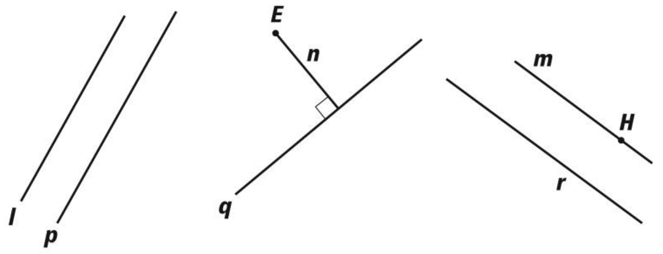
Hoofdstuk 9 - Meten en redeneren

Voorkennis

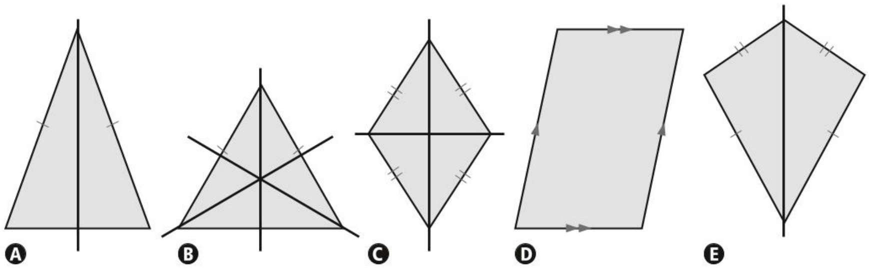
V-1a/c



Lijn l is evenwijdig aan lijn p.
Lijn n is een lijn loodrecht vanuit punt E op lijn q.
Lijn m gaat door punt H en is evenwijdig aan lijn r.

V-2a Driehoek B is een gelijkzijdige driehoek want deze driehoek heeft drie gelijke zijden.
b Driehoek A is een gelijkbenige driehoek.
c Vierhoek D is een parallellogram.
d Vierhoek C is een ruit en vierhoek E is een vlieger.

V-3a De figuren A, B, C en E zijn lijnsymmetrisch.
b



c De figuren B, C en D zijn draaisymmetrisch.
d De kleinste draaihoek van figuur B is 120°.
De kleinste draaihoek van figuur C is 180°.
De kleinste draaihoek van figuur D is 180°.

V-4a Een rechte hoek is 90°.
b Een gestrekte hoek is 180°.
c Een volle hoek is 360°.
d De hoeken van een driehoek zijn samen altijd 180°.

V-5a De drie hoeken A_1, A_2 en A_3 vormen samen een gestrekte hoek en zijn dus samen 180°.
b $\angle A_2 = 180° - 65° - 37° = 78°$.

V-6a Hoogtelijn CD hoort bij zijde AB.
b De oppervlakte van driehoek ABC is $8 \times 5 : 2 = 20$ cm^2.
c De oppervlakte van driehoek EFG is $7 \times 4 : 2 = 14$ cm^2.
De oppervlakte van driehoek KLM is $6 \times 4 : 2 = 12$ cm^2.

V-7a In het glas-in-loodraam kun je een ruit herkennen.
b De hoeken van een vierhoek zijn samen altijd 360°.
c De oppervlakte van de vierhoek is gelijk aan de som van de oppervlakten van twee driehoeken met een basis van 5 cm en een hoogte van 5 cm.
De oppervlakte van de ruit is $2 \times (5 \times 5 : 2) = 25$ cm^2.

V-8a Vierhoek $ABCD$ is een vlieger.
b Lijnstuk AC is de symmetrieas van de vlieger.
c De oppervlakte van vlieger $ABCD$ is $(9 \times 3 : 2) + (9 \times 3 : 2) = 27$ cm^2.

V-9a Zijde AD is de langste zijde in de rechthoekige driehoek ASD.
b

zijde	*kwadraat*
$AS = 3$	9
$DS = 3$	9 +
$AD = \dots$	18

$AD = \sqrt{18} \approx 4{,}2$ cm
c

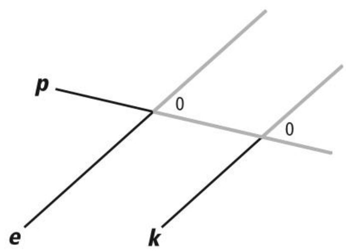
zijde	*kwadraat*
$BS = 3$	9
$CS = 6$	36 +
$BC = \dots$	45

$BC = \sqrt{45} \approx 6{,}7$ cm
d De omtrek van vlieger $ABCD$ is $4{,}2 + 6{,}7 + 4{,}2 + 6{,}7 = 21{,}8$ cm.

