漳州市2020-2021学年(上)期末高中教学质量检测

高一数学试题

本试卷考试内容为：2019版人教A版第一册，分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题），共5页，满分150分，考试时间120分钟.

注意事项：

1. 答题前，考生务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的准考证号、姓名。考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名”与考生本人准考证号、姓名是否一致。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束，考生必须将试题卷和答题卡一并交回。

第I卷

一、单项选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合$A=\{-1, 0, 1\}$，$B=\{0, 1, 2\}$，则集合$A\cap B$的子集个数是

A. 2　　B. 4　　C. 8　　D. 16

2. 已知角α的终边上有一点P的坐标是$(3, 4)$，则$\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)$的值为

A. $-\frac{4}{5}$　　B. $-\frac{3}{5}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

3. 已知$a=2^{0.3}$，$b=0.3^{0.2}$，$c=\log_2 0.3$，则a，b，c的大小关系为

A. $c<b<a$　　B. $c<a<b$　　C. $b<a<c$　　D. $b<c<a$

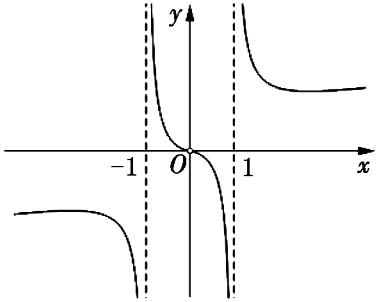
4. 函数$f(x)=\log_2 x+x-8$的零点所在的区间为

A. $(3, 4)$　　B. $(4, 5)$　　C. $(5, 6)$　　D. $(6, 7)$

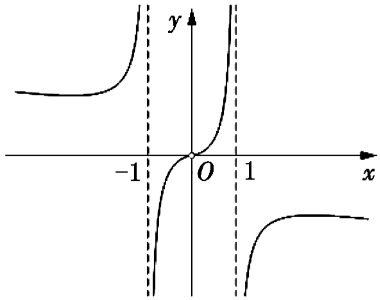
5. 若正数x，y满足$\frac{2}{x}+y=1$，则$x+\frac{2}{y}$的最小值为

A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 8

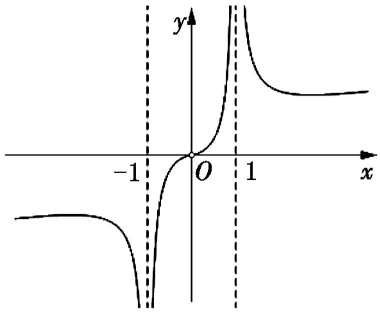
6. 函数$f(x)=\dfrac{x}{2\ln|x|}$的图象大致为



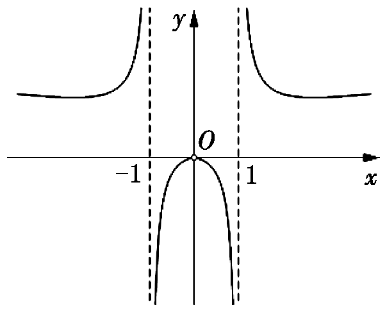
A.



B.



C.



D.

7. 已知$\sin(\alpha-\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$，$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，则$\tan\alpha$的值为

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. 2　　D. $-\dfrac{1}{2}$或2

8. 已知定义在$\mathbf{R}$上的函数$f(x)$满足$f(1)=1$，对于$\forall x_1, x_2\in\mathbf{R}$，当$x_1<x_2$时，都有$\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>2$，则不等式$f(\log_2 x)+1<\log_2 x^2$的解集为

A. $(-\infty, 2)$　　B. $(0, 2)$　　C. $(1, 2)$　　D. $(2, +\infty)$

二、多项选择题(本大题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，选对但不全的得3分，有选错的得0分)

9. 已知a，b，$c\in\mathbf{R}$且$a>b>c>0$，则下列结论正确的是

A. $2a>b+c$　　B. $a(c-b)>b(c-b)$

C. $\dfrac{1}{b}<\dfrac{1}{c}$　　D. $b-c>a-c$

10. 已知函数$f(x)=x^2-2(a-1)x+a$，若对于区间$[-1, 2]$上的任意两个不相等的实数x_1，x_2，都有$f(x_1)\neq f(x_2)$，则实数a的取值范围可以是

