一、1-100的求和

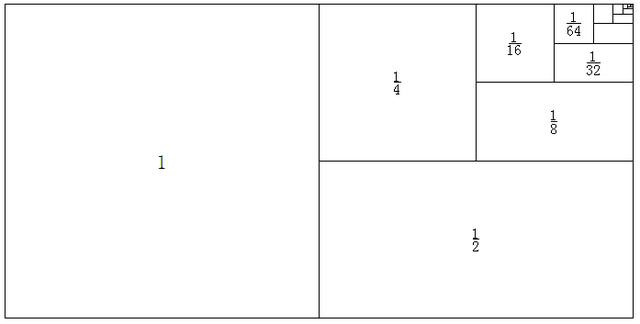
1+2+3+4+…+100=(1+100)\*50=5050

二、1-n的求和公式

1+2+3+…+n=n(1+n)/2

三、1+1/2+1/4+1/8+1/16+...=2

3.1 几何证明法



3.2 归纳法

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
| … | … | … |
|  |  |  |

四、有如下等比数列，对于x≠1且n≥0：

可以用归纳证明法来验证，计算当n=0和n=k+1时的表达式的值。

也可以令上式的左边表达式=S，两边同时系着以X，再两个等式相减，化简后即可得到上式的右边表达式。

当x=1/2时，

五、有如下等比数列，对于-1<x<1：

当x=1/2时，

当x=－1/2时，

利用上面的等比数列，还可以得出：

对于

如果我们将等比数列中的x替换成-x²，当1<x<1，时有：

y=arctanx的导数

对等式两边同时求不定积分（注意arctan0=0），就会得到：

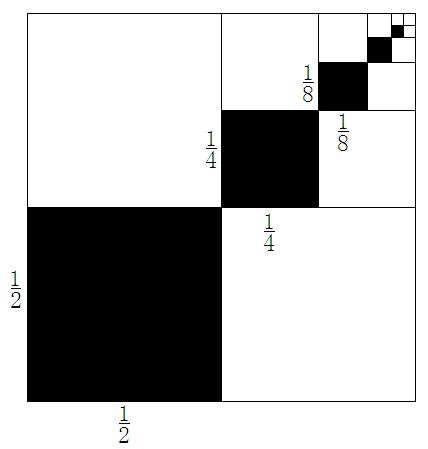
令x趋近0，就会得到：

六、对于下面的等比数列：

从各项中分别提取1/4，

令x=1/4，根据前面的等比数列公式，可以得出：

也有一个无须语言的直观的几何证明：



调和级数（harmonic series）

古希腊人发现，如果琴弦长度与1、1/2、1/3、1/4、1/5…成比例关系，就可以弹奏出悦耳动听的音乐。

通过证明上式左边表达式的和是无穷大即可。

# 九、1+1/2+1/3+…+1/n ≈ γ + ln n

其中γ = 0.577 215 5649…，称为欧拉-马歇罗尼常数；

1/2+1/3+1/5+1/7+1/11+1/13+…+1/p ≈ M + ln ln p

其中p = 0.261 497 2…，称为梅尔滕斯常数；

调大调和级数的各个项，它们的和也是发散的。

因为当n>1时，有

但量，即使让各项变小，和也不一定会收敛。如，让调和级数的所有项都除以100，它仍然是一个发散级数。

不过，把各项变小，也有可能得到一个收敛级数。如，让所有项进行平方运算，它们的和就会收敛。根据欧拉的证明：

所以，上面数字的和至少为：

-End-