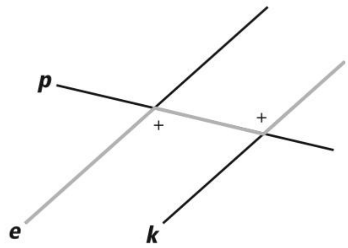
9-1 Gelijke hoeken

1a In figuur A kun je de letter F herkennen.
b In figuur C kun je de letter Z herkennen.
c In de figuren A, C, D, G en H zijn de hoeken met het rondje en het hekje gelijk.
d Als de hoek waarin een # staat even groot is als de hoek waarin een o staat, dan zijn twee van de drie rode lijnen wel evenwijdig.

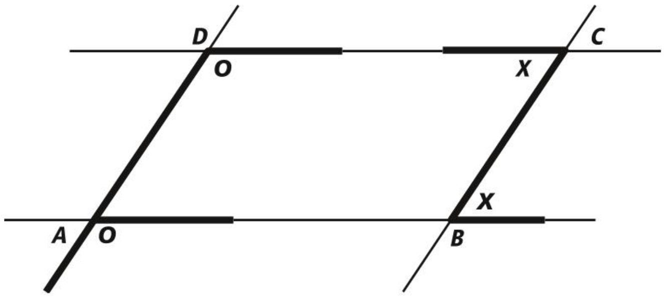
2ab



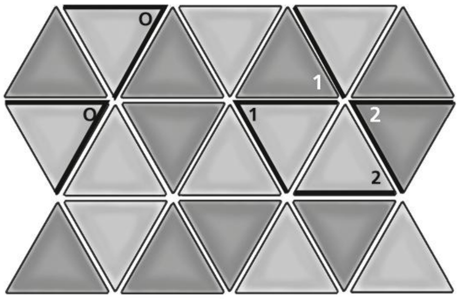
cd



3a/d



4a De tegels hebben de vorm van een gelijkzijdige driehoek.
b Elke hoek in een gelijkzijdige driehoek is 60°.
c



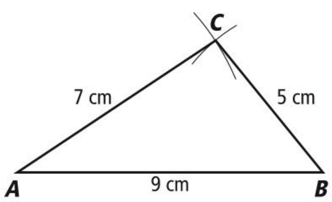
Links in de tegelvloer zie je de *F*-figuur.
De even grote hoeken zijn aangegeven met een rondje.

5a Zie de figuur in opdracht 4c. De twee even grote hoeken zijn aangegeven met 1.
b Zie de figuur in opdracht 4c. De twee even grote hoeken zijn aangegeven met 2.
c Hoek 1 en hoek 2 zijn even groot.

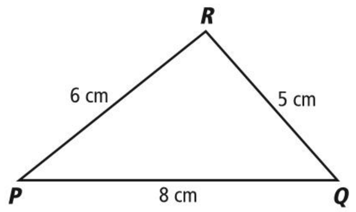
6a $\angle C_2$ en $\angle C_4$ zijn overstaande hoeken.
b $\angle C_4$ vormt met $\angle B$ een *Z*-figuur.
c $\angle C_4 = \angle B = 47°$
d $\angle C_2 = \angle C_4 = 47°$
e $\angle A = 180° - 70° - 47° = 63°$
$\angle C_1 = \angle A = 63°$

9-2 Driehoeken

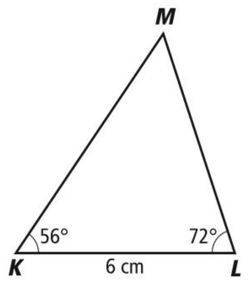
7a



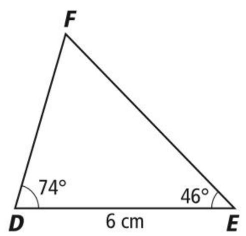
b



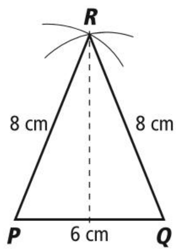
8



9a/c



10a



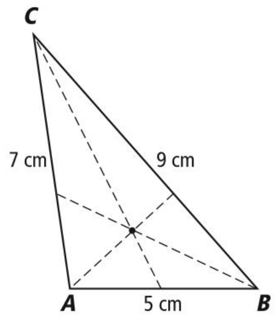
b $\angle P = 68°$, $\angle Q = 68°$ en $\angle R = 44°$

c Driehoek PQR is gelijkbenig. Er zijn twee zijden gelijk.
Een gelijkzijdige driehoek heeft drie gelijke zijden.

d Zie opdracht 10a.

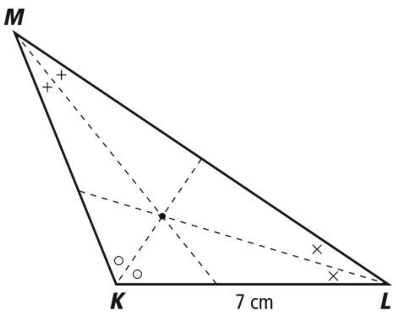
e $\angle R$ wordt door de symmetrieas middendoor gedeeld.