A. $(-\infty, 0]$　　B. $[0, 3]$　　C. $[-1, 2]$　　D. $[3, +\infty)$

11. 下列说法正确的是

A. $\exists x \in \mathbf{R}$，使得 $2^x \leqslant 0$

B. 命题“$\forall x \in \mathbf{R}$，$\sin x + 1 > 0$”的否定是“$\exists x \in \mathbf{R}$，$\sin x + 1 \leqslant 0$”

C.“$x > 1$”的一个充分不必要条件是“$x > 0$”

D. 若 $m > 0$，$n > 0$，则“$|\lg m| = |\lg n|$”是“$mn = 1$”的必要不充分条件

12. 已知函数 $f(x) = \sin x + \cos x$，$g(x) = \sin x \cdot \cos x$，则下列结论正确的是

A. 函数 $f(x)$ 的图象关于点$(\frac{\pi}{4}, 0)$对称

B. 函数 $y = |g(x)|$ 的最小正周期是$\frac{\pi}{2}$

C. 函数 $F(x) = f(x) - g(x)$ 在区间$[0, \frac{\pi}{4}]$上单调递减

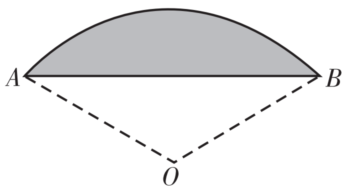
D. 把函数 $y = f(2x)$ 图象上所有的点向右平移$\frac{\pi}{8}$个单位长度得到的函数图象的对称轴与函数 $y = g(x)$ 图象的对称轴完全相同

三、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13. 已知幂函数 $y = f(x)$ 的图象过点$(\frac{1}{2}, 4)$，则 $f(\sqrt{2}) =$ ________ .

14. 函数 $f(x) = 0.3^{1-x^2}$ 的单调递增区间为________ .

15.《九章算术》是中国古代的数学名著，其中《方田》一章给出了弧田面积的计算方法 . 如图所示，弧田是由圆弧$\overset{\frown}{AB}$和其对弦 AB 围成的图形，若弧田所在圆的半径为 6，弦 AB 的长是 $6\sqrt{3}$，则弧田的弧长为________；弧田的面积是________.（本小题第一空 2 分，第二空 3 分）



16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |2^x - 1|, & x < 1 \\ -x^2 + 4x - 3, & x \geqslant 1 \end{cases}$，若方程 $f(4\sin x - 1) = a$ 在$(0, \pi)$上有 8 个实数根，则实数 a 的取值范围是________ .

四、解答题(本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤)

17.（本小题满分 10 分）

已知集合 $A = \{x \mid 0 < \frac{x-1}{3} \leqslant 1\}$，$B = \{x \mid y = \frac{1}{\sqrt{-x^2 + 10x - 16}}\}$.

（1）若集合 $C = \{x \mid x \leqslant a\}$ 满足 $A \cap C = A$，求实数 a 的取值范围；

（2）若集合 $D = \{x \mid x \in A \cup B$，且 $x \notin A \cap B\}$，求集合 D.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2})$的图象与直线$y=2$的相邻两个交点间的距离为$2\pi$，且________.

在①函数$f(x+\frac{\pi}{6})$为偶函数；②$f(\frac{\pi}{3})=\sqrt{3}$；③$\forall x\in\mathbf{R}$，$f(x)\leqslant f(\frac{\pi}{6})$；这三个条件中任选一个，补充在上面问题中，并解答.

(1) 求函数$f(x)$的解析式；

(2) 求函数$f(x)$在$[0,\pi]$上的单调递增区间.

19. (本小题满分 12 分)

已知函数$f(x)=4x^2-ax+1$.

