摘　要

纵观当下的服装饰品，丝巾是其中的一个重要类别，而相关设计者们如何在这样一个充满挑战的环境下，拓宽设计思路，开发出新的设计资源，为丝巾注入更多的产品艺术特性，是当前相关制造业急需解决的重要问题。

本文简要分析了目前图案设计的总体研究现状，然后从丝巾图案的造型、构成要素和构成形式等几个方面，简要归纳丝巾图案设计的特点。接着，又对本文所涉及到的数学曲线（玫瑰曲线、递归螺线与蝴蝶曲线等）和基于混沌动力学的准规则斑图进行阐述，并对它们的生成原理和图形特点进行总结。之后，分别以数学曲线、准规则斑图等进行探讨，对其模型和图案生成原理进行深入分析，通过在相应数学模型的基础上进行参数变换、函数替换与复合、色彩设计等生成新的独特图案，再结合多种数学曲线进行叠加组合等创造出既经典而又时尚美观的图案。

文章最后进行了设计实践，运用数学曲线和准规则斑图理论设计了图案生成软件，展示了各种美丽独特的图案，显示出将数学曲线和准规则斑图作为丝巾图案设计的来源，得到的丝巾图案新颖独特，个性十足，既美丽又贴合大众的审美。

关键词： 丝巾；数学曲线；斑图；图案设计

Abstract

Throughout the current clothing accessories, silk scarf is one of the important categories, and how to broaden the design ideas, develop new design resources and inject more artistic characteristics into silk scarf in such a challenging environment is an important issue that the relevant manufacturing industry urgently needs to solve.

This paper briefly analyzes the current research status of pattern design, and then summarizes the characteristics of silk scarf pattern design from several aspects such as the shape, composition and composition of scarves. Then, the mathematical curves (rose curve, recursive spiral and butterfly curve, etc.) and quasi-regular pattern based on chaotic dynamics are described, and their generation principle and graphic characteristics are summarized. After that, the paper discusses the mathematical curve and the quasi-regular pattern, and deeply analyzes the model and pattern generation principle. It generates new uniqueness by parameter transformation, function substitution and compound, color design, etc. based on the corresponding mathematical model. Patterns, combined with a variety of mathematical curves for superposition and combination, create a classic and stylish pattern.

At the end of the paper, the design practice was carried out. The pattern generation software was designed by using mathematical curve and quasi-regular pattern theory. Various beautiful and unique patterns were displayed, showing the mathematical curve and quasi-regular pattern as the source of scar tissue design. The scarf pattern is unique, and it is both beautiful and aesthetic.

Key words: silk scarf; mathematical curve; pattern; pattern design

目　录

引　言

随着时代变化的步伐越来越快，人们对于服装饰品也越来越要求凸显个性时尚，在这种情况下，服饰商品行业的竞争在我国愈发激烈。对于染织设计制造业来说，必须时刻保持公司团队创新能力的培养，其中尤为重要的就是在图案设计上的创新上，这决定了该公司能否在同行业的竞争中取得优势。

在科技快速发展的今天，人们对丝巾的图案的要求越来越高，不断强调要突出其个性。但是得到的结果总是差强人意，主要产生的问题如下：（1）丝巾的图案设计还是以手工绘制为主，技术落后、设计效率低下；（2）丝巾图案风格繁杂混乱，没有突出个人的风格主题；（3）无法抓住大众审美心理，得到的图案不够新颖，难以被大众所流行。

为了解决这些问题，人们从数学图形所包含的艺术特性对服饰印花图案的生成方法进行了摸索，并已取得了一定成果。研究结果表明，利用数学图形生成的服饰图案经典而又时尚，是新时代高效的丝巾图案设计方式。而笔者发现，在这些数学图形当中，数学曲线和斑图与丝巾图案有着隐约却又密不可分的联系，故而笔者接下来将围绕数学曲线和斑图结合丝巾图案进行探索分析，深入发掘其中的奥秘。