11a



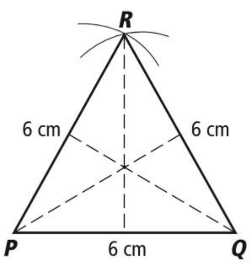
b $\angle A = 96°$
cd Zie opdracht 11a.
e De drie deellijnen gaan inderdaad door één punt.

12ab



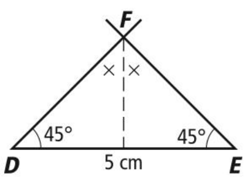
c De drie deellijnen gaan door één punt.

13ab



c Elke deellijn is ook symmetrieas van de driehoek.

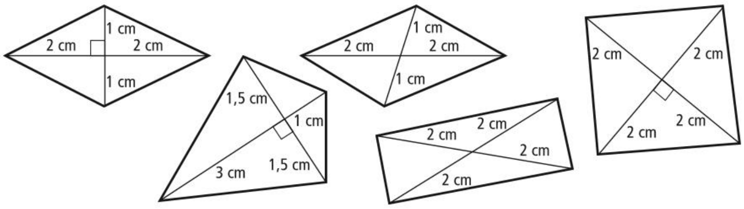
14a



b Van hoek F is de deellijn ook de symmetrieas van de driehoek.
c $\angle D = 45°$, $\angle E = 45°$ en $\angle F = 90°$; driehoek DEF is een gelijkbenige, rechthoekige driehoek.

9-3 Vierhoeken

15a

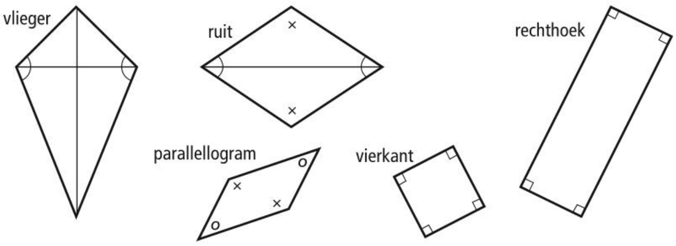


b Van links naar rechts zijn dit een ruit, een vlieger, een parallellogram, een rechthoek en een vierkant.

c De ruit heeft twee symmetrieassen, de vlieger heeft er één, het parallellogram heeft geen symmetrieassen, de rechthoek heeft twee symmetrieassen en het vierkant heeft er vier.

d De vlieger is niet draaisymmetrisch.

16ab



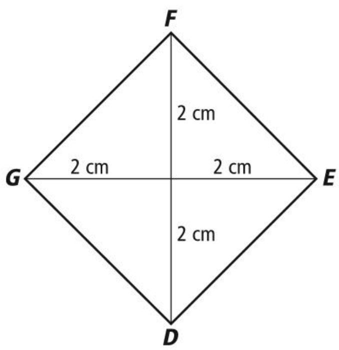
c De vlieger is niet draaisymmetrisch. De ruit, het parallellogram en de rechthoek hebben een kleinste draaihoek van 180°.
Het vierkant heeft een kleinste draaihoek van 90°.

17a Van de vlieger, de ruit en het vierkant staan de diagonalen loodrecht op elkaar.

b Van het vierkant en de rechthoek zijn de diagonalen even lang.

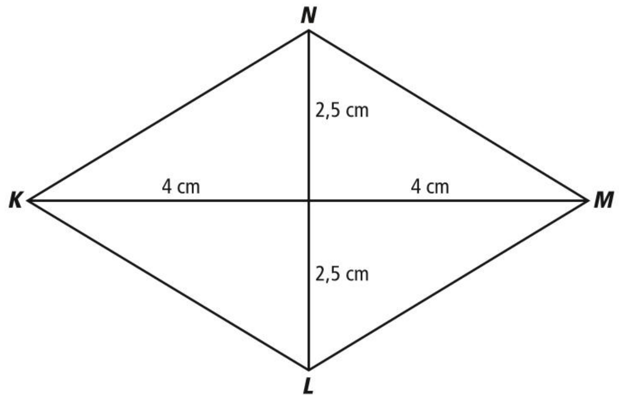
c De vlieger heeft één diagonaal die symmetrieas is.
Van de ruit en het vierkant zijn de beide diagonalen symmetrieassen.

18a

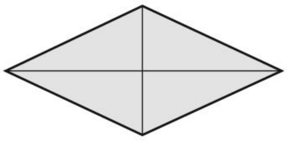


b De lengte van de zijde is ongeveer 28 mm.

c



19a



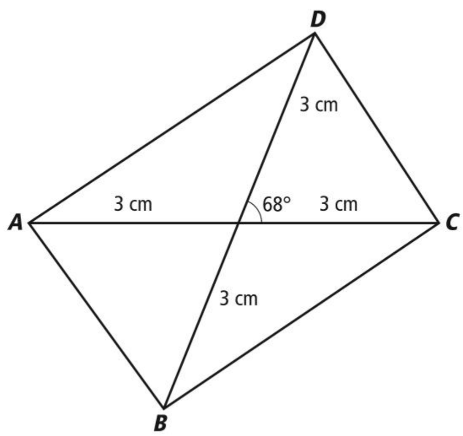
b De diagonalen staan loodrecht op elkaar.
De diagonalen delen elkaar middendoor.

c De vierhoek is een ruit.