(1) 若函数$f(x)$在区间$(0,1)$上有两个相异的零点，求实数a的取值范围；

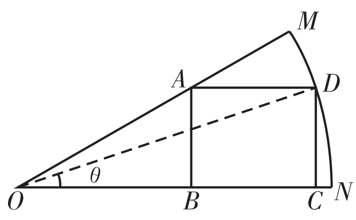
(2) 若函数$f(x)$在区间$[-1,1]$上的最小值为0，求实数a的值.

20. (本小题满分 12 分)

如图，在扇形OMN中，半径$OM=10$，圆心角$\angle MON=\frac{\pi}{6}$，D是扇形弧上的动点，矩形$ABCD$内接于扇形，记$\angle DON=\theta$，矩形$ABCD$的面积为S.

(1) 用含θ的式子表示线段DC，OB的长；

(2) 求S的最大值.



21.（本小题满分 12 分）

漳州市某研学基地，因地制宜划出一片区域，打造成“生态水果特色区”．经调研发现：某水果树的单株产量 W（单位：千克）与施用肥料 x（单位：千克）满足如下关系：

$$W(x)=\begin{cases}2(x^2+17), & 0\leqslant x\leqslant 2\\ 50-\dfrac{8}{x-1}, & 2<x\leqslant 5\end{cases}$$，且单株施用肥料及其它成本总投入为 $20x+10$ 元．已知这种水果的市场售价大约为 10 元／千克，且销路畅通供不应求．记该水果树的单株利润为 $f(x)$（单位：元）．

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（2）当施用肥料为多少千克时，该水果树的单株利润最大？最大利润是多少？

22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=2^x$，$g(x)=\log_3\dfrac{1-x}{1+x}$.

（1）求 $f(\log_2 2020)+g\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ 的值；

（2）试求出函数 $g(x)$ 的定义域，并判断该函数的单调性与奇偶性；

（判断函数的单调性不必给出证明．）

（3）若函数 $F(x)=f(2x)-3f(x)$，且对 $\forall x_1\in[0,1]$，$\forall x_2\in\left[-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right]$，都有 $F(x_1)>g(x_2)+m$ 成立，求实数 m 的取值范围．

本页无试题　可当草稿用

漳州市 2020-2021 学年（上）期末高中教学质量检测

高一数学参考答案

评分说明：

1. 本解答给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容比照评分标准制定相应的评分细则。

2. 对计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应给分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分。

3. 解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数。

4. 只给整数分数。选择题和填空题不给中间分。

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1	2	3	4	5	6	7	8
B	D	A	C	D	A	C	B

二、多项选择题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，选对但不全的得 3 分，有选错的得 0 分）

9	10	11	12
AC	AD	BD	BCD

三、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. $\frac{1}{2}$　　14. $(0,+\infty)$　　15. 4π　　$12\pi-9\sqrt{3}$　　16. $(0,\frac{1}{2})$

选择填空解析：

1.【答案】B

【解析】$A\cap B=\{0,1\}$，$\therefore$ 它的子集个数为 $2^2=4$.

2.【答案】D

【解析】依题有 $r=\sqrt{3^2+4^2}=5$，$\therefore \sin\alpha=\frac{4}{5}$，$\therefore \cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\sin\alpha=\frac{4}{5}$.

3.【答案】A

【解析】$a=2^{0.3}>2^0=1$；$b=0.3^{0.2}<0.3^0=1$，又 $\because b>0$，$\therefore b\in(0,1)$；

$c=\log_2 0.3<\log_2 1=0$，$\therefore c<b<a$.

4.【答案】C

【解析】$\because f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，且 $f(5)=\log_2 5-3<0$，$f(6)=\log_2 6-2>0$，$\therefore f(5)$

$\cdot f(6) < 0$,所以函数$f(x)$的零点在区间$(5,6)$内.

5.【答案】D

【解析】$x+\frac{2}{y}=(\frac{2}{x}+y)(x+\frac{2}{y})=2+\frac{4}{xy}+xy+2\geqslant 4+2\sqrt{4}=8$,当且仅当$\begin{cases}\frac{4}{xy}=xy\\ \frac{2}{x}+y=1\end{cases}$,

即$\begin{cases}x=4\\ y=\frac{1}{2}\end{cases}$时,等号成立,$\therefore\ (x+\frac{2}{y})_{\min}=8$.

