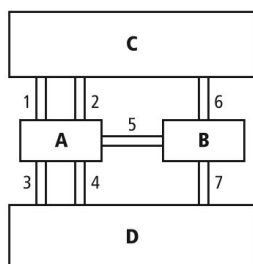


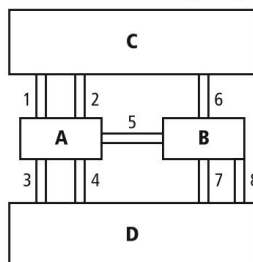
## Hoofdstuk 10 – Grafen

### Voorkennis

- V-1a** In deze tekening stellen *A* en *B* de twee eilanden voor. *C* en *D* zijn de wijken op de oevers van de rivier. De bruggen zijn genummerd van 1 tot en met 7. Je kunt bijvoorbeeld een route lopen van eiland *A* via brug 1 naar *C*, vervolgens via brug 2 weer terug naar *A*. Dan via brug 3 naar *D* en via brug 4 weer terug. Nu kun je via brug 5 naar eiland *B* en via brug 6 naar de oever bij *C*. Je komt nu niet meer over brug 7 zonder bijvoorbeeld nog een keer over brug 6 te gaan. Elke brug precies één keer passeren lukt dus niet.



- b** Met een achtste brug erbij is het wel mogelijk.



Op de plattegrond hierboven is een achtste brug getekend tussen *B* en *D*. Je kunt nu bijvoorbeeld de route 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 7 - 8 - 6 volgen.

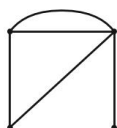
- c** De achtste brug kan tussen *A* en *B*, tussen *A* en *C*, tussen *A* en *D*, tussen *B* en *C*, tussen *B* en *D* of tussen *C* en *D* worden gelegd.
- V-2a** Bijvoorbeeld: vanuit Naarden naar Huizen, dan Blaricum, Laren, Hilversum, Bussum, Huizen, Laren, Bussum en weer terug naar Naarden.
- b** Ja, vanuit Hilversum kun je bijvoorbeeld naar Bussum, Naarden, Huizen, Bussum, Laren, Huizen, Blaricum, Laren en weer terug naar Hilversum.
- c** Er is nog steeds een route mogelijk over alle wegen, maar de strooiauto eindigt niet meer in de plaats waar hij begon. Bijvoorbeeld: vanuit Blaricum naar Bussum, Naarden, Huizen, Blaricum, Laren, Hilversum, Bussum, Huizen, Laren en tenslotte Bussum. Je eindigt dus niet meer in de startplaats Blaricum.

## Hoofdstuk 10 – Grafen

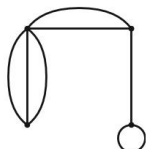
- V-3a** Een volwassen persoon is ongeveer 1,80 meter lang.  
Je wandelt ongeveer 6 km per uur.  
Een stap van een volwassene is ongeveer 70 cm.  
Een volwassene weegt ongeveer 80 kg.  
Je fietst ongeveer 18 km per uur.  
Een verdieping van een gebouw is ongeveer 3 meter hoog.  
Een deur is ongeveer 2 meter hoog.  
Nederland telt ongeveer 17 miljoen inwoners.  
De afstand over de weg is ongeveer 1,3 keer hemelsbreed.
- b** Een gebouw van 35 meter hoog zal bestaan uit ongeveer 12 verdiepingen.
- V-4a** De combinatie is ongeveer 2,5 m hoog. Een volwassene is ongeveer 1,8 meter, dus de hoogte van de combinatie is ongeveer  $2,5 \times 1,8 = 4,5$  meter.  
De combinatie zal waarschijnlijk niet onder het viaduct door kunnen.

### 10-1 Kaart en graaf

- 1a** De weg van Eindhoven naar Venlo is de A67.
- b** Tussen Eindhoven en Venlo zijn er drie parkeerplaatsen. Tussen Venlo en Eindhoven zijn ook drie parkeerplaatsen. In totaal zes parkeerplaatsen.
- c** De autoreis tussen Eindhoven en Venlo is  $14 + 4 + 16 + 10 = 44$  kilometer.
- 2a** Er staan vijf plaatsen op de vereenvoudigde kaart.
- b** Er zijn zeven verbindingen op de kaart getekend.
- c** De kaart is niet op schaal getekend. Zo is bijvoorbeeld de afstand Eindhoven – Helmond in werkelijkheid veel korter dan de afstand Eindhoven – Weert. Toch zijn deze twee afstanden op de vereenvoudigde kaart gelijk.
- 3a** Deze graaf heeft vijf knooppunten.
- b** Deze graaf heeft acht wegen.
- c** Bij Heraklion en bij Rhodos begint een route die weer in dezelfde plaats eindigt.
- d** Hier is sprake van een rondvaartboot omdat een veerdienst heen en weer vaart tussen twee of meer plaatsen.
- e** Vanuit Heraklion en ook vanuit Rhodos vertrekken vier wegen.
- 4a** Voorbeeld van een graaf met vier knooppunten en vijf wegen.