第一章 绪论

1.1 国内外研究现状

这些年来，国内外学者和专业人士运用所学知识寻找适当的数学方法，对各种理论方法进行分析比较，总结其中的原理精髓，并且已经应用到人们生活的方方面面。

国外方面，人们很早就对图形在服饰印花方面的应用进行了探索，其中，对数分形图案方面的应用研究较多。美国作家 Jame Gleik 在《Chaos:Making a New Science》[1]一书中，对分形的基本概念以及发展可能性作了全面的介绍与评述。之后 Neves Jorge、Hudec G 等人在此基础上总结出了分形图案在染织印花中的应用前景。另外在 2013 年，Mohina Kharbanda 和 Nikesh Bajaj 提出将分形艺术运用于服饰设计中，展现出了强大的创造力[2-4]。目前，虽然国外对于非线性科学中分形几何学的研究较为成熟，但是系统性地总结其中的数学方法阐述其原理的研究却比较少，尤其在丝巾的图案设计方面。

国内方面，结合数学图形生成图案运用于的纺织品中的相关研究也不少。在分形图案方面，上世纪的 90 年代中期，屈世显、戚玉箐等人就分形图形在服饰印染中的应用的可能性进行了分析与讨论[5-7]。而另一边的非线性图案方面，2005-2006 年，王怡等人就其关于纺织图案艺术设计应用探索出一条全新的道路[8]。在此之后，于超等人对分形图案进一步研究，总结出分形图案的特性并对分形图案在纺织品领域中的应用进行预测[9]。在此之后，江南大学的伊芹芹也有相似的研究，验证了分形图案对于印花设计的实用性[11]。2018 年，罗芬在《基于分形理论的图案造型设计研究与应用》[10]一文中对非线性图形进行了系统性的研究，大胆地设想将非线性图形应用到服饰图案设计行业中去。除了分形图案，流行几何图案和伊斯兰图案也是当前被人们所喜爱的图案，罗戎蕾分别于 2014 年和 2015 年总结其中的数学方法，并在将它们运用于纹饰方面进行了探讨[12-13]。张聿等人于《应用广义 Julia 集图形的服装纹样设计方法》一文中，结合广义 Julia 集图形的绘制原理得到各种精美别致的图形，并在纺织印花图案设计中的应用如何应用于开发进行了探讨[14]。另外，张聿和丁玲聪还对广义牛顿迭代图形有此方面的研究[15]，总结其中的原理，结合计算机图形处理，将之运用于设计丝巾纹样，取得了不错的效果。

可以看出，虽然国内国外已经有人探索数学方法的艺术特性，但是对于本课题所要研究的基于数学曲线和斑图的图案设计的相关研究还很少，特别将这些理论体系应用于丝巾的图案设计方面。

1.2 选题目的及意义

当下是经济和科学技术快速发展的时代，丝巾图案的设计也必须跟上时代的步伐，于是人们开始将目光投向了传统以外的设计方法。而基于数学曲线和斑图的图案设计正是一条创新的道路，它通过严谨的理论方法，如参数调整、函数复合与叠加等对所生成的图形进行定向的控制生成，得到符合人们审美追求的图形。一方面，通过数学曲线和准规则斑图得到的服饰图案能够对人们传统的审美趣味造成冲击，另一方面，在确定了曲线或者斑图的数学模型后，设计人员可以在当前已经生成图案的基础上，不断修改模型的相关参数从而得到不同效果的图案，依靠计算机快速运算生成的优势，创造出精美独特的图案。