6.【答案】A

【解析】$f(x)$的定义域为$\{x\mid x\neq \pm 1$,且$x\neq 0\}$,且$f(-x)=\frac{-x}{2\ln|-x|}=-f(x)$,$\therefore f(x)$为奇函数,排除选项D;由$f(e)>0$,$f(\frac{1}{e})<0$,排除B,C选项,$\therefore$ 选A.

7.【答案】C

【解析】$\because 0<\alpha<\frac{\pi}{2}$,$\therefore\ -\frac{\pi}{4}<\alpha-\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{4}$,$\therefore \cos(\alpha-\frac{\pi}{4})=\frac{3\sqrt{10}}{10}$,

$\therefore\ \tan(\alpha-\frac{\pi}{4})=\frac{\sin(\alpha-\frac{\pi}{4})}{\cos(\alpha-\frac{\pi}{4})}=\frac{1}{3}$,

$\therefore\ \tan\alpha=\tan[(\alpha-\frac{\pi}{4})+\frac{\pi}{4}]=\frac{\tan(\alpha-\frac{\pi}{4})+1}{1-\tan(\alpha-\frac{\pi}{4})}=\frac{\frac{1}{3}+1}{1-\frac{1}{3}}=2$.

8.【答案】B

【解析】$\because$ 对任意$x_1<x_2$,都有$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>2$,即$f(x_1)-2x_1<f(x_2)-2x_2$,即函数$F(x)=f(x)-2x$在$\mathbf{R}$上是增函数.又$f(1)=1$,$\therefore F(1)=f(1)-2\times 1=-1$,

不等式$f(\log_2 x)+1<\log_2 x^2$,可化为$f(\log_2 x)-2\log_2 x<-1$,即$F(\log_2 x)<F(1)$,

$\therefore\ \log_2 x<1$,即$0<x<2$.

9.【答案】AC

【解析】由$a>b>c>0$得:$a>b$,$a>c$,$\therefore 2a>b+c$,故选项A正确;由$a>b>c>0$得:$a>b$,$c-b<0$,$\therefore a(c-b)<b(c-b)$,故选项B错误;由$b>c>0$得:$\frac{1}{b}<\frac{1}{c}$,故选项C正确;由$a>b>c>0$得:$0<b-c<a-c$,故选项D错误.

10.【答案】AD

【解析】二次函数 $f(x)=x^2-2(a-1)x+a$ 图象的对称轴为直线 $x=a-1$,

$\because$ 任意 $x_1,x_2\in[-1,2]$ 且 $x_1\neq x_2$,都有 $f(x_1)\neq f(x_2)$,

即 $f(x)$ 在区间 $[-1,2]$ 上是单调函数,$\therefore a-1\leqslant-1$ 或 $a-1\geqslant 2$,

$\therefore a\leqslant 0$ 或 $a\geqslant 3$,即实数 a 的取值范围为 $(-\infty,0]\cup[3,+\infty)$.

11.【答案】BD

【解析】$\because 2^x>0$ 恒成立,$\therefore$ 选项 A 错误;选项 B 正确;$\because x>1\Rightarrow x>0$,反之不成立,$\therefore$ 选项 C 错误;若 $|\lg m|=|\lg n|$,则 $\lg m=\lg n$ 或 $\lg m=-\lg n$,那么 $\lg\frac{m}{n}=0$ 或 $\lg(mn)=0$,

也即 $\frac{m}{n}=1$ 或 $mn=1$,$\therefore$ “$|\lg m|=|\lg n|$”是“$mn=1$”的必要不充分条件,即选项 D 正确.