- b** Voorbeeld van een graaf met vier knooppunten en zeven wegen.



- 5a Vanuit Deventer kom je langs station Deventer - Colmschate, Holten, Rijssen en Wierden.
- b Van Deventer naar Enschede is  $4 + 15 + 7 + 8 + 5 + 2 + 7 + 5 + 8 = 61$  kilometer.
- c Vanuit Zwolle kun je reizen via Heino, Raalte, Nijverdal, Wierden en dan verder naar Borne. De andere route gaat van Zwolle via Wijhe, Olst, Deventer, Deventer - Colmschate, Holten, Rijssen, Wierden en dan verder naar Borne.
- 6a Op dit bordje zijn de afstanden tussen de stations altijd gelijk. Op de kaart is dat niet zo. Op dit bordje is de route een rechte lijn terwijl dat op de kaart niet het geval is.  
Een derde verschil is dat er op dit bordje geen afstanden worden vermeld en op de kaart wel.
- b Dit bordje bestaat uit een aantal knooppunten en een aantal wegen die deze knooppunten verbinden. Precies zoals een graaf ook bestaat uit knooppunten en verbindingswegen.

## 10-2 Tabel en graaf

- 7a Deze graaf bestaat uit vier knooppunten en heeft vier wegen.
- b De afstand van Nijkerk naar Amersfoort is 12 kilometer.  
Zie opdracht 7c.
- c
- |   | A  | N  | L  | B  |
|---|----|----|----|----|
| A | -  | 12 | 6  | 19 |
| N | 12 | -  | 14 | 27 |
| L | 6  | 14 | -  | 13 |
| B | 19 | 27 | 13 | -  |
- d Elke afstand staat twee keer in de tabel omdat je heen en terug kunt rijden.  
Zo is bijvoorbeeld de afstand van Amersfoort naar Leusden gelijk aan de afstand van Leusden naar Amersfoort. Dit geldt ook voor de andere afstanden.
- 8a Dana heeft de afstanden die langs de route staan bij elkaar opgeteld. Van Zwolle naar Almelo is  $12 + 6 + 14 + 8 + 5 = 45$  kilometer.
- b Zie opdracht 8d.
- c De afstand van bijvoorbeeld Zwolle naar Zwolle is 0 kilometer.

d

naar

	Z	N	A	D
Z	-	32	45	31
N	32	-	13	42
A	45	13	-	39
D	31	42	39	-

van

e

naar

	Z	N	A	D
Z	-	32	45	31
N		-	13	42
A			-	39
D				-

van

## Hoofdstuk 10 – Grafen

- 9a De kortste weg van  $P$  naar  $R$  is 82 kilometer.

b

	$P$	$Q$	$R$	$S$
$P$	-	37	82	62
$Q$	37	-	45	98
$R$	82	45	-	60
$S$	62	98	60	-

- c Deze tabel is symmetrisch omdat het gedeelte rechtsboven hetzelfde is als het gedeelte linksonder bij spiegeling in de diagonaal.

- 10a De kortste weg van Diemen naar Nieuwe Meer is 9,5 kilometer.