20

de diagonalen ..	vierkant	rechthoek	vlieger	ruit	parallellogram
zijn even lang	waar	waar	niet waar	niet waar	niet waar
staan loodrecht op elkaar	waar	niet waar	waar	waar	niet waar
delen elkaar middendoor	waar	waar	niet waar	waar	waar

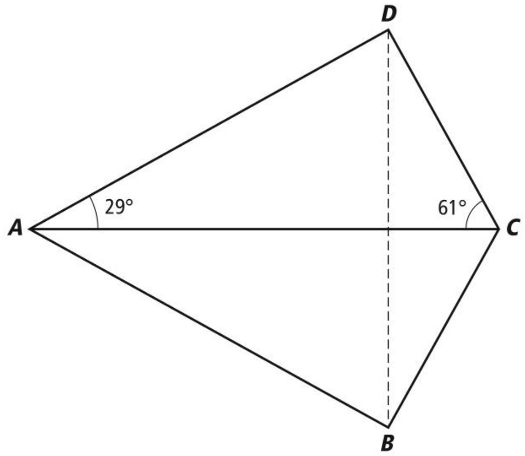
21



22a Diagonaal AC is symmetrieas en deelt hoek A middendoor;
$\angle A_1 = 58° : 2 = 29°$.

b Ook hoek C wordt doormidden gedeeld; $\angle C_1 = 122° : 2 = 61°$.

cd



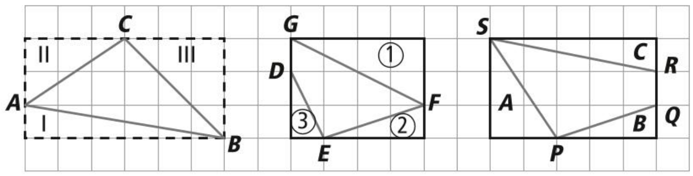
9-4 Oppervlakte

23a De getekende hoogte kan bij zijde KL en bij zijde MN horen.

b oppervlakte $KLMN = 7 \times 5 = 35$ cm^2.

c oppervlakte $ABCD = AD \times BE = 5 \times 3 = 15$ cm^2.
oppervlakte $MNOP = NO \times PQ = 20 \times 15 = 300$ cm^2.

24

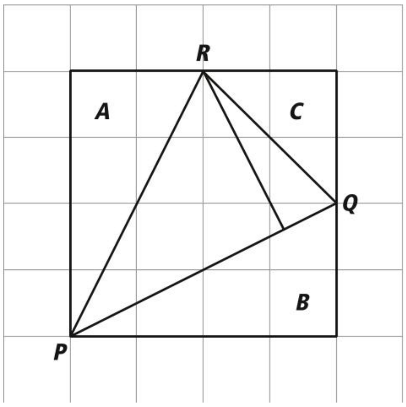


a oppervlakte rechthoek = $6 \times 3 = 18$ cm^2
oppervlakte driehoek I = $6 \times 1 : 2 = 3$ cm^2
oppervlakte driehoek II = $2 \times 3 : 2 = 3$ cm^2
oppervlakte driehoek III : $3 \times 3 : 2 = 4{,}5$ cm^2
oppervlakte driehoek $ABC = 18 - 3 - 3 - 4{,}5 = 7{,}5$ cm^2

b Zie de figuren hierboven.

c oppervlakte rechthoek = $4 \times 3 = 12$ cm^2
oppervlakte driehoek ❶ = $4 \times 2 : 2 = 4$ cm^2
oppervlakte driehoek ❷ = $3 \times 1 : 2 = 1{,}5$ cm^2
oppervlakte driehoek ❸ = $1 \times 2 : 2 = 1$ cm^2
oppervlakte vierhoek $DEFG = 12 - 4 - 1{,}5 - 1 = 5{,}5$ cm^2
oppervlakte rechthoek = $5 \times 3 = 15$ cm^2
oppervlakte driehoek A = $2 \times 3 : 2 = 3$ cm^2
oppervlakte driehoek B = $3 \times 1 : 2 = 1{,}5$ cm^2
oppervlakte driehoek C = $5 \times 1 : 2 = 2{,}5$ cm^2
oppervlakte vierhoek $PQRS = 15 - 3 - 1{,}5 - 2{,}5 = 8$ cm^2