12.【答案】BCD

【解析】$f(x)=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})$ 的图象不关于点 $(\frac{\pi}{4},0)$ 对称,$\therefore$ 选项 A 错误;$g(x)=\frac{1}{2}\sin 2x$,

$\therefore |g(x)|=\frac{1}{2}|\sin 2x|$ 的周期 $T=\frac{\pi}{2}$,$\therefore$ 选项 B 正确;令 $t=f(x)$,则 $g(x)=\frac{t^2-1}{2}$,

$\therefore F(x)=t-\frac{t^2-1}{2}=-\frac{1}{2}t^2+t+\frac{1}{2}$,

又 $\because t=f(x)=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})$ 在 $[0,\frac{\pi}{4}]$ 上单调递增,

且当 $x\in[0,\frac{\pi}{4}]$ 即 $\frac{\pi}{4}\leqslant x+\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{\pi}{2}$ 时,$t\in[1,\sqrt{2}]$,而 $y=-\frac{1}{2}t^2+t+\frac{1}{2}=$ $-\frac{1}{2}(t-1)^2+1$ 关于 t 在 $[1,\sqrt{2}]$ 单调递减,$\therefore$ 函数 $F(x)=f(x)-g(x)$ 在 $[0,\frac{\pi}{4}]$ 上单调递减,即选项 C 正确;$f(2x)=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度后得到函数 $y=\sqrt{2}\sin 2x$ 的图象的对称轴与函数 $g(x)$ 的图象的对称轴完全相同,$\therefore$ 选项 D 正确.

13.【答案】$\frac{1}{2}$

【解析】设 $f(x)=x^{\alpha}$,由 $f(\frac{1}{2})=(\frac{1}{2})^{\alpha}=4$,得 $\alpha=-2$,又 $\because f(x)=x^{-2}$,$\therefore f(\sqrt{2})=\frac{1}{2}$.

14.【答案】$(0,+\infty)$(或写成 $[0,+\infty)$)

【解析】二次函数 $y=1-x^2$ 开口向下,且对称轴为直线 $x=0$,且 $0<0.3<1$,

$\therefore$ 函数 $f(x)=0.3^{1-x^2}$ 的单调递增区间为 $(0,+\infty)$

15.【答案】4π　　$12\pi-9\sqrt{3}$

【解析】$\because$ 弧田所在圆的半径为6，弦AB的长是$6\sqrt{3}$，$\therefore$ 弧田所在圆的圆心角 $\angle AOB=\dfrac{2\pi}{3}$，

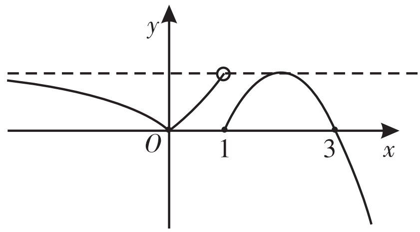
$\therefore$ 弧田的弧长为$6\times\dfrac{2\pi}{3}=4\pi$；扇形$AOB$的面积为$\dfrac{1}{2}\times4\pi\times6=12\pi$，三角形$AOB$的面积为$\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times3=9\sqrt{3}$，$\therefore$ 弧田的面积为$12\pi-9\sqrt{3}$.

16.【答案】$(0,\dfrac{1}{2})$

【解析】$t(x)=4\sin x-1$在$(0,\dfrac{\pi}{2})$上单调递增，

在$(\dfrac{\pi}{2},\pi)$上单调递减，$t(\dfrac{\pi}{2})=3$，$t(0)=t(\pi)=-1$

又$\because f(-1)=\dfrac{1}{2}$，$f(1)=f(3)=0$，



由函数$f(x)$的图象(如图)知，要使得方程$f(4\sin x-1)=a$在$(0,\pi)$上有8个实根，则实数a的取值范围是$(0,\dfrac{1}{2})$.