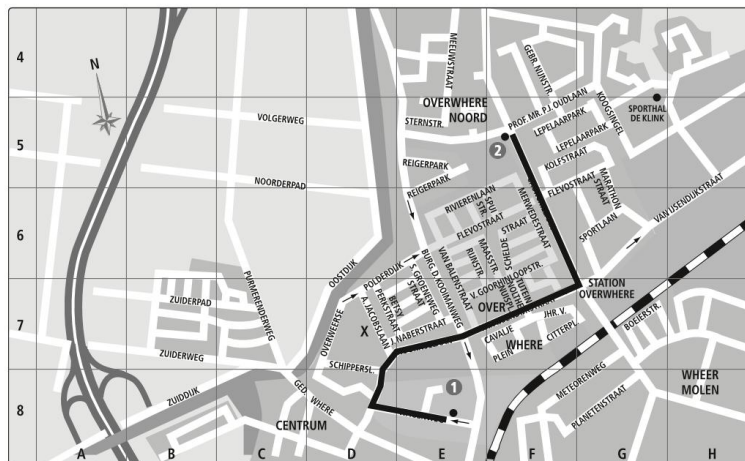
b

	<i>Oostz</i>	<i>Diem</i>	<i>Over</i>	<i>Abco</i>	<i>Duiv</i>	<i>Nieu</i>	<i>Badh</i>
<i>Oostz</i>	-	12	16,5	21,5	16,5	16	20
<i>Diem</i>	12	-	4,5	9,5	4,5	9,5	13,5
<i>Over</i>	16,5	4,5	-	6,5	9	14	18
<i>Abco</i>	21,5	9,5	6,5	-	5	10	12
<i>Duiv</i>	16,5	4,5	9	5	-	5	9
<i>Nieu</i>	16	9,5	14	10	5	-	4
<i>Badh</i>	20	13,5	18	12	9	4	-

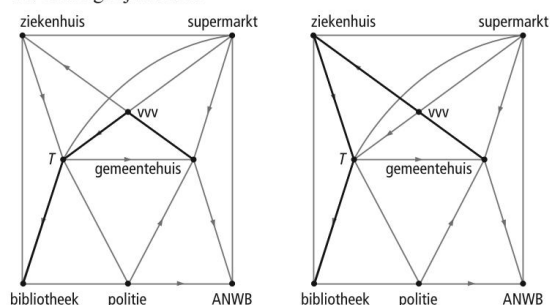
- c De kortste afstand tussen Overdiemen en Badhoevedorp gaat via Diemen, Duivendrecht en Nieuwe Meer en is 18 kilometer lang.  
d De route Oostzaan – Badhoevedorp is 20 kilometer. Van Oostzaan via Diemen, Duivendrecht, Abcoude naar Badhoevedorp is 33,5 kilometer. Joris rijdt dus  $33,5 - 20 = 13,5$  kilometer om.

### 10-3 Gerichte graaf

- 11a In sommige straten zie je een pijltje staan. Dat pijltje geeft de rijrichting aan, dat zijn dus de eenrichtingswegen.  
b Voorbeelden van eenrichtingswegen zijn: Wagenweg (E8), Van IJsendijkstraat (G6) en Burg. D. Kooimanweg (E7).  
c Een mogelijke route:



- 12a** Geen pijltje staat er tussen het ziekenhuis en de supermarkt, het ziekenhuis en de bibliotheek, de bibliotheek en de politie, de politie en T, T en de supermarkt, de supermarkt en de ANWB.
- b** Bijvoorbeeld: een aantal belangrijke plaatsen in een stad moeten van alle kanten goed bereikbaar zijn.
- c** Twee mogelijkheden:



- d** Carolien kiest de route van het ziekenhuis via de supermarkt en de VVV naar het gemeentehuis.
- 13a** De pijl wijst van Sebastiaan naar Marieke. Dat betekent dat Sebastiaan de wedstrijd gewonnen heeft.
- b** Iedereen heeft tot nu toe drie wedstrijden gespeeld.
- c** De graaf heeft negen wegen dus er zijn in totaal negen wedstrijden gespeeld.
- d** Vincent moet nog tegen Koen en Marieke spelen.
- e** Er zijn zes spelers, iedere speler heeft dus vijf tegenstanders. Omdat er een halve competitie wordt gespeeld, moeten er  $6 \times 5 : 2 = 15$  wedstrijden worden gespeeld.

**14a**

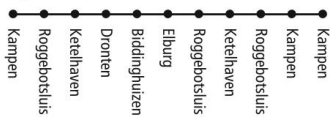
<i>naam</i>	<i>aantal punten</i>
1 Sebastiaan	2
2 Koen	6
3 Vincent	4
4 Iris	2
5 Sanne	4
6 Marieke	0

- b** Een voordeel van de graaf is dat je snel kunt zien welke wedstrijden er gespeeld zijn en wie van wie heeft gewonnen.
- c** Een voordeel van de tabel is dat je snel kunt zien hoeveel punten iedereen heeft.
- d** Koen is de beste speler en Iris heeft twee van haar drie wedstrijden verloren. De verwachting is dat Koen gaat winnen.