25

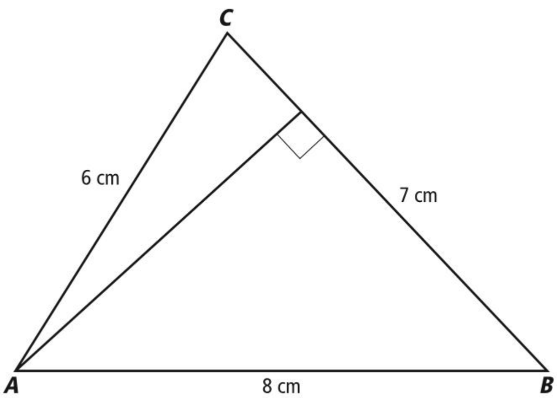


oppervlakte rechthoek = 4 × 4 =- 16 cm^2
oppervlakte driehoek A = 4 × 2 : 2 = 4 cm^2
oppervlakte driehoek B = 4 × 2 : 2 = 4 cm^2
oppervlakte driehoek C = 2 × 2 : 2 = 2 cm^2
oppervlakte driehoek PQR = 16 − 4 − 4 − 2 = 6 cm^2

26a Zie opdracht 25.
b PQ = 45 mm en de bijbehorende hoogtelijn is 27 mm.
c De oppervlakte van driehoek PQR is 45 × 27 : 2 = 607,5 mm^2.
d De afmetingen van deze driehoek zijn niet heel precies te meten.
Zo ontstaat een kleine meetfout.
e De manier van inlijsten is nauwkeuriger. Je hoeft daarbij niet te meten.
De metingen in opdracht 26 zijn niet helemaal precies.

27a AB = 50 mm en de bijbehorende hoogte CD = 30 mm.
b De oppervlakte van driehoek ABC is 50 × 30 : 2 = 750 mm^2.

28ab



c Bij deze hoogtelijn hoort zijde BC.
d De hoogtelijn is ongeveer 58 mm.
e De oppervlakte van driehoek ABC is 70 × 58 : 2 = 2030 mm^2.

29a De diagonalen van een ruit staan loodrecht op elkaar, dus AS staat loodrecht op BD. AS is een hoogtelijn in driehoek ABD.

b Bij de hoogte AS hoort zijde BD.

c $BD = 8$ cm, dus $BS = 4$ cm.
In driehoek ABS geldt

zijde	*kwadraat*
$BS = 4$	16
$AS = ...$	84 +
$AB = 10$	100

$AS = \sqrt{84}$ cm

d oppervlakte driehoek $ABD = BD \times AS : 2 = 8 \times \sqrt{84} : 2 \approx 36{,}7 \text{ cm}^2$

e oppervlakte ruit $ABCD$ is $2 \times 36{,}7 \text{ cm}^2 = 73{,}4 \text{ cm}^2$

30 De oppervlakte van de rechthoek links is $7 \times 8 = 56 \text{ m}^2$.
De oppervlakte van de rechthoek rechts is $7 \times 12 = 84 \text{ m}^2$.
De oppervlakte van de driehoek links is $8 \times 3{,}5 : 2 = 14 \text{ m}^2$.
De oppervlakte van de driehoek rechts is $12 \times 3{,}5 : 2 = 21 \text{ m}^2$.
De totale oppervlakte van de zijkant is $56 + 84 + 14 + 21 = 175 \text{ m}^2$.

9-5 Hoeken berekenen

31a De som van de hoeken van een vierhoek is 360°.

b Er zijn twee hoeken van 50°, dat is samen 100°.
Dan blijft er 360° − 100° = 260° over voor de twee stompe hoeken.
Elke stompe hoek is 260° : 2 = 130°.

32a Hoek B is 44° en is dus geen rechte hoek.
De hoeken A en C zijn even groot en omdat er maar één hoek 90° is, kan dat dus alleen hoek D zijn.

b Diagonaal BD is de symmetrieas van de vlieger. Dan is $\angle A = \angle C$.

c De vier hoeken van de vierhoek zijn samen 360°.
$\angle B + \angle D = 44° + 90° = 134°$
Voor $\angle A$ en $\angle C$ blijft over $360° - 134° = 226°$.
Er geldt $\angle A = \angle C = 226° : 2 = 113°$.

33a Er zijn geen evenwijdige lijnen in de figuur, dus zijn er geen F-figuren of Z- figuren.

b In driehoek DEF zijn de drie hoeken samen 180°.
$\angle F = 180° - 42° - 60° = 78°$.

c De twee hoeken bij G vormen een gestrekte hoek.
$\angle G_1 = 180° - 140° = 40°$.

d In driehoek FGH zijn de drie hoeken samen 180°.
Er geldt $\angle H_2 = 180° - 78° - 40° = 62°$.

34a $\angle B_2 = \angle B_1 = 55°$, omdat het overstaande hoeken zijn.

b $\angle C = 180° - 65° - 55° = 60°$. De som van de hoeken in een driehoek is 180°.

c $\angle F = \angle C = 60°$, omdat het Z-hoeken zijn.

d $\angle E_2 = \angle F = 60°$, omdat het Z-hoeken zijn.