四、解答题(本大题共6小题，共70分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤)

17. 解：(1) $A=\{x|1<x\leqslant4\}$， ………………………… 2分

$\because A\cap C=A$，$\therefore A\subseteq C$， ………………………… 3分

$\therefore a\geqslant4$，$\therefore a$的取值范围为$[4,+\infty)$ ………………………… 5分

(2) 由$-x^2+10x-16>0$得$2<x<8$，即$B=\{x|2<x<8\}$ ………… 7分

$\therefore A\cup B=\{x|1<x<8\}$，$A\cap B=\{x|2<x\leqslant4\}$ ………… 9分

$\therefore D=\{x|1<x\leqslant2$，或$4<x<8\}$ ………………………… 10分

18. 解：$\because f(x)$的图象与直线$y=2$的相邻两个交点间的距离为2π，

$\therefore T=2\pi$，即$\dfrac{2\pi}{\omega}=2\pi$ $\therefore \omega=1$，

$\therefore f(x)=2\sin(x+\varphi)$ ………………………… 2分

方案一：选条件①

(1) $\because f(x+\dfrac{\pi}{6})=2\sin(x+\varphi+\dfrac{\pi}{6})$为偶函数，

$\therefore \varphi+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$，即$\varphi=\dfrac{\pi}{3}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$ ………………………… 4分

$\because 0<\varphi<\dfrac{\pi}{2}$，$\therefore \varphi=\dfrac{\pi}{3}$，$\therefore f(x)=2\sin(x+\dfrac{\pi}{3})$ ………………………… 6分

(2) 方法1：令$-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant x+\dfrac{\pi}{3}\leqslant\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$， ………………… 8分

得：$-\frac{5}{6}\pi+2k\pi\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{6}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$ ………………………………… 9 分

令 $k=0$，得 $-\frac{5\pi}{6}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{6}$，

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上的单调递增区间为 $[0,\frac{\pi}{6}]$（写成开区间也可得分）

……………………………………………………………………………………… 12 分

方法 2：令 $t=x+\frac{\pi}{3}$，$x\in[0,\pi]$，则 $t\in[\frac{\pi}{3},\frac{4\pi}{3}]$，………………… 8 分

$\because y=\sin t$，$t\in[\frac{\pi}{3},\frac{4\pi}{3}]$ 的单调递增区间是 $[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}]$，

且由 $\frac{\pi}{3}\leqslant x+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{\pi}{2}$，得 $0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{6}$， ……………………………………… 11 分

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上的单调递增区间为 $[0,\frac{\pi}{6}]$（写成开区间也可得分）

……………………………………………………………………………………… 12 分

方案二：选条件 ②

（1）方法 1：$\because f(\frac{\pi}{3})=2\sin(\frac{\pi}{3}+\varphi)=\sqrt{3}$，$\therefore \sin(\frac{\pi}{3}+\varphi)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore \frac{\pi}{3}+\varphi=\frac{\pi}{3}+2k\pi$ 或 $\frac{\pi}{3}+\varphi=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$， ……………………… 3 分

$\therefore \varphi=2k\pi$ 或 $\varphi=\frac{\pi}{3}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$， ……………………………………… 4 分

$\because 0<\varphi<\frac{\pi}{2}$，$\therefore \varphi=\frac{\pi}{3}$，$\therefore f(x)=2\sin(x+\frac{\pi}{3})$； ……………………… 6 分

方法 2：$\because f(\frac{\pi}{3})=2\sin(\frac{\pi}{3}+\varphi)=\sqrt{3}$，$\therefore \sin(\frac{\pi}{3}+\varphi)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\because 0<\varphi<\frac{\pi}{2}$，$\therefore \frac{\pi}{3}<\frac{\pi}{3}+\varphi<\frac{5\pi}{6}$， ……………………………………… 4 分

$\therefore \frac{\pi}{3}+\varphi=\frac{2\pi}{3}$ 即 $\varphi=\frac{\pi}{3}$，$\therefore f(x)=2\sin(x+\frac{\pi}{3})$； ……………………… 6 分

（2）同方案一.