## Hoofdstuk 10 – Grafen

- 15a Elk team heeft zes wedstrijden gespeeld.
- b De competitie bestaat uit  $4 \times 6 : 2 = 12$  wedstrijden. Je kunt ook het aantal wegen tellen.
- c Er zijn vier wedstrijden gelijk geëindigd. Dat zijn de wegen zonder pijltje.
- d Team A heeft drie keer gelijk gespeeld en één keer gewonnen en dus zes punten behaald.
- e
- | team | aantal punten |
|------|---------------|
| D    | 18            |
| A    | 6             |
| C    | 6             |
| B    | 2             |

### 10-4 Een keuze maken

- 16a In veel wegen staan pijltjes die de richting aangeven. Dat zijn de eenrichtingswegen.
- b Graaf 1 past bij de plattegrond. Dit kun je bijvoorbeeld zien aan de eenrichtingsweg van L in de richting van W. Dat is alleen in graaf 1 juist getekend.
- 17a Bijvoorbeeld:  
Eén liter limonade is genoeg voor vijf bekers.  
Ze kunnen dus in totaal  $25 \times 5 = 125$  bekers limonade verkopen.  
Ze kunnen per beker 40 cent vragen.
- b Als ze alles verkopen, kunnen ze dus  $125 \times € 0,40 = € 50,-$  verdienen.
- 18a Normaal is 5 km per uur een rustig wandeltempo. Nu is het Koningsdag en zal het tempo vanwege de drukte veel lager liggen, misschien ongeveer 2 km per uur.
- b Je doet dan 30 minuten over 1 kilometer en dat is 45 minuten over 1,5 kilometer.
- 19a Bijvoorbeeld:
- 
- b De organisatie wil antwoord op de vraag hoe laat de renners starten en met welke gemiddelde snelheid ze fietsen.
- c De renners starten om 14:00 uur.  
De gemiddelde snelheid is 36 km per uur.
- d Met een gemiddelde snelheid van 36 km per uur doe je  $120 : 36 = 3\frac{1}{3}$  uur over de route. De start was om 14:00 uur en dus kan de finish rond 17:20 uur worden verwacht.

### 10-5 Schattend rekenen

- 20a** Elf kilometer leg je ongeveer in twee uur af want je loopt ongeveer 6 kilometer per uur.
- b** Als je zonder te rusten 6 kilometer per uur loopt, zou je over 492 kilometer 82 uur doen en dat is veel meer dan een dag. Bovendien kun je niet dag en nacht doorlopen.
- c** Maarten moet antwoord geven op de vragen **1** en **3**.
- d** Je kunt ongeveer 6 kilometer per uur lopen en je kunt ongeveer 5 uur per dag lopen.
- e** Met 6 km per uur en 5 uur per dag loop je  $5 \times 6 = 30$  kilometer per dag.  $492 : 30 = 16,4$ ; je kunt het hele Pieterpad in ongeveer 16 à 17 dagen lopen.
- 21a** Loek moet zichzelf afvragen hoeveel uur hij per dag kan fietsen en met welke snelheid hij per uur fietst.
- b** Je fietst met een snelheid van 18 kilometer per uur en je kunt 5 uur per dag fietsen.
- c** In een tempo van 18 km per uur gedurende 5 uur per dag fietst Loek dus  $18 \times 5 = 90$  kilometer per dag.  $570 : 90 = 6,33\dots$ ; hij zou het hele Fietserpad dus in ongeveer 6 dagen kunnen fietsen.
- 22a** Bijvoorbeeld:  
 Bij de kaart staat een schaallijn, bij de graaf niet.  
 Op de kaart is een echte route getekend en geen rechte lijn zoals bij de graaf.  
 Op de kaart is te zien dat niet elke etappe even lang is, op de graaf zijn alle etappes even lang.
- b** Om de starttijd te kunnen berekenen moet je in ieder geval weten hoe groot de totale afstand is die moet worden gelopen en met welke snelheid je loopt.
- c** De afstand is ongeveer 560 kilometer. In een team van acht lopers kun je lopen met een snelheid van 14 kilometer per uur. Over de hele route doe je dan  $560 : 14 = 40$  uur. Als je op maandagmiddag vóór 17:00 uur wilt aankomen in Rotterdam moet je dus 40 uur eerder vertrekken en dat wil zeggen rond middernacht van zaterdag op zondag.

