

# 论题 1-1 作业

姓名：陈劭源

学号：161240004

## 1 Problem 1.2

1. 题目要求找到符合以下条件的大写字母构成的单词：（1）正着读和反着读是一样的；（2）绕着中心旋转  $180^\circ$  后，仍然正着读和反着读是一样的。
2. 要满足条件（1），这个单词必须是回文串。要满足条件（2），这个单词中的所有字母旋转  $180^\circ$  后仍然是一个字母。这样的字母有：H, I, N, O, S, X, Z。
3. 根据上面的分析，找到一个满足所有条件的常见的英语单词：**NOON**。

## 2 Problem 1.3

1. “anagram” 就是改变字母排列顺序得到的单词。题目要求将每一条中的字母重新排列，得到一个单词。前三条是地理概念上的地名，第四条是你可能住的地方。
2. 可以统计词组中各条目中字母出现的次数，然后到字典中查找具有相同各字母出现次数的单词即可。英语中地名首字母一般是大写，因此前三条只需查找那些首字母大写的单词即可。
3. 根据上面的分析可以找到答案：
  - (a) **VANCOUVER**
  - (b) **PENNSYLVANIA**
  - (c) **PHILADELPHIA**
  - (d) **DORMITORY**
4. 其他方法：当字母数量不多时，可列出这些字母所有可能的排列，再到字典中查找。这样就避免了在整本字典中逐条查找，较为节约时间。

## 3 Problem 1.4

1. 有  $n$  支球队进行单败淘汰制锦标赛，总共需要组织多少场比赛？单败淘汰赛制的规则是，所有参赛队两两配对进行比赛，败者淘汰，胜者继续两两配对比赛，如此反复直到决出冠军为止。
2. 注意到当且仅当  $n$  是 2 的正整数次幂时，单败淘汰赛制才能组织。第一轮比赛共有  $n$  支球队，需要组织  $\frac{n}{2}$  场比赛；第二轮比赛共有  $\frac{n}{2}$  支球队，需要组织  $\frac{n}{2}$  场比赛……直到决赛（第  $\log_2 n$  轮）只剩 2 支球队，需要组织 1 场比赛。

3. 根据上面的分析，可计算出答案：当  $n$  是 2 的正整数次幂时，总比赛场次为：

$$\frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \cdots + 1 = \sum_{i=1}^{\log_2 n} 2^{i-1} = 2^{\log_2 n} - 1 = n - 1$$

#### 4 Problem 1.5

1. 假设你住在一幢奇怪房子里，里面有 7 扇一模一样的、紧关着的门，其中有一扇通向浴室。在第一次尝试时找到浴室的概率是大于、小于还是等于第三次尝试时找到浴室的概率？
2. 第一次尝试时，有 7 扇门可能通向浴室，并且由于每扇门完全相同，因而是等可能的；第三次尝试时只有 5 扇门可能通向浴室，并且也是等可能的。
3. 因此，第一次尝试就找到浴室的概率为  $\frac{1}{7}$ ，第三次尝试时找到浴室的概率为  $\frac{1}{5}$ ，答案是小于。

#### 5 Problem 1.6

1. 题目的意思是，给出一条通过字母移位编码得到的信息，要求解出原来的信息是什么。

RDSXCVIWTGDNXHUJCLTLXAAATPGCBGTPQDJIXIAPITG

2. 可以将上述字符串中的所有字母移位 1 至 25，找出有合理意义的那一条即可。
3. 经过 1 至 25 次移位后，所有的字符串为：

SETYDWJXUEHOYIVKDMUMYBBBUQHDCEHUQREKJYJBQJUH  
TFUZEXKYVFI PZJWLENVNZCCCVRIEDFIVRSFLKZKCRKVI  
UGVAFYLZWGJQAKXMFOWOADDDWSJFEGJWSTGMLALDSLWJ  
VHWBGZMAXHKRBLYNXPBEEEXTKGFHKXTUHNMBMETMXK  
WIXCHANBYILSCMZOHQYQCFFFYULHGILYUVIONCNFUNYL  
XJYDIBOCZJMTDNAPIRZRDGGGZVMIHJMZVWJPODOGVOZM  
YKZEJCPDAKNUEOBQJSASEHHHAWNJIKNAXKQPEPHWPAN  
ZLAFKDQEBLOVFPCRKTBTFIIBXOKJLOBXYLRQFQIXQBO  
AMBGLERFCMPWGQDSLUCUGJJJCYP LKMPCYZMSRGRJYRCP  
BNCHMFSGDNQXHRETMVDVHKKKDZQMLNQDZANTSHSKZSDQ  
**CODINGTHEORYISFUNWEWILLLEARNMOREABOUTITLATER**  
DPEJOHUIFPSZJTGVOXFXJMMMFBSNP SFBCPVUJUMBUFS  
EQFKPIVJGQTAKUHWPYGYKNNNGCTPOQTGCDQWVKVNCVGT  
FRGLQJWKHRUBLVIXQZHZLOOOH DUQPRUHD ERXWLWODWHU  
GSHMRKXLISVCMWJYRAIAMPPPIEVRQSVIEFSYXMPXIV  
HTINSLYMJTWDNXKZSBJBNQQQJFWSRTWJFGTZNYQFYJW  
IUJOTMZNKUXEOYLATCKCORRRKGXTSUXKGHUAZOZRGZKX

