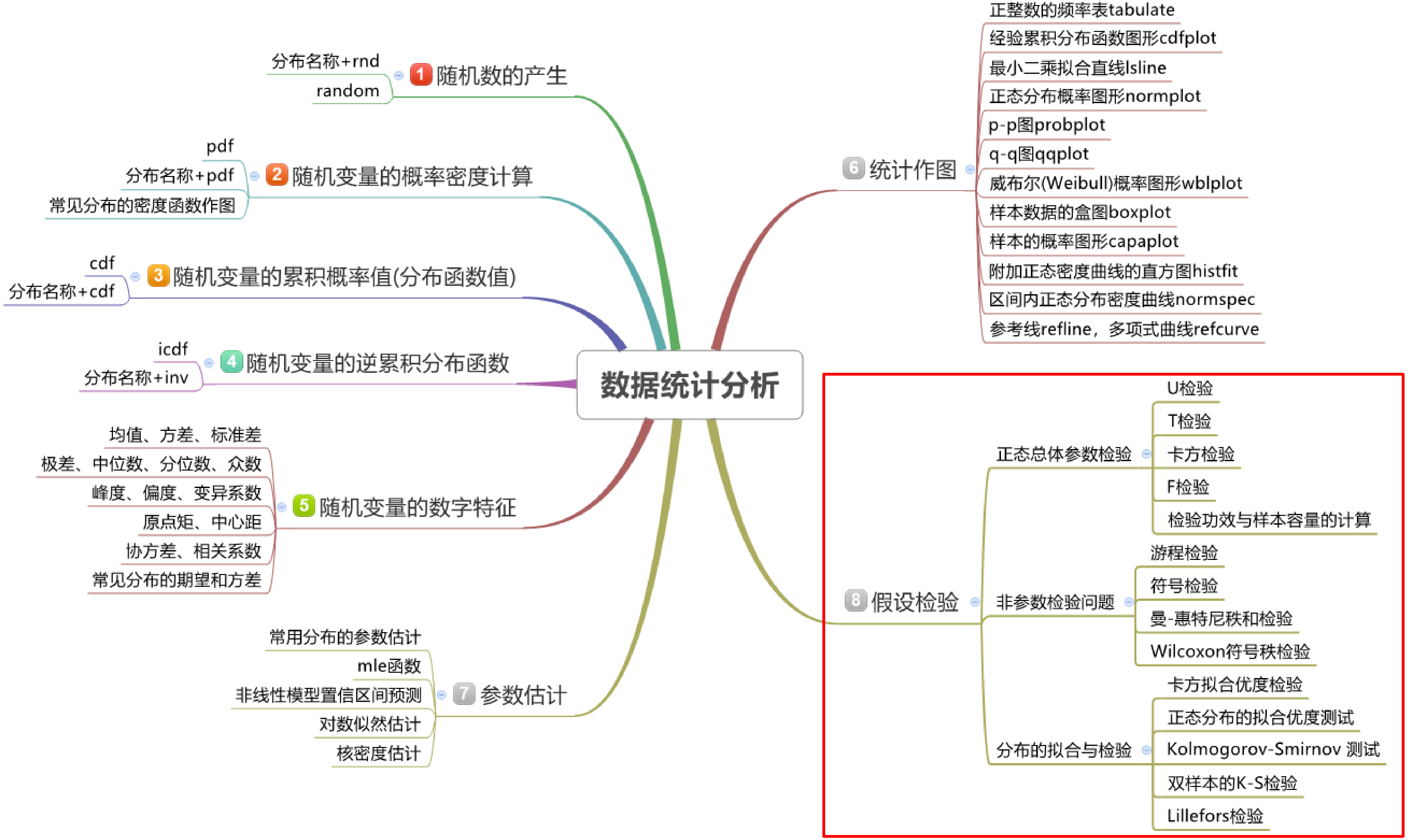
信陽師範學院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

第10章 数据统计分析

讲授人：牛言涛

日期：2020年4月11日

第10章 数据统计分析知识点思维导图



10.8 假设检验

- 假设检验(Hypothesis Testing)是数理统计学中根据一定假设条件由样本推断总体的一种方法。
- 具体作法：
  - 根据问题的需要对所研究的总体作某种假设，记作$\boldsymbol{H_0}$；
  - 选取合适的统计量，这个统计量的选取要使得在假设$\boldsymbol{H_0}$成立时，其分布为已知；
  - 由实测的样本，计算出统计量的值；
  - 根据预先给定的显著性水平进行检验，作出拒绝或接受假设$\boldsymbol{H_0}$的判断。
- 常用的假设检验方法：u检验法、t检验法、χ2检验法(卡方检验)、F检验法，秩和检验等。

一、正态总体参数检验

信阳师范学院
数学与统计学院

01 总体标准差已知时的单个正态总体均值的U检验

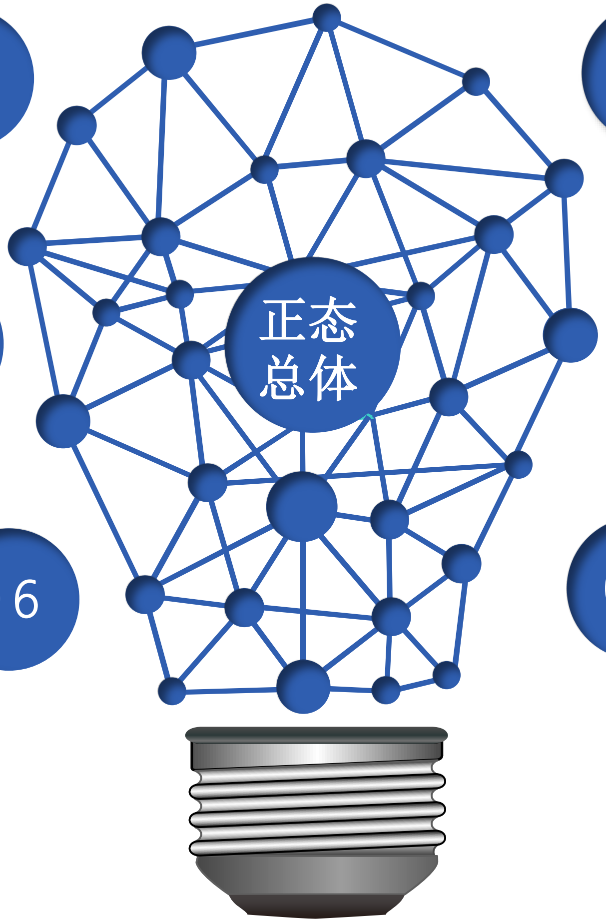
02 总体标准差未知时的单个正态总体均值的 t 检验

03 总体标准差未知时的两个正态总体均值的比较 t 检验

04 总体均值未知时的单个正态总体方差的卡方检验

05 总体均值未知时的两个正态总体方差的比较F检验

06 检验功效与样本容量的计算



1. U检验法

已知σ^2，单个正态总体的均值μ的假设检验，函数ztest

- [h,p,ci,zval] = ztest(x,m,sigma,alpha,tail) ： x为正态总体的样本，m为均值μ_0，sigma为标准差，显著性水平为alpha(默认0.05)；p为观察值的概率，当p为小概率时则对原假设提出质疑，ci为真正均值μ的1-alpha置信区间，zval为统计量的值。
  - 若h=0，表示在显著性水平alpha下，不能拒绝原假设；
  - 若h=1，表示在显著性水平alpha下，可以拒绝原假设。
  - 原假设：H_0：$\mu = \mu_0 = m$
  - tail=0，表示备择假设：H_1：$\mu \neq \mu_0 = m$（默认，双边检验）；
  - tail=1，表示备择假设：H_1：$\mu > \mu_0 = m$（单边检验）；
  - tail=-1，表示备择假设：H_1：$\mu < \mu_0 = m$（单边检验）。

1. U检验法

例1：某车间用一台包装机包装葡萄糖，包得的袋装糖重是一个随机变量，它服从正态分布。当机器正常时，其均值为0.5公斤，标准差为0.015。某日开工后检验包装机是否正常，随机地抽取所包装的糖9袋，称得净重为（公斤）0.497，0.506，0.518，0.524，0.498，0.511，0.52，0.515，0.512，问机器是否正常?