35a Dat wordt aangegeven met de pijltjes op de zijden.
b $\angle P = 180° - 85° - 50° = 45°$
c De hoeken S_1 en P vormen een F-figuur, dus $\angle S_1 = \angle P = 45°$.
d $\angle T_1 = \angle Q = 85°$. De hoeken vormen een F-figuur.
$\angle T_2 = 180° - \angle T_1 = 180° - 85° = 95°$

36a Driehoek ADC is gelijkbenig, dus geldt $\angle D_1 = \angle A = 70°$.
$\angle D_2 = 180° - \angle D_1 = 180° - 70° = 110°$ ($\angle D_1$ en $\angle D_2$ vormen een gestrekte hoek.)
b $\angle D_1 = \angle A = 70°$ (zie opdracht a)
$\angle C = 180° - 70° - 40° = 70°$ (De som van de hoeken in een driehoek is 180°.)
c $\angle A = \angle C = 70°$, dus de driehoek heeft twee gelijke hoeken.
Een driehoek met twee gelijke hoeken is gelijkbenig.

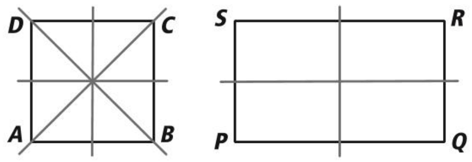
37a $\angle E_1 = \angle A_2 = 52°$. Het zijn Z-hoeken.
b De drie hoeken bij E vormen een gestrekt hoek.
$\angle E_3 = 180° - \angle E_1 - \angle E_2 = 180° - 52° - 90° = 38°$
c $\angle B_1 = \angle E_3 = 38°$. Het zijn Z-hoeken.
d $\angle A = 52° + 26° = 78°$
De hoeken A en C zijn tegenover elkaar liggende hoeken van een parallellogram, dus $\angle A = \angle C = 78°$.

38a De zes hoeken rondom punt S vormen een volle hoek van 360°.
b Elk van de hoeken is even groot, dus $\angle S_1 = 360° : 6 = 60°$.
c Driehoek ABS is een gelijkzijdige driehoek, dus elke hoek is 60°.
d $\angle A = \angle A_1 + \angle A_2 = 2 \times 60° = 120°$
e Elke hoek van de zeshoek is 120°. De zes hoeken zijn $6 \times 120° = 720°$.

Test jezelf

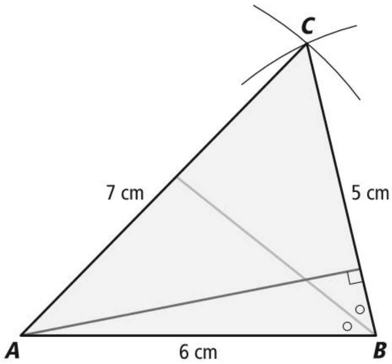
T-1a De hoeken 1 en 2 passen in een Z-figuur.
b De hoeken 1 en 3 passen in een F-figuur.
c De hoeken 1 en 2 passen in een Z-figuur, dus hoek 2 = hoek 1 = 100°.

T-2a



b Ja, want diagonaal AC is een symmetrieas en deelt hoek A middendoor.
c Nee, want diagonaal PR is geen symmetrieas.
d De diagonalen in een vierkant staan loodrecht op elkaar; $\angle E_1 = 100°$.
e $\angle T_1 = \angle T_3$ want het zijn overstaande hoeken.

T-3a



b De hoogtelijn is 58 mm.

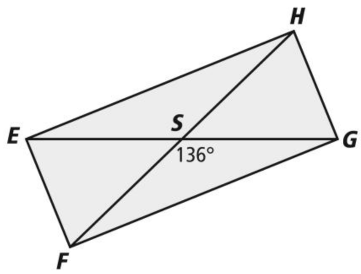
c De oppervlakte van driehoek *ABC* is $5 \times 5{,}8 : 2 = 14{,}5$ cm^2.

d Zie opdracht T-3a.

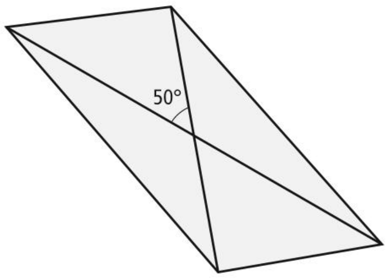
T-4a De diagonalen zijn even lang en ze delen elkaar middendoor.

b De vierhoek is een rechthoek.

c



d



T-5 De oppervlakte van parallellogram *FGHI* is $82 \times 34 = 2788$ cm^2.
De oppervlakte van parallellogram *ABCD* is $36 \times 17 = 612$ cm^2.
De oppervlakte van parallellogram *KLMN* is $60 \times 45 = 2700$ cm^2.

