信陽師範学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

第3章 数据拟合与数据插值

讲授人：牛言涛

日期：2020年2月20日

目录
CONTENTS

多项式的表示与运算

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

- 多项式在数学中有着极为重要的作用，同时多项式的运算也是工程和应用中经常遇到的问题。
- MATLAB 提供了一些专门用于处理多项式的函数，用户可以应用这些函数对多项式进行操作。
- MATLAB 中对多项式的操作函数如下表：

函数	功能	函数	功能
conv	多项式的乘法运算	polyvalm	矩阵多项式求值 把矩阵当作元素进行计算
deconv	多项式的除法运算	polyder	多项式求导
roots	多项式求根	poly	求矩阵的特征多项式； 或者求一个多项式，其根为指定的数值
poly2sym	将系数向量表示为多项式的手写形式	polyfit	多项式曲线拟合
polyval	多项式求值	residue	计算展开的两个多项式之比的 部分分式展开 的留数、极点和直项

1. 多项式的表示方式

- 在 MATLAB 中多项式用一个行向量表示，向量中的元素为该多项式的系数，按照降序排列。
- 如多项式 $9x^3+7x^2+4x+3$可以表示为向量 p=[9 7 4 3]。用户可以创建向量的方式创建多项式，再将其显示为多项式。

```
>> P = [9 7 4 3];        %多项式的表示
>> y = poly2sym(P)    %把多项式系数转换成手写形式
y =
9*x^3 + 7*x^2 + 4*x + 3
>> Q = [9 7 0 0 4 3 0 0]  %多项式表示，0表示系数为零，幂次从高到低
Q =
     9     7     0     0     4     3     0     0
>> y2 = poly2sym(Q)    %把多项式系数转换成手写形式
y2 =
9*x^7 + 7*x^6 + 4*x^3 + 3*x^2
```

2. 多项式的四则运算

- 由于多项式是利用向量来表示，多项式的四则运算可以转化为向量的运算。
- 多项式的加减：对应项系数的加减，可通过向量的加减来实现。但是在向量的加减中两个向量需要有相同的长度，因此在进行多项式加减时，需要将短的向量前面补 0。
- 多项式的乘法：实际上是多项式系数向量之间的卷积运算，可以通过 MATLAB 中的卷积函数 conv 来完成。
- 多项式的除法：乘法的逆运算，可以通过反卷积函数 deconv 来实现。

2. 多项式的四则运算

信阳师范学院 数学与统计学院

例：设 $f(x)=3x^5-5x^4+2x^3-7x^2+5x+6$， $g(x)=3x^2+5x-3$

(1) 求$f(x)+g(x)$和$f(x)-g(x)$

(2) 求$f(x)g(x)$和$f(x)/g(x)$

```
>> f = [3,-5,2,-7,5,6]; %多项式的系数表示方法
>> g = [3,5,-3];  %多项式的系数表示方法
>> g1 = [0, 0, 0, g]; %进行加减法，需要补零，使得最高幂次相等
>> ps = poly2sym(f + g1)  %加法运算，并把系数数组转换为符号多项式
ps =
3*x^5 - 5*x^4 + 2*x^3 - 4*x^2 + 10*x + 3
>> ps2 = poly2sym(f - g1)  %减法运算，并把系数数组转换为符号多项式
ps2 =
3*x^5 - 5*x^4 + 2*x^3 - 10*x^2 + 9
>> psm = poly2sym(conv(f,g1))  %乘法运算，并把系数数组转换为符号多项式
psm =
9*x^7 - 28*x^5 + 4*x^4 - 26*x^3 + 64*x^2 + 15*x - 18
```

```
>> [Q,r] = deconv(f, g)   %计算除法，商赋值给Q，余式给r
Q =
    1.0000   -3.3333    7.2222  -17.7037
r =
         0         0         0         0  115.1852  -47.1111
>> Qs = poly2sym(Q)
Qs =
x^3 - (10*x^2)/3 + (65*x)/9 - 478/27
>> rs = poly2sym(r)
rs =
(3110*x)/27 - 424/9
```

3. roots、poly和polyval函数

roots 函数和 poly 函数

非线性方程求根：fzero、fminbnd函数

- 这两个函数为功能互逆的两个函数。
- roots 函数用于求解多项式的根。该函数的输入参数为多项式的系数组成的行向量，返回值为由多项式的根组成的列向量。
- poly 函数用于生成根为指定数值的多项式。

polyval 函数

- polyval 函数用于多项式求值。对于给定的多项式，利用该函数可以计算该多项式在任意点的值。

3. roots、poly和polyval函数

例：已知 $f(x)=3x^5+4x^3-5x^2-7.2x+5$

(1) 计算$f(x)=0$的全部根。

(2) 由方程$f(x)=0$的根构造一个多项式$g(x)$，并与 $f(x)$进行对比。

(3) 计算$f(5), f(7.8), f(9.6), f(12.3)$的值。

```
>> P = [3,0,4,-5,-7.2,5];   %多项式的系数
>> X = roots(P)   %计算f(x) = 0的全部根
X =
  -0.3046 + 1.6217i
  -0.3046 - 1.6217i
  -1.0066 + 0.0000i
   1.0190 + 0.0000i
   0.5967 + 0.0000i
>> G = poly(X)   %由方程f(x) = 0的全部根构造一个多项式
G =
    1.0000   -0.0000    1.3333   -1.6667   -2.4000    1.6667
```

```
>> Yx = poly2sym(3*G)     %构造的多项式g(x)与f(x)的系数完全相同
Yx =
3*x^5 - (3*x^4)/562949953421312 + 4*x^3 - 5*x^2 - (36*x)/5 + 5
>> X0 = [5,7.8,9.6,12.3];   %给出指定点的值
>> Y0 = polyval(P,X0) %计算指定点的函数值
Y0 =
   1.0e+05 *
    0.0972    0.8816    2.4763    8.5120
```