解：总体μ和σ已知，该问题是当σ^2为已知时，在水平$\alpha = 0.05$下，根据样本值判断$\mu = 0.5$还是$\mu \neq 0.5$。为此提出假设：原假设：H_0：$\mu = \mu_0 = 0.5$　　备择假设：H_1：$\mu \neq \mu_0 = m$

```
>> X=[0.497,0.506,0.518,0.524,0.498,0.511,0.52,0.515,0.512];
>> [h,p,ci,zval]=ztest(X,0.5,0.015,0.05,0)
h = 1
p = 0.0248   %样本观察值的概率
ci = 0.5014    0.5210   %95%的置信区间，均值0.5在此区间之外
zval = 2.2444   %统计量的值
```

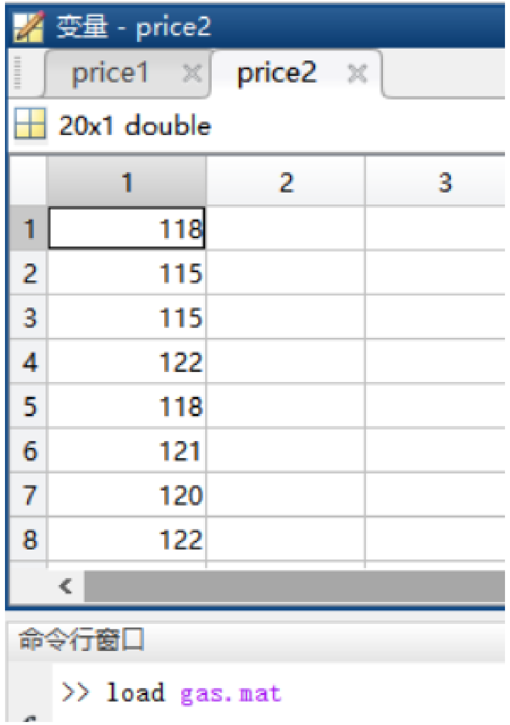
结果表明：h=1，说明在水平α=0.05下，可拒绝原假设，即认为包装机工作不正常。

1. U检验法

例2：Matlab统计工具箱中的数据文件gas.mat中提供了美国1993年一月份和二月份的汽油平均价格（price1,price2分别是一，二月份的油价，单位为美分），它是容量为20的双样本。假设一月份油价的标准偏差是一加仑四分币（σ=4），试检验一月份油价的均值是否等于115。

解 作假设H_0：$m = 115$，H_1： $m \neq 115$.

```
>> load gas
>> [h,p,ci] = ztest(price1,115,4)
h = 0
p = 0.8668
ci =
  113.3970
  116.9030
```



检验结果:

1. 布尔变量h=0, 表示不拒绝零假设，说明提出的假设均值115 是合理的。

2. p值为0.8668，远超过0.5，不能拒绝零假设 。

3. 95%的置信区间为[113.4, 116.9]，它完全包括115，且精度很高。

2. t检验法

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

未知σ^2，单个正态总体的均值μ的假设检验，函数ttest：

`h = ttest(x)` 使用单样本 t 检验返回原假设的检验决策，该原假设假定 x 中的数据来自均值等于零且方差未知的正态分布。备择假设是总体分布的均值不等于零。如果检验在 5% 的显著性水平上拒绝原假设，则结果 h 为 1，否则为 0。

`h = ttest(x,y)` 使用配对样本 t 检验返回针对原假设的检验决策，该原假设假定 x - y 中的数据来自均值等于零且方差未知的正态分布。

`h = ttest(x,y,Name,Value)` 返回配对样本 t 检验的检验决策，其中使用由一个或多个名称-值对组参数指定附加选项。例如，您可以更改显著性水平或进行单侧检验。

`h = ttest(x,m)` 返回针对原假设的检验决策，该原假设假定 x 中的数据来自均值为 m 且方差未知的正态分布。备择假设是均值不为 m。

`h = ttest(x,m,Name,Value)` 返回单样本 t 检验的检验决策，其中使用一个或多个名称-值对组参数指定附加选项。例如，您可以更改显著性水平或进行单侧检验。

`[h,p] = ttest( ___ )` 还使用上述语法组中的任何输入参数返回检验的 p 值 p。

`[h,p,ci,stats] = ttest( ___ )` 还返回 x（对于配对 t 检验则为 x - y）的均值的置信区间 ci，以及包含检验统计量信息的结构体 stats。

2. t检验法

例3：某灯泡厂出厂的标准是寿命不少于2000小时，现随机的从该厂生产的一批灯泡中抽取了20只，寿命分别为：

1558	1627	2101	1786	1921	1843	1655	1675	1935	1573
2023	1968	1606	1751	1511	1247	2076	1685	1905	1881

假设灯泡的寿命服从正态分布，问这批灯泡是否达到了出厂标准？(α=0.01)

解：原假设H_0：x≥2000　　　备择假设H_1：x<2000

```
>> x=[1558,1627,2101,1786,1921,1843,1655,1675,1935,1573,2023,1968,1606,...
1751,1511,1247,2076,1685,1905,1881];
>> [h,p,ci,stats]=ttest(x,2000,0.01,-1)  %单边左侧检验
h = 1    %拒绝原假设，认为这批灯泡未达到出厂标准
p =  5.9824e-05
```

```
ci =
   -Inf    1889.5
stats =
  包含以下字段的 struct:
    tstat: -4.8176
       df: 19
       sd: 216.8973
```

2. t检验法

例4：某种电子元件的寿命X（以小时计）服从正态分布，μ, σ^2均未知。现测得16只元件的寿命如下：159　280　101　212　224　379　179　264　222　362　168　250　149　260　485　170

问是否有理由认为元件的平均寿命大于225（小时）？

解：未知 σ^2，在水平0.05下检验假设 $H_0: \mu < \mu_0 = 225$， $H_1: \mu > 225$

```
>> X=[159 280 101 212 224 379 179 264 222 362 168 250 149 260 485 170];
>> [h,p,ci]=ttest(X,225,0.05,1)
h =  0
p = 0.2570
ci =
  198.2321      Inf   %均值225在该置信区间内
```

结果表明：H=0表示在水平α=0.05下应该接受原假设H_0，即认为元件的平均寿命不大于225小时。

3. 两个正态总体均值差的检验

两个正态总体方差未知但等方差时，比较两正态总体样本均值的假设检验（t检验），函数ttest2

h = ttest2(x,y) 使用双样本 t 检验返回原假设的检验决策，该原假设假定向量 x 和 y 中的数据来自均值相等、方差相同但未知的正态分布的独立随机样本。备择假设是 x 和 y 中的数据来自均值不相等的总体。如果检验在 5% 的显著性水平上拒绝原假设，则结果 h 为 1，否则为 0。

h = ttest2(x,y,Name,Value) 返回针对双样本 t 的检验决策，该检验使用由一个或多个名称-值对组参数指定的附加选项。例如，您可以更改显著性水平或进行无需假设方差齐性的检验。

[h,p] = ttest2(___) 还使用上述语法中的任何输入参数返回检验的 p 值 p。

[h,p,ci,stats] = ttest2(___) 还返回总体均值差的置信区间 ci，以及包含检验统计量信息的结构体 stats。

3. 两个正态总体均值差的检验

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

例5：在平炉上进行一项试验以确定改变操作方法的建议是否会增加钢的产率，试验是在同一只平炉上进行的。每炼一炉钢时除操作方法外，其他条件都尽可能做到相同。先用标准方法炼一炉，然后用建议的新方法炼一炉，以后交替进行，各炼10炉，其产率分别为：

标准方法	78.1	72.4	76.2	74.3	77.4	78.4	76.0	75.5	76.7	77.3
新方法	79.1	81.0	77.3	79.1	80.0	79.1	79.1	77.3	80.2	82.1

设这两个样本相互独立，且分别来自正态总体$N(\mu_1,\sigma^2)$和$N(\mu_2,\sigma^2)$， μ_1、 μ_2、 σ^2 均未知。问建议的新操作方法能否提高产率？ （取$\alpha=0.05$）

