可以从构造的角度来看

构造多项式

$$L(x) = l_0(x)y_0 + l_1(x)y_1 + \cdots + l_n(x)y_n$$

称 $l_0(x), l_1(x), \cdots, l_n(x)$ 为 n 次插值基函数. 需要满足

$$l_k(x) = \begin{cases} 0, i \neq k \\ 1, i = k \end{cases}$$

即 $l_k(x)$ 有 n 个零点, 于是构造分子为 $(x-x_0)\cdots(x-x_{k-1})(x-x_{k+1})\cdots(x-x_n)$. 设分母是 P. 因为需要满足 $l_k(x_k)=1$. 于是

$$\frac{(x_k-x_0)\cdots(x_k-x_{k-1})(x_k-x_{k+1})\cdots(x_k-x_n)}{P} = 1$$

得到分母的表达式, 然后就得到插值基函数的表达式

$$l_k(x) = \frac{(x-x_0)\cdots(x-x_{k-1})(x-x_{k+1})\cdots(x-x_n)}{(x_k-x_0)\cdots(x_k-x_{k-1})(x_k-x_{k+1})\cdots(x_k-x_n)}$$

拉格朗日插值多项式为

$$L_n(x) = \sum_{k=0}^{n} y_k l_k(x)$$