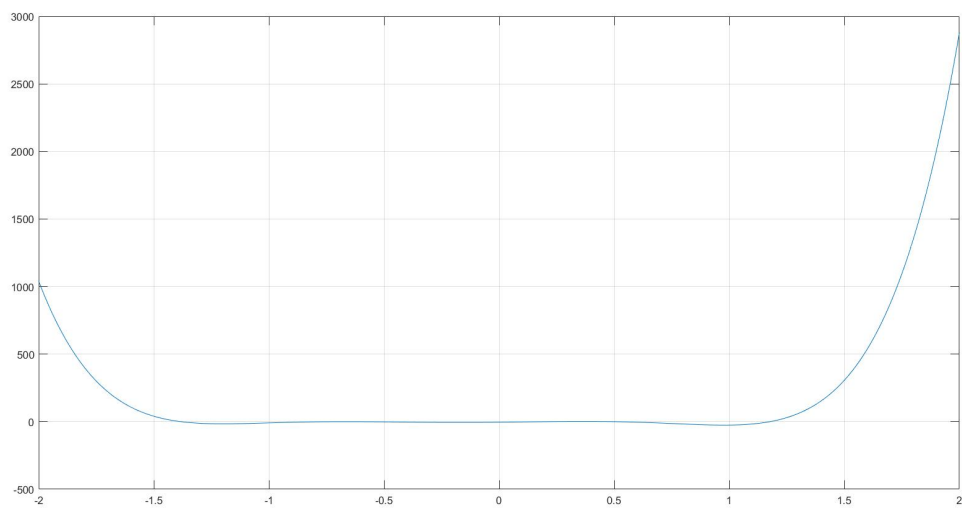


1. 设 $f(x) = 54x^6 + 45x^5 - 102x^4 - 69x^3 + 16x - 4$.画出在区间 $[-2, 2]$ 上的函数图形, 并且用割线法求在区间内的所有5个根.对哪一个根是线性收敛? 对哪一个根是超线性收敛?

解：使用Matlab绘图， $y = f(x)$ 的函数图形如下：



由图可看出，该函数在 $[-1.40, -1.38]$ 、 $[-0.70, -0.65]$ 、 $[0.19, 0.21]$ 、 $[0.42, 0.56]$ 、 $[1.14, 1.25]$ 各有一个根. 根据割线方法，将区间的端点值作为初始估计的 x_0 、 x_1 ，应用下式

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})}$$

迭代结果如下。

区间 $[-1.40, -1.38]$ ，初始估计 $x_0 = -1.40$ ， $x_1 = -1.38$ ，根为 $r_1 = -1.381298482043995$ ，根据近似误差关系可知 r_1 为超线性收敛；

i	x_i	i	x_i
0	-1.4000000000000000	5	-1.381298482043994
1	-1.3800000000000000	6	-1.381298482043995
2	-1.381197644126780	7	-1.381298482043995
3	-1.381299053994796		
4	-1.381298481792954		

区间 $[-0.70, -0.65]$ ，初始估计 $x_0 = -0.70$ ， $x_1 = -0.65$ ，根为 $r_2 = -0.666666668223303$ ，根据近似误差关系可知 r_2 为线性收敛；

i	x_i	i	x_i
0	-0.7000000000000000	5	-0.662087104612204
1	-0.6500000000000000	6	-0.663762325233371
2	-0.634513327381772	7	-0.664893121041524
3	-0.655843305543274	
4	-0.658651749173768	39	-0.666666668223303

区间 $[0.19, 0.21]$, 初始估计 $x_0 = 0.19$, $x_1 = 0.21$, 根为 $r_3 = 0.205182924689048$, 根据近似误差关系可知 r_3 为超线性收敛;

i	x_i	i	x_i
0	0.1900000000000000	5	0.205182924689048
1	0.2100000000000000	6	0.205182924689048
2	0.205285933196013	7	0.205182924689048
3	0.205182159523654		
4	0.205182924807156		

区间 $[0.42, 0.56]$, 初始估计 $x_0 = 0.42$, $x_1 = 0.56$, 根为 $r_4 = 0.5000000000000000$, 根据近似误差关系可知 r_4 为超线性收敛;

i	x_i	i	x_i
0	0.4200000000000000	5	0.499991193994376
1	0.5600000000000000	6	0.499999983425379
2	0.478669736153616	7	0.5000000000000607
3	0.495405541797457	8	0.5000000000000000
4	0.500453381095937	9	0.5000000000000000

区间 $[1.14, 1.25]$, 初始估计 $x_0 = 1.14$, $x_1 = 1.25$, 根为 $r_5 = 1.176115557354947$, 根据近似误差关系可知 r_5 为超线性收敛。

i	x_i	i	x_i
0	1.1400000000000000	5	1.176114634308360
1	1.2500000000000000	6	1.176115557004612
2	1.166523353348901	7	1.176115557354948
3	1.173698190128100	8	1.176115557354947
4	1.176210815130013	9	1.176115557354947