解：两个总体方差不变时，在水平$\alpha=0.05$下检验假设： ***H0*：*μ1≤μ2* , *H1*：*μ1>μ2***

```
>> X=[78.1 72.4 76.2 74.3 77.4 78.4 76.0 75.5 76.7 77.3];
>> Y=[79.1 81.0 77.3 79.1 80.0 79.1 79.1 77.3 80.2 82.1];
>> [h,p,ci]=ttest2(X,Y,0.05,1)
```

结果表明：H=0表示在水平α=0.05下，应该接受原假设，即认为建议的新操作方法提高了产率。

3. 两个正态总体均值差的检验

例6：某灯泡厂在采用一项新工艺前后，分别抽取了10只进行寿命试验，寿命分别为：

旧灯泡	2461	2404	2407	2439	2394	2401	2543	2463	2392	2458
新灯泡	2496	2485	2538	2596	2556	2582	2494	2528	2537	2492

假设灯泡的寿命服从正态分布，能否认为采用新工艺后，灯泡的寿命提高了？(α=0.01)

```
>> x=[2461,2404,2407,2439,2394,2401,2543,2463,2392,2458];
>> y=[2496,2485,2538,2596,2556,2582,2494,2528,2537,2492];
>> [h,p,ci,st]=ttest2(x,y,0.01,-1)
h = 1
p = 6.3361e-005
ci = -Inf  -44.6944
st =
   tstat: -4.8567
      df: 18
      sd: 43.3705
```

h = 1，拒绝原假设即认为寿命未提高，p很小，对假设置疑，认为采用新工艺后，灯泡的寿命提高了。

4. χ2检验法(卡方检验)

- 总体均值未知时的单个正态总体方差的卡方检验

[h,p,ci,stats] = vartest(X,V,alpha,tail,dim) %dim针对矩阵，1表示列，2表示行

例7：化肥厂用自动包装机包装化肥，某日测得9包化肥的质量（单位：kg）如下：

49.4 50.5 50.7 51.7 49.8 47.9 49.2 51.4 48.9

设每包化肥的质量服从正态分布，

（1）是否可以认为每包化肥的平均质量为50kg?

（2）观测数据检验每包化肥的质量的方差是否等于1.5？取显著性水平α =0.05。

```
>> x = [49.4  50.5  50.7  51.7  49.8  47.9  49.2  51.4  48.9];
>>[h,p,muci,stats] = ttest(x,50,0.05)   %第一问，检验均值，结果为接受原假设
>>[h,p,varci,stats] = vartest(x,sqrt(1.5),0.05,0)  %第二问，检验方差，结果为接受原假设
```

5. F检验

- 总体均值未知时的两个正态总体方差的比较[F检验]

  [h,p,ci,stats] = vartest2(X,Y,alpha,tail,dim) %dim针对矩阵，1表示列，2表示行

例8：甲、乙两台机床加工同一种产品，从这两台机床加工的产品中随机抽取若干件，测得产品直径（单位：mm）为：

甲：20.1, 20.0, 19.3, 20.6, 20.2, 19.9, 20.0, 19.9, 19.1, 19.9 .

乙：18.6, 19.1, 20.0, 20.0, 20.0, 19.7, 19.9, 19.6, 20.2 .

设甲、乙两机床加工的产品的直径分别服从正态分布$N(\mu_1, \sigma^2)$和$N(\mu_2, \sigma^2)$，试比较甲、乙两台机床加工的产品的（1）直径是否有显著差异？（2）直径的方差是否相等？取显著性水平α =0.05。

```
>> x = [20.1, 20.0, 19.3, 20.6, 20.2, 19.9, 20.0, 19.9, 19.1, 19.9];
>> y = [18.6, 19.1, 20.0, 20.0, 20.0, 19.7, 19.9, 19.6, 20.2];
>> alpha = 0.05; tail = 'both'; vartype = 'equal';
>>[h,p,muci,stats] = ttest2(x,y,alpha,tail,vartype)  %双样本均值检验，结果为接受原假设
>> [h,p,varci,stats] = vartest2(x,y,alpha,tail)  %双样本方差比较检验，结果为接受原假设
```

6. 检验功效与样本容量的计算

- 假设检验的两类错误
  - 第一类错误是 "弃真"错误，第Ⅰ类错误概率 = $\boldsymbol{P}$(拒绝$\boldsymbol{H_0} \mid \boldsymbol{H_0}$为真)≤$\boldsymbol{\alpha}$。拒绝$\boldsymbol{H_0}$时可能犯第Ⅰ类错误；若$\boldsymbol{H_0}$无病，$\boldsymbol{H_1}$有病，则第Ⅰ类错误属于误诊。反之，结论正确。
  - 第二类错误是 "取伪"错误，第Ⅱ类错误概率 = $\boldsymbol{P}$(不拒绝$\boldsymbol{H_0} \mid \boldsymbol{H_1}$为真)≤$\boldsymbol{\beta}$。不拒绝$\boldsymbol{H_0}$时可能犯第Ⅱ类错误。若$\boldsymbol{H_0}$无病，$\boldsymbol{H_1}$有病，则第Ⅱ类错误属于漏诊。反之，即功效 = $\boldsymbol{P}$(拒绝$\boldsymbol{H_0} \mid \boldsymbol{H_1}$为真)≥$\boldsymbol{1-\beta}$。
- 假设检验需要控制犯两类错误的概率均在一个较低的水平；
- 实际上在样本容量固定的前提下，降低$\boldsymbol{\alpha}$的同时会增加$\boldsymbol{\beta}$，降低$\boldsymbol{\beta}$的同时$\boldsymbol{\alpha}$也会增加，为了平衡这一矛盾，提出了显著性检验的概念，也就是在控制犯第一类错误的概率不超过某一水平（即显著性水平）的前提下去制约$\boldsymbol{\beta}$。

6. 检验功效与样本容量的计算

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

- 检验功效与样本容量的关系
  - 原假设不成立的条件下，拒绝原假设的概率（即$1-\beta$）称为检验的功效。功效即假设检验发现真实差异的功效就不低于$1-\beta$，即：

    检验功效$=P$(拒绝$H_0 \mid H_1$为真)$\geqslant 1-\beta$，检验功效$=P$(拒绝$H_0 \mid H_0$为假)$\geqslant 1-\beta$；
  - 检验功效反映了一个显著性检验能够区分原假设和备择假设的能力；通常情况下，应使得检验功效达到一个较高的水平（如90%以上）。
- 当给定样本容量时可以求得检验功效，样本容量越大，检验功效越高，即区分原假设与备择假设的能力越强；反之，给定检验功效，也可求出样本容量。
- 调用sampsizepwr函数求样本容量和检验功效。

6. 检验功效与样本容量的计算

- 事前估计样本量与事后评价功效
  - 事前设计：欲估计样本量需事先给定允许犯两类错误的概率α、β，通常$\alpha=0.05$或0.01，偶有用0.10，取决于第Ⅰ类错误的危害性。β的大小取决于第Ⅱ类错误的危害性。两者需密切结合具体事物而定。
  - 事后评价：研究结束，报告结果。若拒绝H_0，需报告$\alpha=$？若不拒绝H_0，还需报告$\beta=$？或$1-\beta=$？
- 影响功效四要素：客观差异δ，个体间的变异σ，样本量n，允许犯Ⅰ类错误的概率α。
  - 通常情况下，客观差异越大；功效越大，个体间的差异越小；功效越大，样本量越大，功效越大；α越大，功效越大。

6. 检验功效与样本容量的计算

信阳师范学院
数学与统计学院

调用sampsizepwr函数求样本容量和检验功效，格式：

（1）n=sampsizepwr(testtype,p0,p1)：对于不同类型的双侧检验，在显著性水平0.05下，求使得检验功效不低于90%的最小的样本容量n。输入参数p0和p1分别用来指定原假设和备择假设中的参数值；testtype用来指定检验类型，是字符串变量，其取值为z、t、var、p.