JVKPUNAOLVYFPZMBUDLDPSSSLHYUTVYLHIVBAPASHALY  
KWLQVOBPMWZGQANCVEMEQTMTMIZVUWZMIJWCBQBTIBMZ  
LXMRWPCQNXAHRBODWFNFRUUUNJAWVXANJKXDCRCUJCNA  
MYNSXQDROYBISCPXGOGSVVOKBXWYBOKLYEDSDVKDOB  
NZOTYRESPZCJTDQFYHPHTWWPLCYXZCPLMZFEWLEPC  
OAPUZSFTQADKUERGZIQIUXXXQMDZYADQMNAGFUFXMFQD  
PBQVATGURBELVFSHAJRJVYYYRNEAZBERNOBHGVGYNGRE  
QCRWBUEHVSFCFMWGTIBKSKWZZZSOFBACFSOPCIHWHZOHSE

其中粗体那一行有实际意义，将单词分割开，并加上标点符号，得到：

**CODING THEORY IS FUN, WE WILL LEARN MORE ABOUT IT LATER.**

## 6 Problem 1.8

1. 有 12 枚看起来一样的硬币，其中有 1 枚是假的，其重量与真的不同。给一架天平，要求用最少的称量次数找出那枚假币。
2. 考虑一个较简单的情况：只有 4 枚硬币，其他条件相同。将这 4 枚硬币依次编号为 1, 2, 3, 4。首先，将 1 号和 2 号硬币放在天平左右两端称量，若
  - (a) 重量相等，说明 1, 2 是真的，3, 4 是假的。这时将 1 号和 3 号硬币放在天平左右两端称量，若
    - i. 重量相等，说明 4 是假的；
    - ii. 重量不相等，说明 3 是假的。
  - (b) 重量不相等，说明 3, 4 是真的，1, 2 是假的。这时将 1 号和 3 号硬币放在天平左右两端称量，若
    - i. 重量相等，说明 2 是假的；
    - ii. 重量不相等，说明 1 是假的。

上面的讨论表明，要从 4 枚硬币中找出假币，称 2 次即可。

3. 下面讨论 12 枚硬币的情况。将其依次编号为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12。将 1, 2, 3, 4 放在天平左端，5, 6, 7, 8 放在天平右端称量，若
  - (a) 重量相等，说明假币在 9, 10, 11, 12 中。用 2. 中的方法找出即可。
  - (b) 天平左端较重。将 1, 2, 5 放在天平左端，3, 6, 9 放在天平右端称量，若
    - i. 天平左端较重，则 1, 2 可能是假币且较重，6 也可能是假币且较轻。将 1, 6 放在天平左端，9, 10 放在天平右端，若
      - A. 重量相等，则 2 是假的；
      - B. 天平左端较重，则 1 是假的；
      - C. 天平右端较重，则 6 是假的。

- ii. 天平右端较重，则 3 可能是假币且较重，5 也可能是假币且较轻。将 3, 5 放在天平左端，9, 10 放在天平右端，若
    - A. 天平左端较重，则 3 是假的；
    - B. 天平右端较重，则 5 是假的。
  - iii. 重量相等，则 4 可能是假币且较重，7, 8 也可能是假币且较轻。将 4, 7 放在天平左端，9, 10 放在天平右端，若
    - A. 重量相等，则 8 是假的；
    - B. 天平左端较重，则 4 是假的；
    - C. 天平右端较重，则 7 是假的。
- (c) 天平右端较重。将 1, 2, 5 放在天平左端，3, 6, 9 放在天平右端称量，若
- i. 天平左端较重，则 5 可能是假币且较重，3 也可能是假币且较轻。将 3, 5 放在天平左端，9, 10 放在天平右端，若
    - A. 天平左端较重，则 5 是假的；
    - B. 天平右端较重，则 3 是假的。
  - ii. 天平右端较重，则 6 可能是假币且较重，1, 2 也可能是假币且较轻。将 1, 6 放在天平左端，9, 10 放在天平右端，若
    - A. 重量相等，则 2 是假的；
    - B. 天平左端较重，则 6 是假的；
    - C. 天平右端较重，则 1 是假的。
  - iii. 重量相等，则 7, 8 可能是假币且较重，4 也可能是假币且较轻。将 4, 7 放在天平左端，9, 10 放在天平右端，若
    - A. 重量相等，则 8 是假的；
    - B. 天平左端较重，则 7 是假的；
    - C. 天平右端较重，则 4 是假的。

上面的讨论表明，称量 3 次即可从这 12 枚硬币中找出假币。下面证明不可能以少于 3 次的称量，从 12 枚硬币中找出假币。假设称量 2 次即可找出假币，每次称量的结果有左边重、右边重、重量相等这 3 种，称 2 次一共可能的结果组合有  $3 \times 3 = 9$  种，而一共有 12 枚硬币是假币，从而至少有 1 种结果组合不能确定哪一枚硬币是假币。综上，从 12 枚硬币中找出假币的最少称量次数为 **3 次**。