**23a**

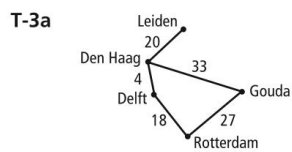
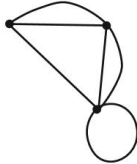
		naar			
		A	B	C	D
	A	-	32	34	18
van	B	32	-	43	20
	C	34	43	-	23
	D	18	20	23	-

- b** De fietstocht is  $32 + 18 + 23 = 73$  kilometer lang. Met een snelheid van 18 km per uur doet hij er  $73 : 18 = 4,05$  uur over. Dat is dus iets meer dan vier uur.
- c** De route is  $34 + 23 + 20 + 32 = 109$  kilometer. De wielrenners rijden 36 km per uur.  
 Ze doen over de route  $109 : 36 = 3,02\dots$  uur, dat is iets meer dan drie uur.  
 Als ze om 9 uur vertrekken, zijn ze om ongeveer 12 uur terug.
- d** Met een goede step is een snelheid van 25 km per uur mogelijk. Over deze route zou je dan  $109 : 25 = 4,36$  uur doen. Dat is ongeveer 4 uur en 20 minuten.

### Test jezelf

- T-1a** Deze graaf heeft vier knooppunten.  
**b** Deze graaf heeft vijf wegen.

**T-2** Bijvoorbeeld:



**b**

	<i>L</i>	<i>DH</i>	<i>G</i>	<i>D</i>	<i>R</i>
<i>L</i>	-	20	53	24	42
<i>DH</i>	20	-	33	4	22
<i>G</i>	53	33	-	37	27
<i>D</i>	24	4	37	-	18
<i>R</i>	42	22	27	18	-

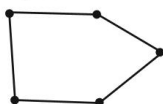
- c** De tabel is symmetrisch omdat bijvoorbeeld de afstand van Den Haag naar Rotterdam dezelfde is als van Rotterdam naar Den Haag. In de tabel komt elke afstand twee keer voor.
- T-4a** Bloed van bloedgroep O kan aan iedereen worden toegediend.
- b** Rick kan bloed van bloedgroep A, bloedgroep B, bloedgroep AB en bloedgroep O toegediend krijgen.
- c** Iemand moet bloed van bloedgroep AB kan alleen maar donor zijn voor iemand met dezelfde bloedgroep.
- T-5a** Niek heeft gewonnen van Lot want de pijl wijst in de richting van Lot.
- b** Er zijn twee wedstrijden in gelijkspel geëindigd. Dat zijn Lot tegen Mia en Kim tegen Niek.
- c** Lot heeft  $2 + 1 + 0 = 3$  punten gehaald.
- d**
- | <i>speler</i> | <i>punten</i>   |
|---------------|-----------------|
| Kim           | $0 + 1 + 2 = 3$ |
| Lot           | $2 + 1 + 0 = 3$ |
| Mia           | $0 + 0 + 1 = 1$ |
| Niek          | $1 + 2 + 2 = 5$ |
- e** De competitie is gewonnen door Niek.



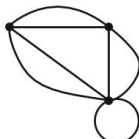
- T-6a** Je moet vraag 2 en vraag 4 beantwoorden.
- b** Als je 18 kilometer per uur fietst en twee uur rust neemt, ben je ongeveer  $235 : 18 + 2 = 15$  uur onderweg.
- T-7a** Je moet weten hoeveel meter je per minuut zwemt, hoeveel km je per uur fietst en hoeveel km je per uur loopt.
- b** Een veertien- of vijftienjarige zwemt gemiddeld één kilometer per uur.  
Een veertien- of vijftienjarige fietst gemiddeld 20 kilometer per uur.  
Een veertien- of vijftienjarige loopt gemiddeld 14 kilometer per uur.
- c** Een deelnemer doet 15 minuten over het zwemmen, 30 minuten over het fietsen en ongeveer 10 minuten over het hardlopen. In totaal dus  $15 + 30 + 10 = 55$  minuten en daarbij moet ook nog van kleding worden gewisseld. De aankomsttijd zal dus ongeveer 11:20 uur zijn.