本文的选题意义：

①发掘设计思路，为当代丝巾图案的设计探索出一条高效的方法。

②图案的生成结合了计算机辅助设计[16]，图案的生成和变化过程等均可借助计算机来完成，在分析、设计、模拟与生成过程中，数学方法特性显著。

③有利于设计开发人员寻找新的创作资源。

1.3 课题的研究内容

本文主要的研究内容包括：

——对丝巾图案设计的基本要素如造型、构成等进行分析研究；

——对数学曲线和准规则斑图的生成原理及其生成的图形的造型特点进行总结归纳；

——运用数学曲线和准规则斑图进行各种风格类型的丝巾图案的设计。

1.4 本文重点难点

本文的重点和难点在于如何掌握曲线和斑图的数学模型的变化规律，通过这些设计来源，将数学方法与丝巾图案设计有机地结合起来，达到进行丝巾纹样设

计的目的。

1.5 本文创新点

本文主要利用数学曲线与准规则斑图这两类数学图形，利用 JAVA 程序语言编制了图案生成软件，模拟数学曲线和准规则斑图的生成，并通过函数变换、改变参数、坐标变换等方法生成大量奇特的图案，或者联合几种图形生成新的组合图案。图案的生成速度快捷，并且所生成的图形千变万化，设计人员可以从中挑选用于丝巾的图案制作，为当下的丝巾图案设计提供一条简便的道路。

第二章 丝巾图案概述

2.1 丝巾图案的基本造型

一般来讲，丝巾图案的造型由以下的几种类型组成：

①纯几何类型图案；

②写实图案；

③装饰图案；

④上述两种或以上的几种组合图案[17]。

这里需要注意的是，在结合多种造型进行组合式图案设计时，必须明确所要设计的丝巾主题，不然丝巾图案很可能会显得杂乱而涣散，与开始想要达到的效果完全相反。

纯几何类型图案

写实图案

装饰图案

组合图案

图 2-1　运用不同形式的丝巾图案

2.2 丝巾图案的构图形式

在丝巾图案的设计中，对称均齐是丝巾图案构图的主要表现形式，而对称均齐又可以分成两类，其中的一类是以米字形的轴心线作为主体的框架，称为格律式形式，在这种形式中，纹样的绘制通常都会设置在中心位置或者框架线上。另外一种是在格律式的基础上变形而来的形式，虽然与之前一样仍是使用米字形作为框架，但是在设计的时候仅仅是选取了米字框架的四根线中一根轴心线或者对角线，这就令丝巾的图案发生了明显的区域划分，轮廓的划分也会变得更加精致。

格律式形式

格律式的变形

图 2-2　运用对称均齐式构图的丝巾图案

2.3 丝巾图案的色彩

色彩的搭配作为丝巾图案设计中又一步骤，有了色彩的点缀，丝巾图案焕发活力，给人以明快的感觉。因此，为了能够让丝巾这种平面的介质，体现出立体感的效果，色彩的设计就显得十分重要。如下所示，选取同样的一组纹样，但是在不同色彩相互搭配的作用下，给人们带来了完全不同的视觉映像。

丝巾色彩 1

丝巾色彩 2

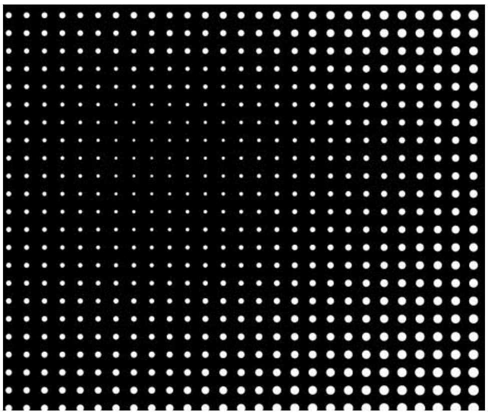
图 2-3　同纹样不同色彩的丝巾图案

一般在调整丝巾图案的色彩的时候，为了使得画面更加地具有和谐稳定性并且带有形式美感，人们往往会在丝巾图案中加辅助颜色进行点缀修饰，另外在运用多种色彩进行图案设计的时候，还可以利用一些无彩色或金、银色对当前的图案进行一定的协调，往往会产生出乎意料的效果。

