

# 4x4 MIMO Channel Estimation

Ji Fang

July 18, 2012

## 1 4x4 MIMO 信道估计

802.11n 中 4x4 Preamble 正交序列

	t1	t2	t3	t4
P1	1	-1	1	1
P2	1	1	-1	1
P3	1	1	1	-1
P4	-1	1	1	1

Table 1: 802.11n HTLTF 正交化序列

接收端第一根天线在各时刻接收到的信号为（X 为 HTLTF 序列）

$$y_{1,t1} = h_{11}X + h_{12}X + h_{13}X - h_{14}X \quad (1)$$

$$y_{1,t2} = -h_{11}X + h_{12}X + h_{13}X + h_{14}X \quad (2)$$

$$y_{1,t3} = h_{11}X - h_{12}X + h_{13}X + h_{14}X \quad (3)$$

$$y_{1,t4} = h_{11}X + h_{12}X - h_{13}X + h_{14}X \quad (4)$$

解方程

$$y_1 = y_{1,t1} + y_{1,t4} = 2h_{11}X + 2h_{12}X \quad (5)$$

$$y_2 = y_{1,t2} - y_{1,t3} = -2h_{11}X + 2h_{12}X \quad (6)$$

$$y_3 = y_{1,t1} - y_{1,t4} = 2h_{13}X - 2h_{14}X \quad (7)$$

$$y_4 = y_{1,t2} + y_{1,t3} = 2h_{13}X + 2h_{14}X \quad (8)$$

$$h_{11} = (y_1 - y_2)/4X \quad (9)$$

$$h_{12} = (y_1 + y_2)/4X \quad (10)$$

$$h_{13} = (y_3 + y_4)/4X \quad (11)$$

$$h_{14} = (y_4 - y_3)/4X \quad (12)$$

其余信道可由上述方法解出。各天线  $i$  可并行计算各自的信道  $h_{i,j}, j \in \{1, 2, 3, 4\}$

## 2 频偏估计

### 2.1 基本概念

在时域接收到的信号为  $y(t) = x(t)e^{j2\pi\Delta f t}$ ，在频域为  $Y = X(f - f')$ 。即时域旋转等价于频域移位。

粗频偏、细频偏应该是纠偏过程之中的概念，感觉两者没有什么实质差别，看的无非是一个纠偏精确度的问题；其实可以把粗频偏和细频偏合到一起做也可以的。当然纠偏也可以采用第一次纠偏之后再跟踪残余频偏的方式进行。

- 整数倍频偏和小数倍频偏是频偏大小的概念。一般用好的天线是不存在整数倍频偏的。整数倍频偏导致的是子载波数据的偏移，而小数倍频偏导致的是 ICI。
- 不能先进行整数倍频偏估计再进行小数倍频偏估计。因为一般整数倍频偏导致的是子载波数据的偏移，其估计方式是在频域估计；而小数倍频偏会导致 ICI，使得频域数据无法提取。所以必须先估计出小数倍频偏，消除了 ICI，提取出频域子载波数据，然后再做整数倍频偏估计。

## 2.2 802.11 中频偏估计

在 802.11a/g/n 中，使用 legacy long training field (L-LTF) 来估计  $\Delta f_{ij}$ 。  $\Delta f_{ij} = -\frac{\arg[y(t-\delta t)y^*(t)]}{2\pi\delta t}$ ，  $\delta t = 3.2\mu s$ 。  $\arg$  被定义为  $\arctan$ ，其取值范围为  $(-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2})$ 。所以利用 L-LTF 估计的频偏范围为  $(-78.125KHz, +78.125KHz)$ 。子载波间隔为  $\Delta f = \frac{20MHz}{64} = 312.5KHz$ 。

## 2.3 频偏带来 ICI

发送的时域信号为  $x = [x_0, x_1, \dots, x_{63}]$ ，设频偏为  $\Delta f$ ，则接收到的时域信号为

$$r = [x_0 e^{j\frac{2\pi*0\Delta f}{f_s}}, x_1 e^{j\frac{2\pi*1\Delta f}{f_s}}, \dots, x_{63} e^{j\frac{2\pi*63\Delta f}{f_s}}] \quad (13)$$

接收到的频域信号为  $R = FFT(r)$ 。由于频偏的存在，FFT 之后的结果中存在 ICI。

As noted in ([http://www.stanford.edu/~hsinying/pubs/globecom10-cdma\\_ici.pdf](http://www.stanford.edu/~hsinying/pubs/globecom10-cdma_ici.pdf)), received signal on subcarrier  $i$  in AWGN channel with ICI is

$$R(i) = X(i)S(0) \quad (14)$$

$$+ \sum_{l=0, l \neq i}^{N-1} X(l)S(l-i) + n_i \quad (15)$$

$$i = 0, 1, \dots, N-1$$

where  $N$  is the total number of subcarriers,  $X(i)$  denotes the transmitted symbol,  $n_i$  is the additive Gaussian noise on  $i^{th}$  subcarrier. The sequence  $S(l-i)$  is the ICI coefficient from  $l^{th}$  subcarrier to  $i^{th}$  subcarrier:

$$S(l-i) = \frac{\sin(\pi(\epsilon + l - i))}{N \sin(\frac{\pi}{N}(\epsilon + l - i))} \quad (16)$$

$$\cdot \exp(j\pi(1 - \frac{1}{N})(\epsilon + l - i)) \quad (17)$$

where  $\epsilon$  is the normalized frequency offset given by  $\epsilon = \frac{\Delta f}{\Delta F}$ ,  $\Delta F$  is the subcarrier bandwidth,  $\Delta f$  is the carrier frequency offset.  $S(0)$  对于  $X(i)$  的影响在于幅度的减小和相位的旋转。当  $\epsilon$  很小是可以忽略 ICI，认为 ICI 为噪声。