z	标准差已知时，正态总体均值的检验	p0是形如[u0,a0]的向量，其元素分别为原假设对应的总体均值和标准差。p1是备择假设对应的总体均值。
t	标准差未知正态总体，均值的检验	p0是形如[u0,a0]的向量，其元素分别为原假设对应的总体均值和样本标准差，p1是备择假设对应的总体均值。
var	正态总体的方差检验	p0和p1分别是原假设和备择假设对应的总体方差。
p	二项分布的比例（成功概率）检验	p0和p1分别是原假设和备择假设对应的参数值。当参数p1为向量时，输出参数n是与p1等长的向量。

6. 检验功效与样本容量的计算

信阳师范学院 数学与统计学院

调用sampsizepwr函数求样本容量和检验功效，格式：

（2）n=sampsizepwr（testtype, p0, p1, power）：求样本容量，用power参数指定参数功效，其值介于0-1之间；

（3）power=sampsizepwr（testtype, p0, p1, [ ], n）：给定样本容量n，求检验功效power；

（4）p1=sampsizepwr（testtype, p0, [ ], power, n）：给定样本容量n和检验功效power，求备择假设中的参数p1；

（5）[...]=sampsizepwr（..., n, param1, val1, param2, val2, ...）：用可选的成对出现的参数名和参数值控制计算结果，可用的参数名与参数值如下：

alpha：检验的显著性水平，取值0-1之间，默认值0.05

tail：尾部类型变量，可取值both、right、left

6．检验功效与样本容量的计算

例9：某药的平均有效时间原为6小时，现改进了配方，据称可延长至7小时。为核实这一点，某研究组观察了25例该病患者，得到的却是阴性结果($P > 0.05$)，即不能认为平均有效时间长于6小时，试分析原因。

解 这个问题实际上是检验假设 H0：$\boldsymbol{\mu} = 6$， H1：$\boldsymbol{\mu} > 6$，$\boldsymbol{\sigma}$的数值可参考此次25例的观察结果，设连同以往经验猜测$\boldsymbol{\sigma} = 2$。

```
>> power=sampsizepwr('z',[6,2],7,[ ],25,'alpha',0.05,'Tail','right')
power =   0.8038
>> power=sampsizepwr('z',[6,2],7,[ ],36,'alpha',0.05,'Tail','right')
power =   0.9123
>> power=sampsizepwr('z',[6,2],7,[ ],45,'alpha',0.05,'Tail','right')
power =
    0.9563
```

可见，若上述新药平均有效时间延长1小时，则在此检验下，约有20%的机会被埋没，为了提高检验功效，可以加大样本量。若样本量提高到45名，则功效提高到95.63%。

6. 检验功效与样本容量的计算

例10：设需要对某一正态总体的均值进行如下检验：

$$H_0:\ \mu = 100,\qquad H_1:\ \mu > 104$$

已知总体标准差$\sigma = 6.58$，取显著性水平$\alpha = 0.05$，同时要求检验功效达到90%以上，求所需要的样本容量。

```
>> mu0=100;        %原假设对应的总体均值
>> sigma0=6.58;   %原假设对应的标准差
>> mu1=104;        %备择假设对应的总体均值
>> pow=0.9;        %检验功效
>> %调用sampsizepwr函数求样本容量
>> n=sampsizepwr('z',[mu0,sigma0],mu1,pow,[],'tail','right')
n =
    24
```

要检验功效达到90%以上，需要的样本容量至少为24，如果指定不同的样本容量，还可求得相应的检验功效。

6. 检验功效与样本容量的计算

>> n=1:60; %指定不同的样本容量，1,2， 60

>> mu0=100; %原假设对应的总体均值

>> sigma0=6.58; %原假设对应的标准差

>> mu1=104;   %备择假设对应的总体均值

>> %调用sampsizepwr函数求不同样本容量对应的检验功效

>> pow=sampsizepwr('z',[mu0,sigma0],mu1,[],n,'tail','right');

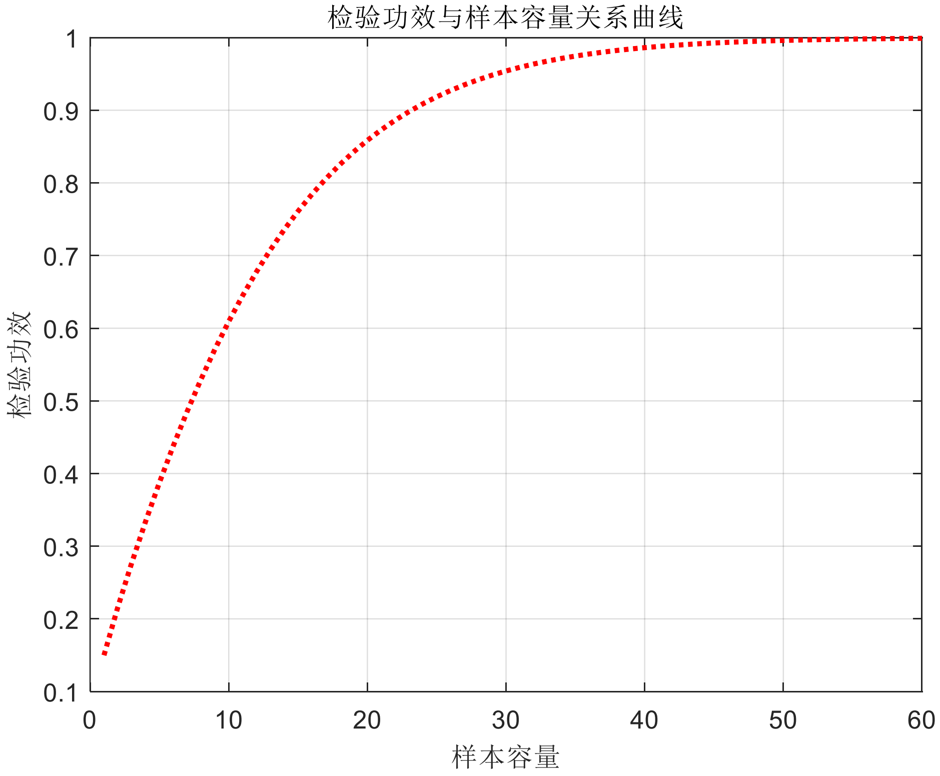
%绘制检验功效与样本容量关系曲线

>> plot(n,pow,'r:','LineWidth',2);

>> xlabel('样本容量'); ylabel('检验功效');

>> title('检验功效与样本容量关系曲线');

>> grid on



由图可知，随着样本容量的增大， 检验功效逐渐趋向于1.

二、非参数检验问题

- 在用样本数据对总体信息做出统计推断时，通常要求抽样应满足随机性和独立性，因为几乎所有的抽样定理都是建立在数据独立的基础之上的。
- 而在用样本数据对正态总体参数做出统计推断（例如参数估计和假设检验）时，还要附加一个要求：样本数据应服从正态分布，这种数据分布类型已知的总体参数的假设称为参数假设检验。
- 与参数假设检验相对应的还有非参数假设检验，例如分布的正态性检验，样本的随机性检验等，这类检验通常只假定分布是连续的或对称的，并不要求数据服从正态分布。
- 本节主要讲解：游程检验、符号检验、曼-惠特尼U检验、Wilcoxon符号秩检验。

1. 游程检验

- 实际应用中，需要对样本数据的随机性和独立性作出检验，这要用到游程检验，它是一种非参数检验，用来检验样本数据的随机性，通常人们认为满足随机性的样本数据也满足独立性。
- 在以一定顺序（如时间）排列的有序数列中，具有相同属性（如符号）的连续部分被称为一个游程，一个游程中所包含数据的个数称为游程的长度，通常用R表示一个数列中的游程总数。在游程检验中，数据序列的游程总数偏少或偏多都是数据不满足随机性的变现。
- 具体方法：将取自某一总体的样本的观察值按从小到大顺序排列，找出中位数（或平均数），分为大于中位数的小于中位数的两个部分。用上下交错形成的游程个数来检验样本是否是随机的。对于大样本游程个数R近似正态分布，检验统计量：

$$z=\frac{R-E(R)}{\sigma_R},\quad E(R)=\frac{2n_1n_2}{n_1+n_2}+1,\quad \sigma_R=\sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2-n_1-n_2)}{(n_1+n_2)^2(n_1+n_2-1)}}$$