方案三：选条件 ③

$\because \forall x\in\mathbf{R}$，$f(x)\leqslant f(\frac{\pi}{6})$，$\therefore f(\frac{\pi}{6})$ 为 $f(x)$ 的最大值，

$\therefore \frac{\pi}{6}+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，即 $\varphi=\frac{\pi}{3}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$ ………………… 4 分

$\because 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$，$\therefore \varphi = \frac{\pi}{3}$，$\therefore f(x) = 2\sin(x + \frac{\pi}{3})$ …………………………… 6 分

（2）同方案一

19. 解：（1）方法一：依题意可得$\begin{cases}\Delta = a^2-16>0\\ 0<\dfrac{a}{8}<1\\ f(0)=1>0\\ f(1)=5-a>0\end{cases}$ ………………………………………… 4分

$\therefore \begin{cases}a<-4，或 a>4\\ 0<a<8\\ a<5\end{cases}$ ………………………………………………………… 5分

$\therefore 4<a<5$； …………………………………………………………………… 6分

方法二：由$f(x)=4x^2-ax+1=0 \Leftrightarrow a=4x+\dfrac{1}{x}(0<x<1)$， ………… 1分

令$\varphi(x)=4x+\dfrac{1}{x}(0<x<1)$，设$0<x_1<x_2<1$，

$\because \varphi(x_2)-\varphi(x_1)=4(x_2-x_1)+(\dfrac{1}{x_2}-\dfrac{1}{x_1})=(x_2-x_1)(4-\dfrac{1}{x_1x_2})$

$=(x_2-x_1)\dfrac{(4x_1x_2-1)}{x_1x_2}$，

若$0<x_1<x_2<\dfrac{1}{2}$，则$0<x_1x_2<\dfrac{1}{4}$，即$\dfrac{4x_1x_2-1}{x_1x_2}<0$，又$x_2-x_1>0$

……………………………………………………………………………………… 2分

$\therefore \varphi(x_2)-\varphi(x_1)<0$，即$\varphi(x)$在$(0,\dfrac{1}{2})$上单调递减， ……………… 3分

若$\dfrac{1}{2}<x_1<x_2<1$，同理可得$\varphi(x)$在$(\dfrac{1}{2},1)$上单调递增， ………… 4分

$\because \varphi(\dfrac{1}{2})=4$，$\varphi(1)=5$， …………………………………………………… 5分

$\therefore$ 要使$f(x)$在$(0,1)$上有两个零点，只需$4<a<5$； ………………… 6分

（2）$\because f(x)=4x^2-ax+1=4(x-\dfrac{a}{8})^2+1-\dfrac{a^2}{16}$， ……………………………… 7分

① 当$\dfrac{a}{8}<-1$即$a<-8$时，$f(x)$在区间$[-1,1]$的最小值为$f(-1)=5+a$，

依题意有$a+5=0$，即$a=-5$(舍)； ………………………………………… 8分

② 当$-1\leqslant\dfrac{a}{8}\leqslant1$即$-8\leqslant a\leqslant8$时，$f(x)$在区间$[-1,1]$的最小值为

$f(\dfrac{a}{8})=1-\dfrac{a^2}{16}$，

根据题意有 $1-\frac{a^2}{16}=0$，即 $a=\pm 4$； …………………………………… 10 分

③ 当 $\frac{a}{8}>1$ 即 $a>8$ 时，$f(x)$ 在区间 $[-1,1]$ 的最小值为 $f(1)=5-a$，

根据题意有 $5-a=0$，即 $a=5$(舍)； …………………………………… 11 分

综上：实数 a 的值为 ± 4； …………………………………… 12 分

20. 解：(1) 在 RtΔDCO 中，$OD=10$，$\therefore DC=10\sin\theta$，$\theta\in(0,\frac{\pi}{6})$， ………… 1 分

又 RtΔABO 中，$\angle AOB=\frac{\pi}{6}$，$AB=DC=10\sin\theta$， ………………… 3 分

$\therefore OB=\sqrt{3}AB=10\sqrt{3}\sin\theta$，$\theta\in(0,\frac{\pi}{6})$； ………………………… 5 分

(2) 在 RtΔDOC 中，$OC=10\cos\theta$，$\therefore BC=OC-OB=10(\cos\theta-\sqrt{3}\sin\theta)$，

$\therefore S=AB\cdot BC=100\sin\theta(\cos\theta-\sqrt{3}\sin\theta)$ ………………………… 7 分