T-6a De twee scherpe hoeken van de ruit zijn samen $2 \times 55° = 110°$.
De vier hoeken van de ruit zijn samen 360°.
Voor de twee stompe hoeken blijft over $360° - 110° = 250°$.
Elke stompe hoek van de ruit is $250° : 2 = 125°$.

b Verdeel de ruit bijvoorbeeld in twee driehoeken. Elke driehoek heeft een basis van 5 cm en een hoogte van 1,25 cm.
De oppervlakte van één zo'n driehoek is $5 \times 1{,}25 : 2 = 3{,}125$ cm^2.
De oppervlakte van de ruit is $2 \times 3{,}125$ cm$^2 = 6{,}25$ cm^2.

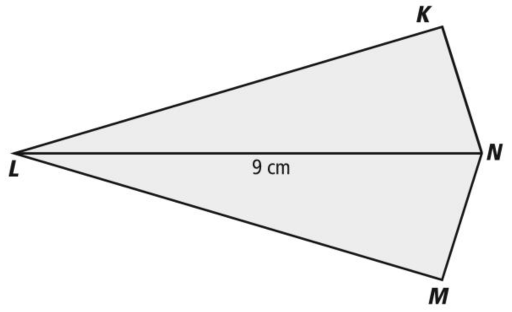
T-7a De hoeken D en A passen in een Z-figuur.

b De hoeken B en E passen in een Z-figuur, dus $\angle B = \angle E = 114°$.
De hoeken F_1 en B passen in een F-figuur, dus $\angle F_1 = \angle B = 114°$.

c De hoeken F_1 en F_2 vormen een gestrekte hoek, dus
$\angle F_2 = 180° - 114° = 66°$.

d $\angle C_1 = 180° - 34° - 114° = 32°$

T-8



Extra oefening

E-1a De hoeken 1 en 2 zitten in een Z- figuur.

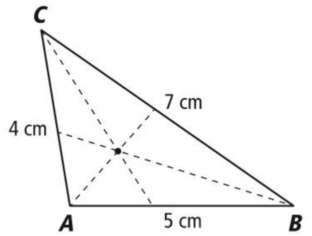
b De hoeken 3 en 4 zijn even groot omdat ze in een F- figuur zitten.

c Hoek 4 vormt met hoek 5 een Z-figuur.
Ook de hoeken 7 en 5 vormen een Z-figuur.

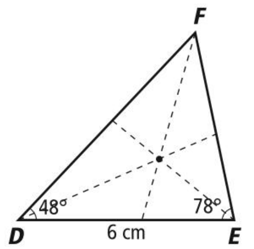
d De hoeken 1 en 6 zitten in een F- figuur.

e De hoeken 8 en 9 zijn overstaande hoeken.

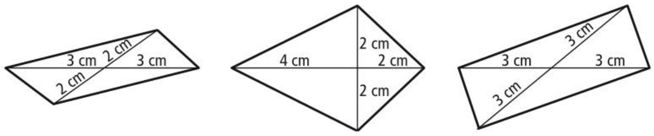
E-2ab



E-3a/e

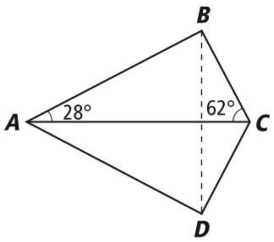


E-4a/c



d Bij het parallellogram en de rechthoek kan iedereen een andere hoek tussen de diagonalen nemen. Dat geeft andere vierhoeken.
Bij de vlieger kun je kiezen welke diagonaal je als symmetrieas neemt en waar het snijpunt van de diagonalen komt.

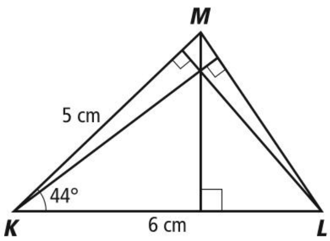
E-5a



b Diagonaal AC is de symmetrieas van de vlieger.
c De hoeken A en C worden door de symmetrieas doormidden gedeeld.
de Zie opdracht E-5a.

E-6a Van parallellogram $ABCD$ is AD de basis en CE de hoogte.
Van parallellogram $FGHI$ is FG de basis en IJ de hoogte.
Van parallellogram $KLMN$ is ML de basis en NP de hoogte.
b De oppervlakte van $ABCD$ is $18 \times 14 = 252$ cm^2.
De oppervlakte van $FGHI$ is $18 \times 18 = 324$ cm^2.
De oppervlakte van $KLMN$ is $13 \times 17 = 221$ cm^2.

E-7ab



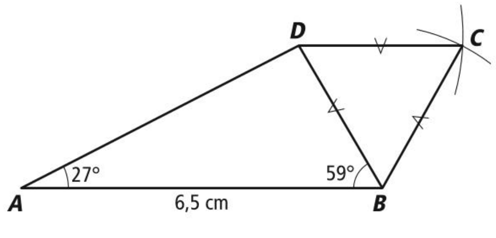
c De hoogtelijn op zijde KL is 3,5 cm.
d De oppervlakte van driehoek KLM is $6 \times 3{,}5 : 2 = 10{,}5$ cm^2.