1. 游程检验

例如：设某样本$\boldsymbol{n}=\mathbf{12}$人的标志表现为男、女，有以下三种排列：

(i) 男\男，女\女\女，男，女\女，男\男\男\男

(ii) 男\男\男\男\男\男\男，女\女\女\女\女

(iii)男，女，男，女，男，女，男，女，男，女，男\男

连续出现男或女的区段称为游程，每个游程包含的个数为游程长度。

以R表示序列中游程个数：(i) R=5, (ii) R=2, (iii) R=11

可以看出，(i)是随机性序列；(ii)、(iii)是非随机性序列。所以，可以用游程的个数来检验样本的随机性或总体的分布特征。

1. 游程检验

例如：一个包含12个数的有序序列如下：

6 13 9 16 6 8 4 8 11 10 5 1

\- + + + - - - - + + - -

这是一个数值序列，可以采用以下两种方式计算游程总数。

（1）以某一值（例如数据的均值）为界，将大于该值标记为“+”，小于该值标记为“-”，等于的去除，然后确定游程总数，可得游程总数R=5

（2）根据数列中出现的连续增和连续减的子序列数确定游程总数，这种方式下确定的游程总数R=8.

1. 游程检验

runstest函数用来做游程检验，格式如下：

- h = runstest(x)：H_0：数据出现是随机的，H_1：数据出现顺序不随机。以x的均值为界计算游程。输出参数h等于0或1，若为0，则在显著性水平0.05下接受原假设，认为样本数据满足随机性；若为1，则拒绝原假设。runstest函数会把x中的NaN作为缺失数据而忽略。
- h = runstest(x,v)：以数值v为界进行游程检验，v的默认值为数据序列x的均值。
- h = runstest(x, 'ud')：根据数列中出现的连续增和连续减的子序列数确定游程总数，此时数列x中与前一元素相同的数将会被去除。
- [H,P,STATS] = runstest(...,'PARAM1',VAL1,'PARAM2',VAL2,...)：alpha显著性水平；method：exact（利用精确方法计算p值，适用于小样本（样本容量<50）情形）、approximate（利用正态近似计算p值，适用于大样本情形）；tail：：both、right、left。

1．游程检验

runstest函数用来做游程检验，格式如下：

- h = runstest(...,param1,val1,param2,val2,.....)：用可选的成对出现的参数名和参数值控制计算结果，可用的参数与参数值如下：
  - alpha：显著性水平，取值介于0-1之间，默认值为0.05
  - method：指定计算p值的方法，可能的取值为exact（利用精确方法计算p值，适用于小样本（样本容量<50）情形）、approximate（利用正态近似计算p值，适用于大样本情形）
  - tail：尾部类型变量，用来指定备择假设的形式，可能的取值：both、right、 left

1. 游程检验

runstest函数用来做游程检验，格式如下：

- [h,p]=runstest(……)：返回检验的p值，当p值小于或等于显著性水平a时，拒绝原假设，否则接受原假设。
- [h,p,stats]=runstest(……)：返回一个结构体变量stats，它包含以下字段
  - ✓ nurns：游程总数
  - ✓ n1：数据序列中大于v的数据个数
  - ✓ n0：数据序列中小于v的数据个数
  - ✓ z：检验统计量的值

1. 游程检验

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

例11：研究中国福利彩票“双色球”开奖号码中的蓝色球号码的出现是否随机

1	双色球 序号	开奖期号	红						蓝	开奖日期
2	1	2016001	06	13	16	18	20	22	13	2016-01-03
3	2	2016002	09	14	17	20	24	30	16	2016-01-05
4	3	2016003	01	10	14	23	26	28	01	2016-01-07
5	4	2016004	08	10	17	22	25	33	12	2016-01-10
6	5	2016005	11	14	18	20	31	33	14	2016-01-12
7	6	2016006	13	16	18	20	28	31	12	2016-01-14
8	7	2016007	05	12	14	20	27	29	06	2016-01-17
9	8	2016008	02	15	24	29	32	33	02	2016-01-19
10	9	2016009	10	14	24	25	27	32	04	2016-01-21
11	10	2016010	02	04	12	14	19	25	06	2016-01-24
12	11	2016011	03	08	10	15	22	29	12	2016-01-26
13	12	2016012	07	12	14	16	27	32	15	2016-01-28
14	13	2016013	07	12	21	22	26	31	01	2016-01-31
15	14	2016014	02	08	10	18	20	27	07	2016-02-02
16	15	2016015	01	02	14	22	25	26	07	2016-02-04
17	16	2016016	01	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	16	[illegible]

h =
    0
p =
    0.8075
stats =
  包含以下字段的 struct:
     nruns: 74
       n1: 76
       n0: 74
        z: -0.2436

```
>> num = xlsread('2016fuli.xls',1,'I2:I151');
% 因为样本较大，所以指定，method为aproximate：利用正态近似计算p值
>> [h,p,stats]=runstest(num,[],'method','approximate')  %v值为默认
```

h=0表明接受原假设，p=0.8075 > 0.05也表明接受原假设，认为蓝色球号码是随机的。

2. 符号检验

- 符号检验：通过符号"+"和"-"的个数来进行统计推断的方法。符号检验是古老的检验方法之一。如果差异中正号的数目和负号的数目相差很大（超过临界值）则应拒绝原假设，否则应接受原假设。
- 简单符号检验应用简单且适用范围较广，但检验中失去的信息较多。
- 进行简单符号检验时，首先应计算两组样本的对应项之差，统计差为正和为负的数目，应注意对于可能出现的差为0的情况，应从样本中忽略，并相应地减少总的样本容量；然后在给定的显著性水平下，根据原假设进行假设检验。
- 当为小样本($n \le 30$)时可用二项分布检验，当为大样本($n > 30$)时，可用正态分布检验。
- 统计量：

$$z = \frac{\left(S - E(S)\right)}{\sqrt{V(S)}} = \frac{(S - 0.5)n - 0.5sign(npos - nneg)}{0.5\sqrt{n}}$$

其中npos和nneg分别是假设中值的正负差异数。

2. 符号检验

例如：假设某城市16座预出售的楼盘均价(单位：千元/平方米) 如下表所示：

36	32	31	25	28	36	40	32
41	26	35	35	32	87	33	35

问：该地区平均楼盘价格是否与媒体公布的37000元/平方米的说法相等?

$$H_0: Me = 37, \leftrightarrow H_1: Me \neq 37$$

如果原假设为真，即37是总体的中位数，则数据中应该差不多各有一半在37的两侧。计算每一个数据与37的差，用S^+表示位于37右边的数，S^-表示位于37左边点的个数，即$S^+ \sim b(n, 0.5)$。从有利于接受备择假设的角度，S^+过大或过小，都表示37不能作为总体的中心，这个思路就是符号检验的基本原理。

```
>> X = [36 32 31 25 28 36 40 32 41 26 35 35 32 87 33 35];
>> [p,h,stats] = signtest(X,37,0.05,'method','exact')
p = 0.0213
h = logical  1
stats =
  包含以下字段的 struct:
    zval: NaN
    sign: 3
```

2. 符号检验

信阳师范学院
数学与统计学院

两个总体中位数相等的假设检验，函数signtest

- [p,h,stats]=signtest(x,m,param1,val1,.....)：双侧符号检验，原假设是x来自于中位数为m的连续分布，备择假设是x来自于中位数不为m的连续分布，此时用可选的成对出现的参数名和参数值来控制计算结果，可用参数如表
  - alpha：显著性水平，默认0.05；method：指定计算p值的方法
    - ✓ 可能的取值情况exact：利用精确方法计算p值，适用于小样本（$n < 100$）情形；
    - ✓ approximate：利用正态近似计算p值，适用于大样本情形。
- [p,h,stats] = signtest(X, Y, alpha)　% X、Y为两个总体的样本，长度必须相同，P两个样本X和Y的中位数相等的概率，p接近于0则可对原假设质疑。h为检验结果：h=0表示X与Y的中位数之差不显著，h=1表示X与Y的中位数之差显著。stats中sign为符号统计量的值。