## 2.4 频偏造成旋转

设  $\Delta f$  是频偏，估计在  $t$  时间后旋转多少度

$$\theta = \frac{2\pi\Delta f t}{\pi} \cdot 180 \quad (18)$$

$$= 360 \cdot \Delta f \cdot t \quad (19)$$

假设  $\Delta f = 10KHz$ ,  $t = 4 * 10^{-9}s$ ，那么旋转过的角度为 0.0144 度，即在一个 OFDM Symbol 内，可以认为不旋转，相邻两个 OFDM Symbol 之间的相位差可以忽略，这样在估计信道的时候，相位带来的影响就很小了。

在 802.11 中，使用 L-LTF 来估计  $\Delta f$ ，估计出来的值会不准确，有一定的方差。比如已知  $\Delta f = 80KHz$ ，在固定噪声的情况下进行多次估计，得到的估计值  $\Delta \hat{f}$  符合均值为 80KHz，方差为  $\sigma$  ( $\sigma$  取决于 SNR) 的高斯分布 (Figure 1)。

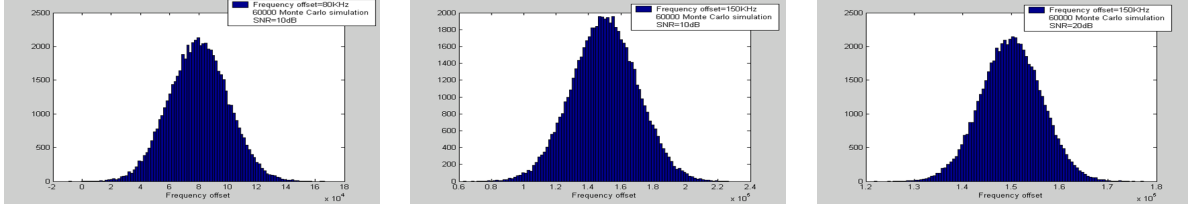


Figure 1: 频偏估计误差

## 2.5 多用户频偏估计

假设有  $M$  个发送端 (STA),  $N$  个接收端 (AP), 各自的中心频率不相同。设  $\Delta f_{ij}$  为  $STA_j$  与  $AP_i$  之间的频偏。

以 2x2 为例, 每个用户频域上有 4 个 pilot, 用户  $i$  的 pilot 分别为  $p_{i,-21}$ ,  $p_{i,-7}$ ,  $p_{i,7}$ ,  $p_{i,21}$ , 在  $t$  时刻接收端  $i$  在第  $k$  个 pilot 上收到的信号为  $y_{i,k}^t$

$$y_{1,-21}^t = h_{11,-21}^t f_{11} p_{1,-21} + h_{12,-21}^t f_{12} p_{2,-21} \quad (20)$$

$$y_{2,-21}^t = h_{21,-21}^t f_{21} p_{1,-21} + h_{22,-21}^t f_{22} p_{2,-21} \quad (21)$$

$$y_{1,-7}^t = h_{11,-7}^t f_{11} p_{1,-7} + h_{12,-7}^t f_{12} p_{2,-7} \quad (22)$$

$$y_{2,-7}^t = h_{21,-7}^t f_{21} p_{1,-7} + h_{22,-7}^t f_{22} p_{2,-7} \quad (23)$$

$$y_{1,7}^t = h_{11,7}^t f_{11} p_{1,7} + h_{12,7}^t f_{12} p_{2,7} \quad (24)$$

$$y_{2,7}^t = h_{21,7}^t f_{21} p_{1,7} + h_{22,7}^t f_{22} p_{2,7} \quad (25)$$

$$y_{1,21}^t = h_{11,21}^t f_{11} p_{1,21} + h_{12,21}^t f_{12} p_{2,21} \quad (26)$$

$$y_{2,21}^t = h_{21,21}^t f_{21} p_{1,21} + h_{22,21}^t f_{22} p_{2,21} \quad (27)$$

解上述方程可得  $f_{11}, f_{12}, f_{21}, f_{22}$ 。

更新  $t+1$  时刻第  $k$  个子载波的信道  $h_{ij,k}^{t+1}$ :

$$h_{11,k}^{t+1} = h_{11,k}^t f_{11} \quad (28)$$

$$h_{12,k}^{t+1} = h_{12,k}^t f_{21} \quad (29)$$

$$h_{21,k}^{t+1} = h_{11,k}^t f_{11} \quad (30)$$

$$h_{22,k}^{t+1} = h_{12,k}^t f_{21} \quad (31)$$