加减：对应项系数的加减，可通过向量的加减来实现。但是在向量的加减中两个向量需要有相同的长度，因此在进行多项式加减时，需要将短的向量前面补 0。
- 多项式的乘法：实际上是多项式系数向量之间的卷积运算，可以通过 MATLAB 中的卷积函数 conv来完成。
- 多项式的除法：乘法的逆运算，可以通过反卷积函数 deconv来实现。

2. 多项式的四则运算

例：设 $f(x) = 3x^5 - 5x^4 + 2x^3 - 7x^2 + 5x + 6$, $g(x) = 3x^2 + 5x - 3$

(1) 求 $f(x) + g(x)$ 和 $f(x) - g(x)$

(2) 求 $f(x)g(x)$ 和 $f(x)/g(x)$

```
>> f = [3, -5, 2, -7, 5, 6]; %多项式的系数表示方法
>> g = [3, 5, -3]; %多项式的系数表示方法
>> g1 = [0, 0, 0, g]; %进行加减法，需要补零，使得最高幂次相等
>> ps = poly2sym(f + g1) %加法运算，并把系数数组转换为符号多项式
ps =
3*x^5 - 5*x^4 + 2*x^3 - 4*x^2 + 10*x + 3
>> ps2 = poly2sym(f - g1) %减法运算，并把系数数组转换为符号多项式
ps2 =
3*x^5 - 5*x^4 + 2*x^3 - 10*x^2 + 9
>> psm = poly2sym(conv(f, g1)) %乘法运算，并把系数数组转换为符号多项式
psm =
9*x^7 - 28*x^5 + 4*x^4 - 26*x^3 + 64*x^2 + 15*x - 18
```

```
>> [Q,r] = deconv(f, g) %计算除法，商赋值给Q，余式给r
Q =
1.0000 -3.3333 7.2222 -17.7037
r =
0 0 0 0 115.1852 -47.1111
>> Qs = poly2sym(Q)
Qs =
x^3 - (10*x^2)/3 + (65*x)/9 - 478/27
>> rs = poly2sym(r)
rs =
(3110*x)/27 - 424/9
```

3. roots、poly和polyval函数

roots 函数和 poly 函数

非线性方程求根：fzero、fminbnd函数

- 这两个函数为**功能互逆**的两个函数。
- roots 函数用于求解多项式的根。该函数的输入参数为多项式的系数组成的行向量，返回值为由多项式的根组成的列向量。
- poly 函数用于生成根为指定数值的多项式。

polyval 函数

- polyval 函数用于多项式求值。对于给定的多项式，利用该函数可以计算该多项式在**任意点的值**。

3. roots、poly和polyval函数

例：已知 $f(x) = 3x^5 + 4x^3 - 5x^2 - 7.2x + 5$

- (1) 计算 $f(x) = 0$ 的全部根。
- (2) 由方程 $f(x) = 0$ 的根构造一个多项式 $g(x)$ ，并与 $f(x)$ 进行对比。
- (3) 计算 $f(5)$, $f(7.8)$, $f(9.6)$, $f(12.3)$ 的值。

```
>> P = [3, 0, 4, -5, -7.2, 5]; %多项式的系数
>> X = roots(P) %计算f(x) = 0的全部根
X =
    -0.3046 + 1.6217i
    -0.3046 - 1.6217i
    -1.0066 + 0.0000i
     1.0190 + 0.0000i
     0.5967 + 0.0000i
>> G = poly(X) %由方程f(x) = 0的全部根构造一个多项式
G =
    1.0000    -0.0000     1.3333    -1.6667    -2.4000     1.6667
```

```
>> Yx = poly2sym(3*G) %构造的多项式g(x)与f(x)的系数完全相同
Yx =
3*x^5 - (3*x^4)/562949953421312 + 4*x^3 - 5*x^2 - (36*x)/5 + 5
>> X0 = [5, 7.8, 9.6, 12.3]; %给出指定点的值
>> Y0 = polyval(P, X0) %计算指定点的函数值
Y0 =
    1.0e+05 *
    0.0972    0.8816    2.4763    8.5120
```