2. 符号检验

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

例12：两组（各10名）有资质的评酒员分别对12种不同的酒进行品评，每个评酒员在品尝后进行评分，然后对每组的每个样品计算其平均分，评分结果如下：

	样品1	样本2	样品3	样品4	样品5	样品6	样品7	样品8	样品9	样品10	样品11	样品12
第一组	80.3	68.6	72.2	71.5	72.3	70.1	74.6	73.0	58.7	78.6	85.6	78.0
第二组	74.0	71.2	66.3	65.3	66.0	61.6	68.8	72.6	65.7	72.6	77.1	71.5

利用符号检验方法比较两组评酒员的评分是否有显著差异，取显著性水平a=0.05

```
>> x=[80.3,68.6,72.2,71.5,72.3,70.1,74.6,73.0,58.7,78.6,85.6,78.0];
>> y=[74.0,71.2,66.3,65.3,66.0,61.6,68.8,72.6,65.7,72.6,77.1,71.5];
>> [p,h,stat] = signtest(x,y)   %配对样本的符号检验
%如果用t检验，则假设样本服从正态分布。
```

```
p = 0.0386
h = 1
stat =
  包含以下字段的 struct:
    zval: NaN
    sign: 10
```

3. 曼-惠特尼秩和检验

- 曼-惠特尼U检验又称“曼-惠特尼秩和检验”，是由H.B.Mann和D.R.Whitney于1947年提出的。它假设两个样本分别来自除了总体均值以外完全相同的两个总体，目的是检验这两个总体的均值是否有显著的差别。由于曼-惠特尼秩和检验明确地考虑了每一个样本中各测定值所排的秩，它比符号检验法使用了更多的信息。
- 两个总体一致性的检验——秩和检验，函数[p,h,stat] = ranksum(x,y,alpha)：
  - 输入参数：x、y为两个总体的样本，可以不等长，alpha为显著性水平。
  - h为检验结果，h=0表示X与Y的总体差别不显著，h=1表示X与Y的总体差别显著。
  - stats中包括：ranksum为秩和统计量的值以及zval为过去计算p的正态统计量的值。
  - p为两个总体样本X和Y为一致的显著性概率，若p接近于0，则不一致较明显。

3. 曼-惠特尼秩和检验

例如：某工厂欲测定在装配线上男工和女工的机械技能有无差别。随机地抽取了15组,每一个人都给以机械技能测试并给以评分，结果如表

男	男	男	男	男	男	男	男	女	女	女	女	女	女	女	女
50	53	57	64	71	74	89	95	70	77	81	83	87	92	96	99
51	56	63	65	73	78	90	-	76	80	82	86	88	93	98	-

试以0.05显著性水平检验男工和女工的机械技能是否相同。

解：H_0：男女性别之间的机械技能没有差别，H_1：男女性别之间的机械技能存在差别

在秩和检验中，首先是合并两个样本，按秩的顺序排列每个人的得分，如表

秩	得分	性别	秩	得分	性别	秩	得分	性别	秩	得分	性别	秩	得分	性别	秩	得分	性别
1	50	男	6	63	男	11	73	男	16	80	女	21	87	女	26	93	女
2	51	男	7	64	男	12	74	男	17	81	女	22	88	女	27	95	男
3	53	男	8	65	男	13	76	女	18	82	女	23	89	男	28	96	女
4	56	男	9	70	女	14	77	女	19	83	女	24	90	男	29	98	女
5	57	男	10	71	男	15	78	男	20	86	女	25	92	女	30	99	女

3. 曼-惠特尼秩和检验

引入下列符号：n_1—号样本观察值的项数，n_2二号样本观察值的项数；R_1—号样本中各项秩和，R_2二号样本中各项秩和。

以男性工人的数据作为第1号样本，找到R_1是1,2,3,4,5,6,7,8,10,11,12,15,23,24与27各秩和，即R_1 =158。相应地，R_2=307。

为进行这一检验，需要计算一个新的统计量$U = n_1n_2 + \frac{n_1(n_2+1)}{2} - R_1$

根据H_1，这是一个双尾检验。因此，

$$U_1 = 15\times15 + \frac{15\times(15+1)}{2} - 158 = 187$$

当$\alpha = 0.05$时，双尾检验$n_1 = 15, n_2 = 15$，可查附表$U_\alpha = 64$。因$U_\alpha < U_1$，不能否定H_0，即在装配线上的男工和女工在机械技能方面没有显著差别。

在大样本情形下，U的抽样分布也接近正态分布，其均值、方差和统计量分别为：

$$\mu_U = \frac{n_1n_2}{2}, \quad \sigma_U^2 = \frac{n_1n_2(n_1+n_2+1)}{12}, \quad z_U = \frac{U-\mu_U}{\sigma_U}$$

3. 曼-惠特尼秩和检验

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

例13：某商店为了确定向公司A或公司B购买某种商品，将A和B公司以往的各次进货的次品率进行比较，数据如下所示，设两样本独立。问两公司的商品的质量有无显著差异。设两公司的商品的次品的密度最多只差一个平移，取α=0.05。

A	7.0	3.5	9.6	8.1	6.2	5.1	10.4	4.0	2.0	10.5			
B	5.7	3.2	4.1	11.0	9.7	6.9	3.6	4.8	5.6	8.4	10.1	5.5	12.3

解：设μ_A、μ_B 分别为A、B两个公司商品次品率总体的均值。则该问题为在水平α=0.05下检验假设

```
>> A=[7.0 3.5 9.6 8.1 6.2 5.1 10.4 4.0 2.0 10.5];
>> B=[5.7 3.2 4.1 11.0 9.7 6.9 3.6 4.8 5.6 8.4 10.1 5.5 12.3];
>>[p,h,stats]=ranksum(A,B,0.05)
p =  0.8282
h =  logical  0
```

```
stats =
  包含以下字段的 struct:
    zval: -0.2171
    ranksum: 116
```

结果表明：一方面，两样本总体均值相等的概率为0.8041，不接近于0；另一方面，H=0也说明可以接受原假设H_0，即认为两个公司的商品的质量无明显差异。

3. 曼-惠特尼秩和检验

例14：两台机床加工同一种轴，抽样测量产品的直径(mm):

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
甲	33.592	33.862	33.751	33.673	33.847	33.778	33.631	33.911	33.785	33.928
乙	34.221	33.947	33.856	34.039	34.000	33.924	34.125	34.273	33.968	33.923

在a=0.05下能否认为两台机床加工的直径没有显著不同?

```
>> x=[33.592,33.862,33.751,33.673,33.847,33.778,33.631,33.911,33.785,33.928];
>> y=[34.221,33.947,33.856,34.039,34.000,33.924,34.125,34.273,33.968,33.923];
>>[p,h,stat]=ranksum(x,y,0.05)
   p = 7.6854e-004
   h = 1
   stat =   zval: -3.3639       ranksum: 60
```

p很小，对假设置疑，h=1 拒绝原假设即认为直径没有显著不同。

4. Wilcoxon符号秩检验

Wilcoxon（威尔科克森）符号秩检验

- 符号检验只考虑的分布在中位数两侧的样本数据的个数，并没有考虑中位数两侧数据分布的疏密程度，这就使得符号检验的结果比较粗糙，检验功率较低。
- 统计学家维尔科克森在1945年，提出了一种更为精细的“符号秩检验法”，该方法是在配对样本的符号检验基础上发展起来的，比传统的单独用正负号的检验更加有效。它适用于单个样本中位数的检验，也适用于配对样本的比较检验，但并不要求样本之差服从正态分布，只要求对称分布即可。
- [p,h,stats] = signrank(x,y,alpha)：X、Y为两个总体的样本，长度必须相同，alpha为显著性水平，p表示两个样本X和Y的中位数相等的概率，p接近于0则可对原假设质疑。h为检验结果：h=0表示X与Y的中位数之差不显著，h=1表示X与Y的中位数之差显著。stats中包括：signrank为符号秩统计量的值以及zval为过去计算p的正态统计量的值。