### Extra oefening

- E-1a** Deze graaf heeft vijf knooppunten.
- b** Deze graaf heeft acht wegen.
- c** Bijvoorbeeld:



- d** Bijvoorbeeld:



- E-2a** Ria en Pam zitten bij twee vakken bij elkaar.
- b** Simon en Pam zitten nooit bij elkaar in de groep.
- c** Simon en Ria volgen de meeste vakken (3) samen.
- d** Bij één van de verplichte vakken zitten Simon en Quinten ieder in een andere groep.
- E-3a** De afstand van Geleen naar Heerlen is 16 kilometer.
- b** De afstand Maastricht - Hoensbroek is 27 km (via Heerlen is de kortste weg).
- c**

		naar				
		He	Ho	G	M	K
van	He	-	4	16	23	8
	Ho	4	-	12	27	10
	G	16	12	-	17	22
	M	23	27	17	-	24
	K	8	10	22	24	-

## Hoofdstuk 10 – Grafen

- E-4a** Carla heeft gewonnen van Erik.
- b** Erik heeft drie wedstrijden gespeeld.
  - c** De wedstrijden Erik tegen Dorien en Carla tegen Alet moeten nog worden gespeeld.
  - d** Vijf spelers die een halve competitie spelen, moeten in totaal  $5 \times 4 : 2 = 10$  wedstrijden spelen.
- E-5a** Een handige maat om te gebruiken voor de fietssnelheid is 18 kilometer per uur.
- b** Hoeveel uur gaan Sander en Petra per dag fietsen?  
Hoeveel rustdagen willen zij houden?
  - c** Bijvoorbeeld: Sander en Petra fietsen zes uur per dag en zij willen twee rustdagen houden.
  - d** Zes uur fietsen per dag is  $6 \times 18 \text{ km} = 108 \text{ km}$  per dag. Over 320 km zouden zij dan  $320 : 108 \approx 3$  dagen doen. Met de twee rustdagen erbij doen zij vijf dagen over deze tocht.
- E-6** Met een wandelsnelheid van 40 kilometer per dag kun je deze route in  $320 : 40 = 8$  dagen doen. Daarbij is nog geen rekening gehouden met rustdagen.

### Gemengde opdrachten

- G-1a** De paddenstoel staat tussen knooppunt 38 en knooppunt 3.
- b** De route van Hillechien is  $4,3 + 3 + 6,9 = 14,2$  kilometer lang. Als Hillechien 18 km per uur fietst, heeft zij ongeveer 47 minuten nodig. Als zij om 10:15 uur vertrekt, kan ze de afspraak niet halen bij de veronderstelde snelheid.
  - c** De kortste route gaat via Scheveningen en Kijkduin en is  $4,5 + 3,9 + 6,4 + 6 = 21,7$  km lang. Bij een snelheid van 18 km per uur zijn zij dus ongeveer één uur en een kwartier onderweg. De vertrektijd is dan 13:45 uur.
- G-2a** Vanuit Londen en Parijs vertrekken twee rode lijnen, twee groene lijnen en nog een blauwe lijn. De rode lijnen betekenen minstens  $2 \times 25$  vluchten en de groene lijnen in elk geval  $2 \times 10$  vluchten. De andere vliegvelden hebben minder vluchten.
- b** Hij kan via Londen, Frankfurt, Amsterdam of Parijs reizen.
  - c** Waarschijnlijk is het via Frankfurt of Parijs het handigst, omdat Londen en Amsterdam in de verkeerde richting liggen.
- G-3a** De afstand tussen deze plaatsen is 4 uur. Er is uitgegaan van een snelheid van  $300 : 4 = 75$  km per uur.
- b** De kortste route gaat via Calgary en is  $10 + 4 = 14$  uur rijden; dat is  $14 \times 75 = 1050$  km.
  - c** Via Prince George naar Edmonton is  $8 + 9 = 17$  uur rijden. Dat is  $17 \times 75 = 1275$  km. Je rijdt dan  $1275 - 1050 = 225$  kilometer om.

- G-4a** Van Elburg naar Hattem is 16 kilometer. De heen- en terugreis is  $2 \times 16 = 32$  km.

**b**

		naar				
		Hattem	Epe	Apeldoorn	Harderwijk	Elburg
van	Hattem	-	33	48	41	16
	Epe	33	-	15	32	17
	Apeldoorn	48	15	-	43	32
	Harderwijk	41	32	43	-	25
	Elburg	16	17	32	25	-

- c** Voor deze vergadering in Hattem hebben de burgemeesters samen  $(33 + 48 + 41 + 16) \times 2 = 276$  km afgelegd.
- d** Het best kan er vergaderd worden in Elburg, dat is totaal  $(16 + 17 + 32 + 25) \times 2 = 180$  km rijden.
- e** Nu kan er het best in Epe worden vergaderd. Voor Epe is de totale afstand  $(15 + 32 + 17) \times 2 = 128$  kilometer.