2.4 丝巾图案的构成元素和形式

2.4.1 丝巾图案构成元素

点、线、面组成客观世界的三维结构，对于丝巾图案设计来说也是如此，它也是由这些组合生成而来，就是因为这些最基本的元素，我们才能得到那些精美的图案。



点元素丝巾图案

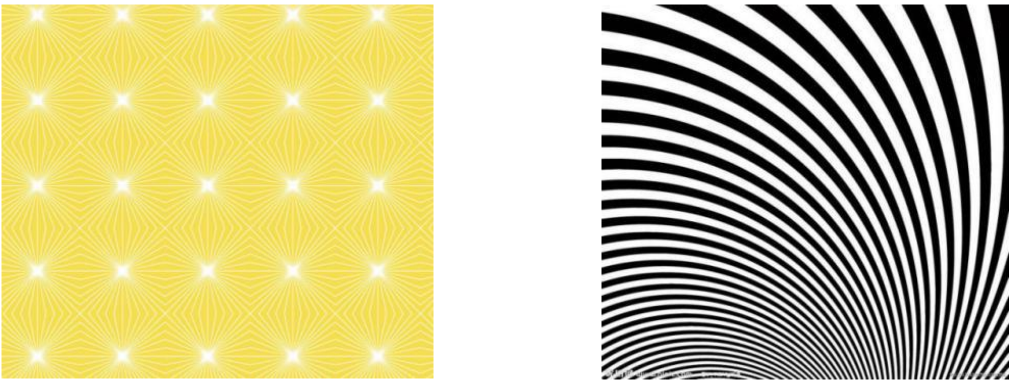
线元素丝巾图案

图 2-4　运用基本元素设计的丝巾图案

2.4.2 丝巾图案构成形式

①重复

重复，也有人称之为循环，一般指的是在进行图案设计的时候，同一个基本形态或者骨骼接连地、有序地反复出现[18]。重复能够给人以图案更深的印象，一副简简单单的图案，重复效果的出现就会造成视觉的强烈冲击，以及极强的感染力。



绝对重复　　　　相对重复

图 2-5　重复构成设计的丝巾图案按

②分割

分割指的是按照某种规定将图案的整体分成若干个部分。分割有以下几种形式[19]：等形分割、等量分割、比例分割、自由分割。

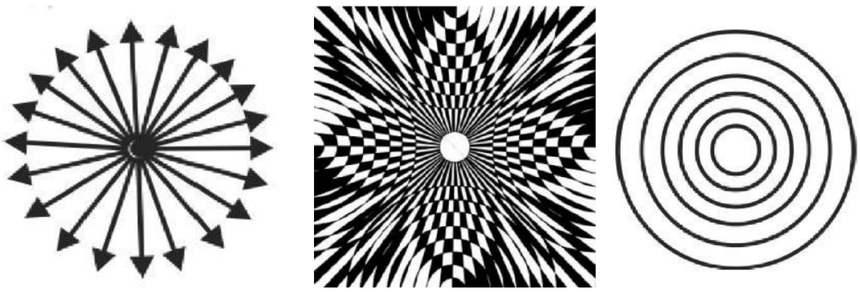
等形分割　　　　自由分割

图 2-6　丝巾图案设计中分割的运用

③发射

发射，也可以称之为放射[20]，是一种特殊的重复表现手法，在这里会将重复的基本形态全部都以一个或者多个点为中心，由中心向各个方向发生递进变化，最终给人以逐渐扩散的感觉。

发射方式主要由离心发射、向心发射、同心发射、离心发射和多中心发射五种构成，而一般人们在具体进行丝巾图案设计的时候，都会选择其中的两种或多种将它们结合起来使用。



离心发射图案　　向心发射图案　　同心发射图案

图 2.9　发射在图案设计中的运用

2.5 小结

本章简单对丝巾图案的造型、构图形式、色彩的设计以及基本构成等方面，通过一些真实的丝巾范例，对丝巾图案设计的方法介绍，为的是在后面结合数学方法的基础上进行丝巾图案的设计。事实证明，我们只有在熟悉丝巾图案设计的原理方法后，才能更好总结自己的经验，生成自己独特的设计风格，只有这样设计出来的图案才能被人们所喜爱。