E-8a Bij punt B zijn overstaande hoeken.
b De hoeken C_1 en C_2 vormen een gestrekte hoek.
c Hoek C_1 vormt samen met hoek A een Z-figuur.
d $\angle C_1 = \angle A = 108°$ (Z-hoeken)
$\angle C_2 = 180° - \angle C_1 = 180° - 108° = 72°$ (gestrekte hoek)
e $\angle D = \angle C_2 = 72°$ (twee hoeken van een gelijkbenige driehoek)
f $\angle B_1 = 180° - \angle A - \angle F = 180° - 108° - 28° = 44°$ (drie hoeken van een driehoek)
$\angle B_2 = \angle B_1 = 44°$ (overstaande hoeken)

Gemengde opdrachten

G-1a De twee scherpe hoeken van de ruit zijn samen $2 \times 56° = 112°$.
De vier hoeken van de ruit samen zijn 360°, dus voor de twee stompe hoeken blijft over $360° - 112° = 248°$.
Elke stompe hoek is $248° : 2 = 124°$.
b De vier hoeken van de ruiten bij punt A zijn samen $4 \times 56° = 224°$.
De volle hoek bij A is 360°.
Voor de vier hoeken van de vliegers blijft over $360° - 224° = 136°$.
Dus $\angle A_2 = 136° : 4 = 34°$.
c In de vlieger zit een hoek van 34° en een hoek van 90°.
Voor de andere twee hoeken blijft over $360° - 34° - 90° = 236°$.
De twee andere hoeken zijn even groot, dus elk is $236° : 2 = 118°$.
De hoeken van de vlieger zijn dus 34°, 90°, 118° en 118°.

G-2a Driehoek BCD is een gelijkzijdige driehoek.
b Ze moet eerst driehoek ABD tekenen, omdat ze daar genoeg gegevens voor heeft.
cd Werkwijze:
Teken $AB = 6{,}5$ cm.
Teken $\angle A = 27°$ en $\angle B = 59°$.
De benen van de twee hoeken snijden elkaar in punt C.
Zet je passerpunt in B en neem de lengte BC tussen de passerpunten.
Maak een cirkelboog.
Zet je passerpunt in C (houd dezelfde afstand tussen de passerpunten) en maak een cirkelboog.
Zet D bij het snijpunt van de cirkelbogen.
Verbind D met B en met C.



G-3a Je kunt de zeshoek verdelen in twee vierhoeken. De som van de hoeken van de zeshoek is $2 \times 360° = 720°$.
De grootte van elke hoek van de zeshoek is $720° : 6 = 120°$.
De grootte van de hoeken van de zeshoekige onderzetters is 120°.

b De scherpe hoek van de ruit vormt met de hoek van 120° van de zeshoek een gestrekte hoek.
De scherpe hoek van een ruit is $180° - 120° = 60°$.
De stompe hoek vormt met 120° een Z-figuur, dus is de stompe hoek van de ruit 120°.

c De oppervlakte van een driehoek (halve ruit) is $25 \times 7{,}5 : 2 = 93{,}75$ cm^2.
De oppervlakte van de ruit is $2 \times 93{,}75$ cm^2 $= 187{,}5$ cm^2.

G-4a Aan de watermolen zitten 12 buizen en de hoeken tussen de buizen zijn gelijk.
Samen vormen de hoeken tussen de buizen een volle hoek van 360°.
De hoek tussen twee buizen is $360° : 12 = 30°$.

b De diameter van de bodem is 22 cm, dus de straal is 11 cm.
De oppervlakte van de bodem van de emmer is $11^2 \times \pi = 380{,}\ldots$ cm^2.
De inhoud van een emmer is $380{,}\ldots \times 45 = 17\,106$ cm^3.
Dat is ruim 17 dm^3, ofwel 17 liter.
Er gaat dus meer dan 12 liter in een emmer.

G-5a Wieldop A heeft negen spaken, dus de grootte van de draaihoek is $360° : 9 = 40°$.
Wieldop B heeft zestien spaken, dus de grootte van de draaihoek is $360° : 16 = 22{,}5°$.
Wieldop C heeft vijf spaken, dus de grootte van de draaihoek is $360° : 5 = 72°$.

b Van wieldop A vormt elke spaak met zijn verlengde een symmetrieas. Er zijn negen symmetrieassen.
Van wieldop B vormt elke spaak met de er tegenover liggende spaak een symmetrieas en ook elke lijn halverwege twee spaken, dus er zijn 16 symmetrieassen.
Van wieldop C zijn alle spaken (na verlengen) symmetrieassen, dus er zijn vijf symmetrieassen.