4x4 MIMO Channel Estimation

Ji Fang

July 31, 2012

1 4x4 MIMO 信道估计

802.11n 中 4x4 Preamble 正交序列

	t1	t2	t3	t4
P1	1	-1	1	1
P2	1	1	-1	1
P3	1	1	1	-1
P4	-1	1	1	1

Table 1: 802.11n HTLTF 正交化序列

接收端第一根天线在各时刻接收到的信号为（X 为 HTLTF 序列）

$$\begin{aligned}
y_{1,t1} &= h_{11}X + h_{12}X + h_{13}X - h_{14}X && (1)\\
y_{1,t2} &= -h_{11}X + h_{12}X + h_{13}X + h_{14}X && (2)\\
y_{1,t3} &= h_{11}X - h_{12}X + h_{13}X + h_{14}X && (3)\\
y_{1,t4} &= h_{11}X + h_{12}X - h_{13}X + h_{14}X && (4)
\end{aligned}$$

解方程

$$\begin{aligned}
y_1 &= y_{1,t1} + y_{1,t4} = 2h_{11}X + 2h_{12}X && (5)\\
y_2 &= y_{1,t2} - y_{1,t3} = -2h_{11}X + 2h_{12}X && (6)\\
y_3 &= y_{1,t1} - y_{1,t4} = 2h_{13}X - 2h_{14}X && (7)\\
y_4 &= y_{1,t2} + y_{1,t3} = 2h_{13}X + 2h_{14}X && (8)\\
h_{11} &= (y_1 - y_2)/4X && (9)\\
h_{12} &= (y_1 + y_2)/4X && (10)\\
h_{13} &= (y_3 + y_4)/4X && (11)\\
h_{14} &= (y_4 - y_3)/4X && (12)
\end{aligned}$$

其余信道可由上述方法解出。各天线 i 可并行计算各自的信道 $h_{i,j}, j \in \{1,2,3,4\}$

2 频偏估计

2.1 基本概念

在时域接收到的信号为 $y(t) = x(t)e^{j2\pi\Delta ft}$，在频域为 $Y = X(f - f')$。即时域旋转等价于频域移位。

粗频偏、细频偏应该是纠偏过程之中的概念，感觉两者没有什么实质差别，看的无非是一个纠偏精确度的问题；其实可以把粗频偏和细频偏合到一起做也可以的。当然纠偏也可以采用第一次纠偏之后再跟踪残余频偏的方式进行。

- 整数倍频偏和小数倍频偏是频偏大小的概念。一般用好的天线是不存在整数倍频偏的。整数倍频偏导致的是子载波数据的偏移，而小数倍频偏导致的是 ICI。
- 不能先进行整数倍频偏估计再进行小数倍频偏估计。因为一般整数倍频偏导致的是子载波数据的偏移，其估计方式是在频域估计；而小数倍频偏会导致 ICI，使得频域数据无法提取。所以必须要先估计出小数倍频偏，消除了 ICI，提取出频域子载波数据，然后再做整数倍频偏估计。

2.2 802.11 中频偏估计

在 802.11a/g/n 中，使用 legacy long training field（L-LTF）来估计 Δf_{ij}。$\Delta f_{ij} = -\frac{arg[y(t-\delta t)y^*(t)]}{2\pi\delta t}$，$\delta t = 3.2\mu s$。$arg$ 被定义为 $arctan$，其取值范围为 $(-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2})$。所以利用 L-LTF 估计的频偏范围为 $(-78.125KHz, +78.125KHz)$。子载波间隔为 $\Delta f = \frac{20MHz}{64} = 312.5KHz$。

2.3 频偏带来 ICI

发送的时域信号为 $x = [x_0, x_1, \cdots, x_{63}]$，设频偏为 Δf，则接收到的时域信号为

$$r = [x_0 e^{j\frac{2\pi*0\Delta f}{f_s}}, x_1 e^{j\frac{2\pi*1\Delta f}{f_s}}, \cdots, x_{63} e^{j\frac{2\pi*63\Delta f}{f_s}}] \tag{13}$$

接收到的频域信号为 $R = FFT(r)$。由于频偏的存在，FFT 之后的结果中存在 ICI。

As noted in (http://www.stanford.edu/∼hsiying/pubs/globecom10-cdma_ici.pdf), received signal on subcarrier i in AWGN channel with ICI is

$$\begin{aligned} R(i) &= X(i)S(0) && (14)\\ &+ \Sigma_{l=0,l\neq i}^{N-1} X(l)S(l-i) + n_i && (15)\\ & i = 0, 1, \cdots, N-1 \end{aligned}$$

where N is the total number of subcarriers, $X(i)$ denotes the transmitted symbol, n_i is the additive Gaussian noise on i^{th} subcarrier. The sequence $S(l-i)$ is the ICI coefficient from l^{th} subcarrier to i^{th} subcarrier:

$$\begin{aligned} S(l-i) &= \frac{sin(\pi(\epsilon + l - i))}{Nsin(\frac{\pi}{N}(\epsilon + l - i))} && (16)\\ &\cdot\ exp(j\pi(1-\frac{1}{N})(\epsilon + l - i)) && (17) \end{aligned}$$

where ϵ is the normalized frequency offset given by $\epsilon = \frac{\Delta f}{\Delta F}$, ΔF is the subcarrier bandwidth, Δf is the carrier frequency offset. $S(0)$ 对于 $X(i)$ 的影响在于幅度的减小和相位的旋转。当 ϵ 很小是可以忽略 ICI，认为 ICI 为噪声。