第三章 数学曲线和斑图分析

数学是改变世界的科学，无论哪个学科领域，都与数学有着千丝万缕的联系，少了数学的帮助，这些学科的发展必将止步不前，最终灭亡。总之，数学都极大地影响了我们的工作和生活，因为数学的存在，我们的生活才能多姿多彩。即使是曾一度被认为与数学完全相反的绘画艺术，在社会快速发展的今天与数学也逐渐建立起越来越紧密的联系，而且直到现在，人类的思想和科技成果依然来自于数学。历史结果表明，数学对人类文化的发展起着至关重要的作用。

3.1 数学思想与艺术

数学是奇异美妙的，表现在其图形上，给人一种视觉奇幻感。例如视觉错位、视觉幻影、光感效应艺术等，这些图形都具有着严密的数学逻辑性，给人以一种似真似幻的艺术感觉。此外，还有投影的利用以及拓扑学中的问题等，都让我们看到隐藏在自然界中的强大艺术气息。

总之，数学中包含着无穷艺术创造力，许多数学方法理论如莫比乌斯带、三叶形、镶嵌以及随机过程等无一不展现了其无穷的魅力。它们已经不单单的是几何图形或是数学结构形式带来的感官上的视觉映像，更多的则是一种大多数人从未体验过、也难以想象得到的内在魅力。

3.2 数学曲线

数学曲线[21]千变万化，下面介绍其中几种具有代表性的曲线。

3.2.1 递归螺线

对于两个半径大小不同的圆，先在小圆中挖一个洞，再用以笔尖伸入这个洞中，将小圆沿着大圆的圆周内缘相接滚动画图，即可获得美丽的递归螺线。大圆小圆的半径不同或者是小圆中所挖的洞距离小圆圆心的位置的变化，都会使画出来的图案发生变化。设大圆的半径为 R，小圆的半径为 r，小圆上面的点设为 P，由 P 点运动的轨迹而得到的递归螺线方程为：

$$\begin{cases} x(t) = (R+r)cost + Pcos((R+r)t/r) \\ y(t) = (R+r)sint + Psin((R+r)t/r) \end{cases}, t \in [0,2\pi] \qquad (3\text{-}1)$$

如下面的原理图所示，点 P 在小圆上紧贴固定的大圆内侧运动，根据两圆半径以

及 P 点位置的不同，结果亦不相同，最终我们可以描绘如下图的轨迹。

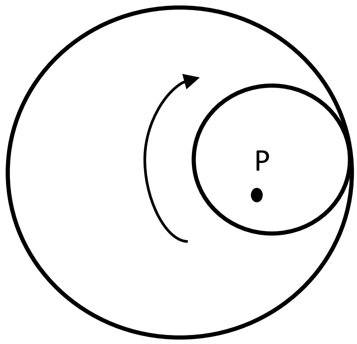


图 3-1 递归螺线生成原理图

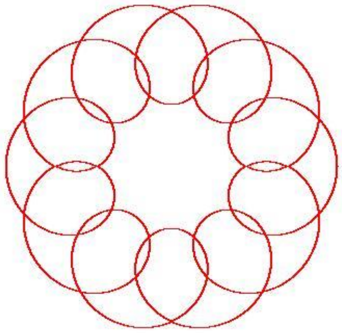


图 3-2 递归螺线

3.2.2 玫瑰曲线

玫瑰曲线[22]是以三角函数为基础的非多项式类型的参数曲线，因为伴随着明显的周期变化，并且其形状像极玫瑰花朵，所以命名为玫瑰曲线。在数学及各类学科的研究中，通常以极坐标的方式来表示中玫瑰曲线，极坐标方程可以表示为：

$$\rho = a + bcos(m\theta) \tag{3-2}$$

在式中，a 和 b 为实常数，m 一般取正整数。通过分析上式可以发现，方程中 $\cos(m\theta)$具有周期性，这使得玫瑰曲线图具有自己的特点，并包含了重复性和带包络圆的特点。因为这些典型特征，由此生成的曲线图案与玫瑰花就有着惊人的相度。