$=100(\frac{1}{2}\sin2\theta-\sqrt{3}\cdot\frac{1-\cos2\theta}{2})=100\sin(2\theta+\frac{\pi}{3})-50\sqrt{3}$， ………… 9 分

$\because 0<\theta<\frac{\pi}{6}$，$\therefore \frac{\pi}{3}<2\theta+\frac{\pi}{3}<\frac{2\pi}{3}$， ………………………… 10 分

$\therefore$ 当 $2\theta+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$ 即 $\theta=\frac{\pi}{12}$ 时，$S_{\max}=100-50\sqrt{3}$. ……………… 12 分

21. 解：(1) 由已知 $f(x)=10W(x)-(20x+10)$， ……………………………… 1 分

$$\therefore f(x)=\begin{cases}20(x^2+17)-(20x+10), & 0\leqslant x\leqslant 2\\ 500-\frac{80}{x-1}-(20x+10), & 2<x\leqslant 5\end{cases},$$ ………………… 4 分

$$\therefore f(x)=\begin{cases}20x^2-20x+330, & 0\leqslant x\leqslant 2\\ 490-\frac{80}{x-1}-20x, & 2<x\leqslant 5\end{cases}$$ ………………………… 6 分

(2) 由(1) 得当 $0\leqslant x\leqslant 2$ 时，$f(x)=20x^2-20x+330=20(x-\frac{1}{2})^2+325$，

$\therefore$ 当 $0\leqslant x\leqslant 2$ 时，$f(x)\leqslant f(2)=370$； ………………………… 8 分

当 $2<x\leqslant 5$ 时，$f(x)=490-\frac{80}{x-1}-20x=490-[\frac{80}{x-1}+20(x-1)+20]$

$$=470-[\frac{80}{x-1}+20(x-1)]$$

$$\leqslant 470-2\sqrt{\frac{80}{x-1}\cdot 20(x-1)}=390$$

当且仅当$\frac{80}{x-1}=20(x-1)$时，即$x=3$时等号成立. …………………… 10 分

$\because 370<390$，$\therefore$ 当$x=3$时，$f(x)_{\max}=390$.

即当施用肥料为 3 千克时，该水果树的单株利润最大，最大利润是 390 元.

…………………………………………………………………………………………… 12 分

22. 解：(1)$f(\log_2 2020)+g(-\frac{1}{2})=2^{\log_2 2020}+\log_3 3=2021$； ………………………………… 2 分

(2) 由$\frac{1-x}{1+x}>0$有$-1<x<1$，$\therefore$ 函数$g(x)$的定义域为$(-1,1)$. …… 3 分

$\because g(x)=\log_3\frac{1-x}{1+x}=\log_3(-1+\frac{2}{1+x})$，$\therefore$ 函数$g(x)$在$(-1,1)$上为减函数；

…………………………………………………………………………………………… 5 分

$g(-x)=\log_3\frac{1+x}{1-x}=-g(x)$，且定义域关于原点对称，$\therefore$ 函数$g(x)$为奇函数；

…………………………………………………………………………………………… 7 分

(3) $\because$ 对$\forall x_1\in[0,1]$，$\forall x_2\in[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$，都有$F(x_1)>g(x_2)+m$恒成立，

$\therefore F(x)_{\min}>g(x)_{\max}+m$ …………………………………………………………… 8 分

由(2)知$g(x)$在$[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$上为减函数，$\therefore g(x)_{\max}=g(-\frac{1}{2})=1$ … 9 分

$\because F(x)=f(2x)-3f(x)=2^{2x}-3\cdot 2^x$

令$t=2^x$，则$y=t^2-3t$，当$x\in[0,1]$时，$1\leqslant t\leqslant 2$

$\therefore$ 当$t=\frac{3}{2}$即$x=\log_2\frac{3}{2}=\log_2 3-1$时，$F(x)_{\min}=-\frac{9}{4}$， ……………… 11 分

$\therefore -\frac{9}{4}>1+m$，即$m<-\frac{13}{4}$

$\therefore m$的取值范围为$(-\infty,-\frac{13}{4})$ ………………………………………………… 12 分