2.4 频偏造成旋转

设 Δf 是频偏，估计在 t 时间后旋转多少度

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{2\pi\Delta f t}{\pi} \cdot 180 && (18)\\ &= 360 \cdot \Delta f \cdot t && (19) \end{aligned}$$

假设 $\Delta f = 10KHz, t = 4 * 10^{-9}s$，那么旋转过的角度为 0.0144 度，即在一个 OFDM Symbol 内，可以认为不旋转，相邻两个 OFDM Symbol 之间的相位差可以忽略，这样在估计信道的时候，相位带来的影响就很小了。

在 802.11 中，使用 L-LTF 来估计 Δf，估计出来的值会不准确，有一定的方差。比如已知 $\Delta f = 80KHz$，在固定噪声的情况下进行多次估计，得到的估计值 $\Delta\hat{f}$ 符合均值为 80KHz，方差为 σ(σ 取决于 SNR)的均匀分布(Figure 1)。

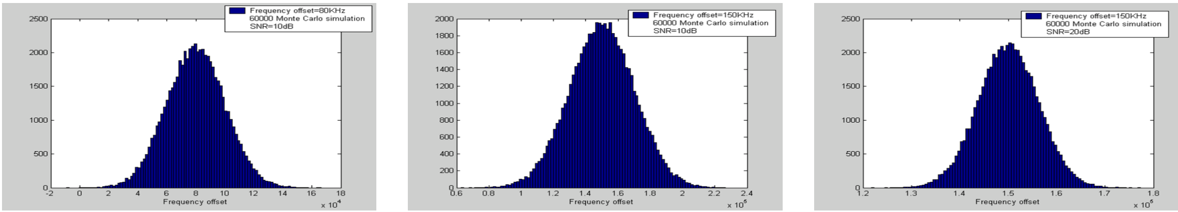

Figure 1: 频偏估计误差

2.5 多用户频偏估计

假设有 M 个发送端（STA），N 个接收端（AP），各自的中心频率不相同。设 Δf_{ij} 为 STA_j 与 AP_i 之间的频偏。

以 2x2 为例，每个用户频域上有 4 个 pilot，用户 i 的 pilot 分别为 $p_{i,-21}$，$p_{i,-7}$，$p_{i,7}$，$p_{i,21}$，在 t 时刻接收端 i 在第 k 个 pilot 上收到到的信号为 $y^t_{i,k}$

$$
\begin{aligned}
y^t_{1,-21} &= h^t_{11,-21} f_{11} p_{1,-21} + h^t_{12,-21} f_{12} p_{2,-21} && (20)\\
y^t_{2,-21} &= h^t_{21,-21} f_{21} p_{1,-21} + h^t_{22,-21} f_{22} p_{2,-21} && (21)\\
y^t_{1,-7} &= h^t_{11,-7} f_{11} p_{1,-7} + h^t_{12,-7} f_{12} p_{2,-7} && (22)\\
y^t_{2,-7} &= h^t_{21,-7} f_{21} p_{1,-7} + h^t_{22,-7} f_{22} p_{2,-7} && (23)\\
y^t_{1,7} &= h^t_{11,7} f_{11} p_{1,7} + h^t_{12,7} f_{12} p_{2,7} && (24)\\
y^t_{2,7} &= h^t_{21,7} f_{21} p_{1,7} + h^t_{22,7} f_{22} p_{2,7} && (25)\\
y^t_{1,21} &= h^t_{11,21} f_{11} p_{1,21} + h^t_{12,21} f_{12} p_{2,21} && (26)\\
y^t_{2,21} &= h^t_{21,21} f_{21} p_{1,21} + h^t_{22,21} f_{22} p_{2,21} && (27)
\end{aligned}
$$

解上述方程可得 f_{11},f_{12},f_{21},f_{22}。

更新 $t+1$ 时刻第 k 个子载波的信道 $h^{t+1}_{ij,k}$：

$$
\begin{aligned}
h^{t+1}_{11,k} &= h^t_{11,k} f_{11} && (28)\\
h^{t+1}_{12,k} &= h^t_{12,k} f_{21} && (29)\\
h^{t+1}_{21,k} &= h^t_{11,k} f_{11} && (30)\\
h^{t+1}_{22,k} &= h^t_{12,k} f_{21} && (31)
\end{aligned}
$$