曲线的形状的影响参数有三个：参数 a，影响花形的位置；参数 b，影响花瓣的长短；参数 m，影响花瓣的个数

通过相关程序对不同叶子数的常用玫瑰曲线的参数选择进行的大量测试和分析，可以对玫瑰线的生成规则进行总结，得出以下结论：对于玫瑰线方程，令 m=P/Q（P>=2,Q>=2,且 P>Q），花瓣的周期为 T，另外设置 S 为曲线花瓣的个数，则有：

（1）当 S>=3 且取值为奇数时，就可以得到 P=S，Q 取小于 P 的奇数，周期 T=Q*Pi。

（2）当 S>=4 且取值为偶数时，如果令 P=S/2，这时如果 P 取值为偶数时，则 Q 取小于 P 的奇数，若 P 为奇数，则 Q 取小于 P 的偶数，周期 T=2Q*Pi。

玫瑰曲线详细绘制流程如下：

1）选定绘图空间，设定玫瑰曲线花瓣中心位置 a、花瓣长度 b 以及花瓣个数 m；

2)设定 θ 的取值范围和间距（这里$\theta \in [0,2\pi]$，间距为 0.0001)；

3)将 θ 带入公式（2），根据 $x = \rho\cos\theta, y = \rho\sin\theta$ 得到相应的 x，y 坐标；

4）根据绘图函数对坐标（x，y）绘制相应颜色的点；

5)逐步递增 θ 的值，循环重复上述的操作直至 θ 取得最大值2π并形成连续完整的图案。

最后即可得到如图 3-3 所示的图案模拟效果。

由整体来看，玫瑰线的形态极似玫瑰花瓣，故而利用玫瑰线来绘制各种形状的花瓣图案是条便捷路径。而且根据玫瑰线的生成规律，我们只需简单地选取 P、Q 并合理地设置周期，就能快速地绘制出各种花型图案。

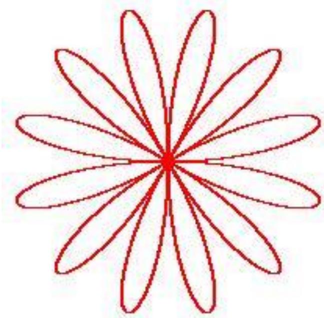


图 3-3　玫瑰曲线

3.2.3 蝴蝶曲线

蝴蝶曲线是一种象形曲线曲线，其外形酷似蝴蝶，其极坐标方程表示为：

$$\rho = e^{cos\theta} - 2\cos(4\theta) - \sin(\theta/5)^5 \qquad (3\text{-}3)$$

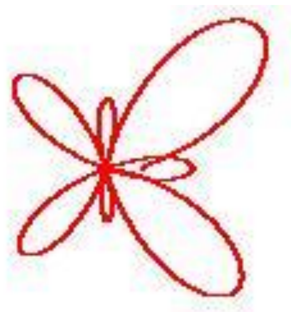


图 3-4　蝴蝶曲线

3.2.4 菊花曲线

菊花曲线也是通过极坐标方程来表示的参数曲线，它可以由玫瑰曲线变化而来，故而在各种性质上与玫瑰曲线有着相似之处。在数学中，其极坐标方程表示为：

$$\rho = (a-b)\sin(n\theta) + b \text{或者} \rho = (a-b)\cos(n\theta) + b \tag{3-4}$$