4. poly函数与polyvalm函数

- $p = \text{poly}(A)$: 若 A 为 $n \times n$ 的矩阵, 则返回值 P 将是一个含有 $n+1$ 个元素的行向量, 也就是该矩阵特征多项式的系数。
- $\text{polyvalm}(P, A)$: 其中 P 为多项式行向量表示, A 为指定矩阵。

```
>> A=[1 2 3;4 5 6;7 8 0]; %矩阵
>> p = poly(A) %求矩阵的特征多项式
p =
    1.0000   -6.0000  -72.0000  -27.0000
>> Yx = poly2sym(p) %转化为手写形式
Yx =
x^3 - 6*x^2 - 72*x - 27
>> rt = roots(p) %求矩阵特征多项式的根
rt =
    12.1229
    -5.7345
    -0.3884
>> D = eig(A) %求矩阵的特征值
D =
    12.1229
    -0.3884
    -5.7345
```

```
>> P=[1 2 3]; %多项式为x^2+2*x+3
>> A=[1 2;3 4] %定义一个二维矩阵
A =
     1     2
     3     4
>> Y_val = polyvalm(P,A) %求结果
Y_val =
    12    14
    21    33
>> E = eye(2);
>> B = A^2+2*A+3*E
B =
    12    14
    21    33
```

相当于把 A 这个二维矩阵直接替换变量 x , 即求 $A^2 + 2 * A + 3 * E$ 这个矩阵多项式。

5. polyder 和polyint函数

- polyder 函数：用于多项式求导。该函数可以用于求解一个多项式的导数、两个多项式乘积的导数和两个多项式商的导数。该函数的用法为：
 - $q = \text{polyder}(p)$ ：该命令计算多项式 p 的导数。
 - $c = \text{polyder}(a,b)$ ：该命令实现多项式 a 、 b 的积的导数。
 - $[q,d] = \text{polyder}(a,b)$ ：该命令实现多项式 a 、 b 的商的导数， q/d 为最后的结果。
- polyint(p)：返回多项式系数 p 的积分。

5. polyder 和polyint函数

- 例：计算多项式 $3x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 6x + 10$ 的微分与积分。
- 例：已知函数 $y_1 = x^2 + 2x + 1$ 和 $y_2 = x - 1$ ，分别求 y_1 和 y_2 乘积和商导数。

```
>> P = [3 -5 2 -6 10];  
>> dp = poly2sym(polyder(P)) %求多项式的微分  
dp =  
12*x^3 - 15*x^2 + 4*x - 6  
>> ip = poly2sym(polyint(P)) %求多项式的积分  
ip =  
(3*x^5)/5 - (5*x^4)/4 + (2*x^3)/3 - 3*x^2 + 10*x
```

```
>> y1 = [1 2 1]; y2 = [1, -1];  
>> md = poly2sym(polyder(y1, y2)) %求a和b的乘积的导数  
md =  
3*x^2 + 2*x - 1  
>> [p3, p4] = polyder(y1, y2) %求a和b的商的导数  
p3 =  
1 -2 -3  
p4 =  
1 -2 1  
>> divp = poly2sym(p3)/poly2sym(p4)  
divp =  
-(- x^2 + 2*x + 3)/(x^2 - 2*x + 1)  
>> divp = simplify(divp) %化简  
divp =  
-(- x^2 + 2*x + 3)/(x - 1)^2
```

5. polyder 和polyint函数

- 例：求有理分式 $f(x) = \frac{3x^5 + 5x^4 - 8x^2 + x - 5}{10x^{10} + 5x^9 + 6x^6 + 7x^3 - x^2 - 100}$ 的导数。

```
>> P = [3, 5, 0, -8, 1, -5];
>> Q = [10, 5, 0, 0, 6, 0, 0, 7, -1, 0, -100];
>> [p, q] = polyder(P, Q); %数据比较多，这里不显示
>> divp = simplify(poly2sym(p)/poly2sym(q)) %符号表达式显示
divp =
(- 150*x^14 - 360*x^13 - 125*x^12 + 640*x^11 + 172*x^10 + 400*x^9 + 225*x^8 + 234*x^7 - 4*x^6 + 170*x^5 - 14
>> pretty(divp) %一种常见书写形式
      14      13      12      11      10      9      8      7      6      5
(- 150 x  - 360 x  - 125 x  + 640 x  + 172 x  + 400 x  + 225 x  + 234 x  - 4 x  + 170 x
      4      3      2
- 1444 x  - 2014 x  + 106 x  + 1590 x - 100)/(10 x  + 5 x  + 6 x  + 7 x  - x  - 100)
```



感谢聆听