4. Wilcoxon符号秩检验

例如：10个欧洲城镇每人每年平均消费的酒类相当于纯酒精数，数据已经按升序排列：

4.12 5.81 7.63 9.74 10.39 11.92 12.32 12.89 13.54 14.45

人们普遍认为欧洲各国人均年消费酒量的中位数相当于纯酒精8升，试用上述数据检验这种看法。

解：通过数据可以得出，中位数为11.160，明显大于8，因此建立假设：$H_0 = 8$，$H_1 > 8$

编号	纯酒精数x	D=x-8	|D|	|D|的秩	D的符号	编号	纯酒精数x	D=x-8	|D|	|D|的秩	D的符号
1	4.12	-3.88	3.88	5	-	6	11.92	3.92	3.92	6	+
2	5.81	-2.19	2.19	3	-	7	12.32	4.32	4.32	7	+
3	7.63	-0.37	0.37	1	-	8	12.89	4.89	4.89	8	+
4	9.74	1.74	1.74	2	+	9	13.54	5.54	5.54	9	+
5	10.39	2.39	2.39	4	+	10	14.45	6.45	6.45	10	+

$T_+ = 2+4+6+7+8+9+10 = 46$

$T_- = 5+3+1 = 9$

查表可知$P = 0.032 < \alpha = 0.05$，因此拒绝原假设，认为欧洲各国人均年消费酒量的中位数多于8升。

4. Wilcoxon符号秩检验

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

例12（续）：有资质的评酒员分别对12种不同的酒进行品评，比较两组评酒员的评分是否有显著差异，取显著性水平a=0.05.

```
>> x=[80.3,68.6,72.2,71.5,72.3,70.1,74.6,73.0,58.7,78.6,85.6,78.0];
>> y=[74.0,71.2,66.3,65.3,66.0,61.6,68.8,72.6,65.7,72.6,77.1,71.5];
>> [p,h,stat] = signrank(x,y)
p = 0.0322
h = logical 1
stat =
  包含以下字段的 struct:
    signedrank: 66
```

从结果可以得知，h = 1拒绝原假设，认为两组评酒员的评分存在显著差异，也可概率得知。

三、分布的拟合与检验

信阳师范学院 数学与统计学院 SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

- 在某些统计推断中， 通常假定总体服从一定的分布（例如正态分布），然后在这个分布的基础上，构造相应的统计量，根据统计量的分布做出一些统计推断；
- 而统计量的分布通常依赖于总体的分布假设，也就是说总体所服从的分布在统计推断中至关重要，会影响到结果的可靠性。
- 从这个意义上来说，由样本观测数据去推断总体所服从的分布是非常必要的。分布的拟合与检验就是根据样本观测数据拟合总体的分布，并进行分布的检验。
- 本节主要讲解：卡方拟合优度检验、正态分布的拟合优度测试、单样本的K-S检验、双样本K-S检验、Lillefors检验。

1. 卡方拟合优度检验

- chi2gof 函数用来做分布的卡方拟合优度检验，检验样本是否服从指定的分布（默认检验是否服从正态分布）。
- χ^2检验法是在总体分布未知时，根据样本值$x_1, x_2, \cdots, x_n$来检验关于总体分布的假设
  - H_0：总体X的分布函数为$F(x)$；
  - H_1：总体X的分布函数不是$F(x)$.
- 原理：它用若干个小区间把样本观测数据进行分组（默认情况下分成10个小组），使得理论上每组包含5个以上的观测，即每组的理论频数大于或等于5，若不满足这个要求，可以通过合并相邻的组来达到这个要求。
- 统计量：$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(f_i - n\hat{p}_i\right)^2}{n\hat{p}_i}$

1. 卡方拟合优度检验

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

- [h,p,stats]=chi2gof(x)：检验样本x是否服从正态分布，原假设样本x服从正态分布，其中分布参数由x进行估计。输出参数：若h=0，则在显著性水平0.05下接受原假设，认为x服从正态分布；若为1，则拒绝原假设。返回检验的p值，当p值小于或等于显著性水平时，拒绝原假设，否则接受原假设。结构体变量stats包含以下字段：
  - chi2stat：卡方检验统计量，df：自由度，edges：合并后各区间的边界向量，O：落入每个小区间内观测的个数，即时间频数，E：每个小区间对应的理论频数。
- [...]=chi2gof(x,name1,val1,name2,val2,...)：通过可选的成对出现的参数名和参数值来控制初始分组、原假设中的分布、显著性水平等。参数如下：
  - nbins：分组（或区间）的个数，正整数，默认10；ctrs：向量，指定各区间的中点；edges：向量，指定各个区间的边界。

1. 卡方拟合优度检验

例15：对高等数学期末成绩抽样并进行卡方拟合优度检验

```
>> score = xlsread('matscore.xlsx',1,'G3:G1867');
>> rp = randperm(length(score),100);   %随机抽取100个成绩
>> rs = score(rp);
>> [h,p,stats] = chi2gof(rs)
  h = 0
  p = 0.8350
  stats =
    包含以下字段的 struct:
    chi2stat: 2.1007
          df: 5
      edges: [52.0000 61.6000 66.4000 71.2000 76.0000 80.8000 85.6000 90.4000 100.0000]
          O: [10 10 19 18 13 14 8 8]
          E: [10.5618 10.5848 15.0759 17.6138 16.8808 13.2709 8.5580 7.4539]
```

由于返回值h=0，p=0.8350 > 0.05，在显著性水平0.05下，可以认为总体成绩服从正态分布。

```
>> ctrs = quantile(score,[1:6]/7)   %指定各初始小区间的中点
ctrs = 64    69    73    77    80    85
>> [h,p,stats] = chi2gof(score,'ctrs',ctrs) %指定ctr参数，进行卡方拟合优度检验
h =   0
p =  0.2721
```

返回的h=0，p=0.2721 > 0.05，认为总成绩服从正态分布，该正态分布的均值可由mean（score）计算出，标准差可由std（score）计算出。

1. 卡方拟合优度检验

```
>> ms = mean(score);
>> ss = std(score);
>> %参数'cdf'的值是由函数名字符串与函数中所包含参数值构成的元胞数组
>> [h1,p1,stats1]=chi2gof(score,'nbins',5,'cdf',{'normcdf',ms,ss})
>> %参数‘cdf’的值有函数句柄与函数中所包含的参数值构成的元胞数组
>> [h2,p2,stats2]=chi2gof(score,'nbins',5,'cdf',{@normcdf,ms,ss})
>> [h,p,stats]=chi2gof(score,'nbins',5)  %指定‘nbins’参数
>> %指定初始分组数为5，检验总成绩数据是否服从参数为ms的泊松分布
>> [h3,p3,stats3]=chi2gof(score,'nbins',6,'cdf',{@poisscdf,ms})
    h3 = 1
    p3 = 5.8857e-12
```

```
%前三个调用结果相同：
h1 = 0
p1 = 0.4545
stats1 =
  包含以下字段的 struct:
    chi2stat: 1.5769
          df: 2
       edges: [43.0000 54.4000 65.8000 77.2000 88.6000 100.0000]
           O: [38 288 803 598 138]
           E: [32.1258 298.7865 796.0150 601.9576 136.1151]
```

2. 正态分布的拟合优度测试

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

- jbtest函数用来做Jarque-Bera检验，检验样本是否服从正态分布，调用该函数时不需要指定分布的均值和方差。由于正态分布的偏度为0，峰值为3，若样本服从正态分布，则样本偏度应接近于0，样本峰度接近于3，基于此，Jarque-Bera检验是利用样本偏度和峰度构造检验统计量。
- [H,P,JBSTAT,CV] = jbtest(X,alpha)：对输入向量X进行Jarque-Bera测试，显著性水平为0.05。
  - H为测试结果，若H=0，则可以认为X是服从正态分布的；若H=1，则可以否定X服从正态分布。
  - P为接受假设的概率值，P越接近于0，则可以拒绝是正态分布的原假设；
  - JBSTAT为测试统计量的值，CV为是否拒绝原假设的临界值。
  - 注：X为大样本，对于小样本用lillietest函数。