4. poly函数与polyvalm函数

- p=poly(A)：若A为$n \times n$的矩阵，则返回值P将是一个含有n+1个元素的行向量，也就是该矩阵特征多项式的系数。
- polyvalm(P, A)：其中P为多项式行向量表示， A为指定矩阵。

```
>> A=[1 2 3;4 5 6;7 8 0];  %矩阵
>> p = poly(A)  %求矩阵的特征多项式
p =
    1.0000   -6.0000  -72.0000  -27.0000
>> Yx = poly2sym(p)  %转化为手写形式
Yx =
x^3 - 6*x^2 - 72*x - 27
>> rt = roots(p)  %求矩阵特征多项式的根
rt =
   12.1229
   -5.7345
   -0.3884
>> D = eig(A)  %求矩阵的特征值
D =
   12.1229
   -0.3884
   -5.7345
```

```
>> P=[1 2 3]; %多项式为x^2+2*x+3
>> A=[1 2;3 4] %定义一个二维矩阵
A =
     1     2
     3     4
>> Y_val = polyvalm(P,A) %求结果
Y_val =
    12    14
    21    33
>> E = eye(2);
>> B = A^2+2*A+3*E
B =
    12    14
    21    33
```

相当于把A这个二维矩阵直接替换变量x，即求 $A^2+2*A+3*E$ 这个矩阵多项式。

5. polyder 和polyint函数

- polyder 函数：用于多项式求导。该函数可以用于求解一个多项式的导数、两个多项式乘积的导数和两个多项式商的导数。该函数的用法为：
  - q = polyder(p) ：该命令计算多项式 p的导数。
  - c = polyder(a,b) ：该命令实现多项式 a、b的积的导数。
  - [q,d] = polyder(a,b)： 该命令实现多项式a、b的商的导数，q/d 为最后的结果。
- polyint(p)：返回多项式系数p的积分。

5. polyder 和polyint函数

- 例：计算多项式 $3x^4-5x^3+2x^2-6x+10$ 的微分与积分。
- 例：已知函数 $y_1=x^2+2x+1$ 和 $y_2=x-1$，分别求y_1和y_2乘积和商导数。

```
>> P = [3 -5 2 -6 10];
>> dp = poly2sym(polyder(P))   %求多项式的微分
dp =
12*x^3 - 15*x^2 + 4*x - 6
>> ip = poly2sym(polyint(P))   %求多项式的积分
ip =
(3*x^5)/5 - (5*x^4)/4 + (2*x^3)/3 - 3*x^2 + 10*x
```

```
>> y1 = [1 2 1];   y2 = [1,-1];
>> md = poly2sym(polyder(y1,y2)) %求a和b的乘积的导数
md =
3*x^2 + 2*x - 1
>> [p3,p4] = polyder(y1,y2)   %求a和b的商的导数
p3 =
     1    -2    -3
p4 =
     1    -2     1
>> divp = poly2sym(p3)/poly2sym(p4)
divp =
-(- x^2 + 2*x + 3)/(x^2 - 2*x + 1)
>> divp = simplify(divp)   %化简
divp =
-(- x^2 + 2*x + 3)/(x - 1)^2
```

5. polyder 和polyint函数

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

- 例：求有理分式 $f(x)=\dfrac{3x^5+5x^4-8x^2+x-5}{10x^{10}+5x^9+6x^6+7x^3-x^2-100}$ 的导数。

```
>> P = [3,5,0,-8,1,-5];
>> Q = [10,5,0,0,6,0,0,7,-1,0,-100];
>> [p,q] = polyder(P,Q);  %数据比较多，这里不显示
>> divp = simplify(poly2sym(p)/poly2sym(q)) %符号表达式显示
divp =
(- 150*x^14 - 360*x^13 - 125*x^12 + 640*x^11 + 172*x^10 + 400*x^9 + 225*x^8 + 234*x^7 - 4*x^6 + 170*x^5 - 14
>> pretty(divp) %一种常见书写形式
        14         13         12         11         10          9         8         7       6         5
(- 150 x   - 360 x   - 125 x   + 640 x   + 172 x   + 400 x  + 225 x  + 234 x  - 4 x  + 170 x


           4          3         2                          10       9       6       3     2        2
   - 1444 x  - 2014 x  + 106 x  + 1590 x - 100)/(10 x   + 5 x  + 6 x  + 7 x  - x  - 100)
```


EDUCATION
BUSINESS
01
IDEA
02
LEARNING
03
CREATIVE
INSPIRATION
PHOTO BOOK

感谢聆听