2. 正态分布的拟合优度测试

例16：调用MATLAB中关于汽车Weight、Acceleration的数据，测试该数据是否服从正态分布

```
>>  load carsmall
>> [h,p,j,cv]=jbtest(Weight)
 h = 1
 p = 0.0321
 j = 6.9594
 cv = 5.4314
>> [h,p,j,cv]=jbtest(Acceleration)
 h = 0
 p = 0.5000
 j = 0.0725
 cv = 5.4314
```

说明 p=3.21%表示应该拒绝服从正态分布的假设；h=1也可否定服从正态分布；统计量的值j = 6.9564大于接受假设的临界值cv =5.9915，因而拒绝假设(测试水平为5%)。而Acceleration检验结果正好相反。

```
%对高等数学期末成绩进行正态分布拟合优度检验
>> score = xlsread('matscore.xlsx',1,'G3:G1867');
>> rs = score(randperm(length(score),100)); %随机抽样100个样本
>> [h,p,j,cv]=jbtest(rs)
 h = 0
 p = 0.5000
 j = 0.7664
 cv = 5.4314
```

说明 p=0.500远大于0.05，表示应该接受服从正态分布的假设；h=0也可接受服从正态分布；统计量的值j = 0.7664小于接受假设的临界值cv =5.4314，因而接受假设(测试水平为5%)。

3. Kolmogorov-Smirnov 检验

- kstest函数用来做单样本的K-S检验：它可以作双侧检验，检验样本是否服从指定的分布；也可做单侧检验，检验样本的分布函数是否在指定的分布函数之上或之下，这里的分布是完全确定的，不含有未知参数。
- kstest函数根据样本的经验分布函数$F_n(x)$和指定的分布函数$G(x)$构造检验统计量

$$KS = \max\left(\left|F_n(x) - G(x)\right|\right)$$

- 调用格式：

- [H,P,KSSTAT,CV] = kstest(X,cdf,alpha,tail)：指定累积分布函数为cdf的测试(cdf=[]时表示标准正态分布)，alpha为指定测试水平，默认0.05。P为原假设成立的概率，KSSTAT为测试统计量的值，CV为是否接受假设的临界值。tail取值'unequal'(Default，双边检验)、'larger'、'smaller'.
- 说明：原假设为X服从标准正态分布。若H=0则不能拒绝原假设，H=1则可以拒绝原假设。

3. Kolmogorov-Smirnov 检验

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

例17：产生100个威布尔随机数，测试该随机数服从的分布

```
>> x=weibrnd(1,2,100,1);
>> [H,p,ksstat,cv]=kstest(x,[x weibcdf(x,1,2)],0.05) %是否服从威布尔分布
H = 0
p = 0.5359
ksstat = 0.0789
cv = 0.1340
```

说明 H=0表示接受原假设，统计量ksstat小于临界值表示接受原假设。

```
>> [H,p,ksstat,cv]=kstest(x,[x expcdf(x,1)],0.05) %是否服从指数分布
H = 1
p = 2.7502e-005
ksstat = 0.2338
cv = 0.1340
```

说明 H=1表明拒绝服从指数分布的假设。

说明 H=1表明不服从标准正态分布。

```
>> [H,p,ksstat,cv]=kstest(x,[ ],0.05) %是否服从标准正态分布
```

```
%对高等数学期末成绩进行K-S检验
>> score = xlsread('matscore.xlsx',1,'G3:G1867');
>> rs = score(randperm(length(score),100));
>> cdf=[rs,normcdf(rs, 75,9)];
>> [h1,p,ksstat,cv]=kstest(rs,cdf)
h1 = logical 0
p = 0.5518
ksstat = 0.0779
cv = 0.1340
```

说明 p=0.5518远大于0.05，表示应该接受服从正态分布的假设；h=0也可接受服从正态分布；统计量的值j = 0.0779小于接受假设的临界值cv =0.1340，因而接受假设(测试水平为5%)。

4. 双样本的K-S检验

信阳师范学院
数学与统计学院
SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS

- kstest2函数检验具有相同的连续分布的两样本的经验分布函数，构造检验统计量

$$KS = \max\left(\left|F_1(x) - F_2(x)\right|\right)$$

其中$F_1(x)$和$F_1(x)$分别为两样本的经验分布函数。

- [H,P,KSSTAT] = kstest2(X1,X2,alpha,tail) %alpha为测试水平，默认0.05，P为假设成立的概率，KSSTAT为测试统计量的值。原假设为具有相同连续分布。测试结果若H=0，表示应接受原假设；若H=1，表示可以拒绝原假设。tail：unequal、larger、smaller

```
>> score = xlsread('matscore.xlsx',1,'G3:G1867');
>> banji1 = score(1:length(score)/2,:);
>> banji2 = score(length(score)/2:end,:);
>> %调用kstest2函数检验两个班级的总成绩是否服从相同的分布
>> [h,p,ks2stat]=kstest2(banji1,banji2)
```

```
h =
   0
p =
   0.6643
ks2stat =
   0.0335
```

由于h=0，p>0.05，所以在显著性水平0.05下，接受原假设，认为两个班级的总成绩服从相同的分布。

5. Lillefors检验

- 当总体均值和方差未知时，Lilliefor（1967年）提出了用样本均值和标准差代替总体的均值和标准差，然后使用K-S检验，这就是所谓的Lilliefors检验。
- 函数lillietest
  - [H,P,LSTAT,CV] = lillietest(X,alpha, distr) % 检验样本*x*是否服从参数distr指定的分布，在水平alpha而非5%下施行Lilliefors测试，alpha在0.01和0.2之间。distr为字符串变量，可能的取值为'norm'(正态分布，默认情况)，'exp'（指数分布），'ev'（极值分布）
  - P为接受假设的概率值，P越接近于0，则可以拒绝是正态分布的原假设；LSTAT为测试统计量的值，CV为是否拒绝原假设的临界值。
  - H为测试结果，若H=0，则可以认为X是服从正态分布的；若X=1，则可以否定X服从正态分布。

5. Lillefors检验

%高等数学成绩抽样并进行Lillefors检验

```
>> score = xlsread('matscore.xlsx',1,'G3:G1867');
>> rp = randperm(length(score),100);
>> rs = score(rp);
>> [H,P,LSTAT,CV] = lillietest(rs)
H =
     0
P =
    0.4066
LSTAT =
    0.0631
CV =
    0.0890
```

说明 h=0表示接受正态分布的假设；p = 0.4066表示服从正态分布的概率很大；统计量的值LSTAT = 0.0631小于接受假设的临界值cv =0.0890，因而接受假设(测试水平为5%)。

%随机生成卡方分布随机数，进行正态分布检验

```
>> Y=chi2rnd(10,100,1);
>> [h,p,l,cv]=lillietest(Y)
h =
     1
p =
    0.0245
l =
    0.0958
cv =
    0.0890
```

说明 h=1表示拒绝正态分布的假设；p = 0.0245表示服从正态分布的概率很小；统计量的值l = 0.958大于接受假设的临界值cv =0.0890，因而拒绝假设(测试水平为5%)。

三、分布的拟合与检验

案例：某校60名学生的一次考试成绩如下:

93	75	83	93	91	85	84	82	77	76	77	95	94	89	91
86	83	96	81	79	97	78	75	67	69	68	84	83	81	75
85	70	94	84	83	82	80	78	74	73	76	70	86	76	90
71	66	86	73	80	94	79	78	77	63	53	55	88	66	89

问题：分别进行chi2gof、 jbtest、 kstest、 kstest2、 lillietest检验

```
score = [93 75 83 93 91 85 84 82 77 76 77 95 94 89 91 88 86 83 96 81 79 97 78 75 67 69 68 84 83 81
75 66 85 70 94 84 83 82 80 78 74 73 76 70 86 76 90 89 71 66 86 73 80 94 79 78 77 63 53 55]';
```


01
IDEA
02
LEARNING
03
CREATIVE
INSPIRATION
EDUCATION
BUSINESS
PHOTO BOOK

感谢聆听