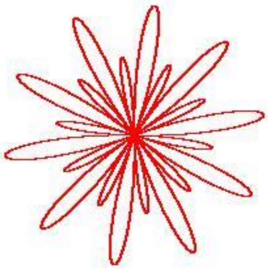


图 3-5　菊花曲线

3.2.5 运动曲线

运动曲线[13]是指点在运动的过程中所产生的轨迹图形，其运动过程中的轨迹可用以下的函数表示：

$$\begin{cases} x = \cos(ct) + e(\cos(at) + d(\cos(bt) - \cos(at)) - \cos(ct)) \\ y = \sin(ct) + e(\sin(at) + d(\sin(bt) - \sin(at)) - \sin(ct)) \end{cases} \tag{3-5}$$

式子中 a、b、c、d、e 为可调参数，其示例如下：

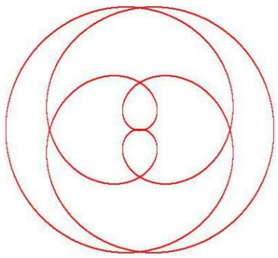


图 3-6　运动曲线

3.2.6 追逐曲线

假设四个人分别位于一个正方形的四个顶点上，每个人从顶点出发沿着四人所围成的正方形的边追逐另外的一个人，图 3-7 显示了整个过程，每个人的运动轨迹形成一条曲线轨迹，其用数学极坐标方程表示为：

$$\rho = ae^{bcot\theta} \tag{3-6}$$

图 3-8 是整个过程产生的追逐曲线生成图示。

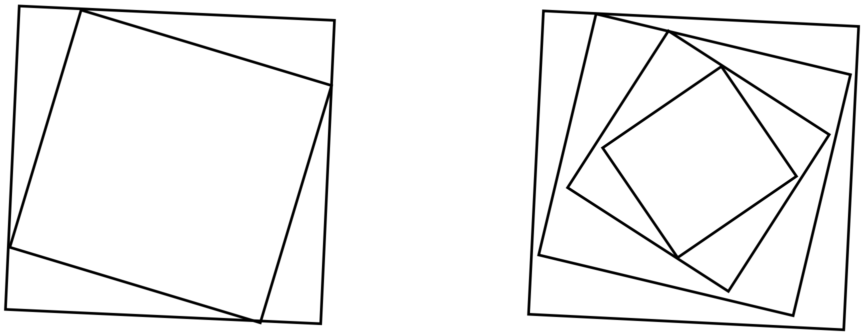


图 3-7　追逐曲线生成原理

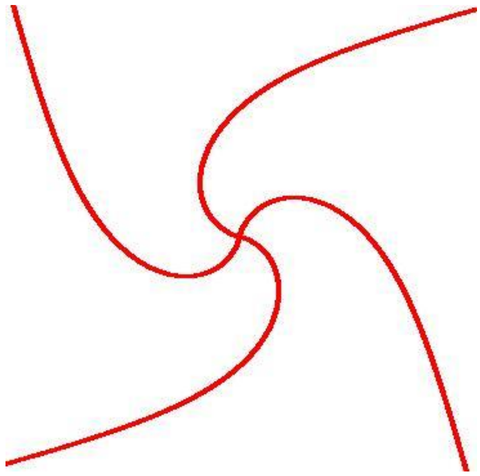


图 3-8　追逐曲线

3.3 斑图

3.3.1 准规则斑图简介

准规则斑图是混沌动力学中的一类，混沌，意味着没有明显的周期性和对称性的状态，这是由于它们内在的随机变化所导致的。混沌可以概括为三个特征：（1）具有随机性，即无论如何确定各种参数，仍然会表现无法被人所预料的随机行为；（2）在此理论下生成的图形一般都带着分形的特性，是无周期性的有序状态；（3）具有明显的蝴蝶效应，在任何初始条件的微小变化或干扰下，最终得到的图形都可能发生巨大的变化。

混沌动力学产生主要产生三类基本图形：均匀随机网图形；准规则斑图[23]；双混沌映射图形。在这里我们主要研究是由均匀随机网变化生成的准规则斑图，通过函数叠加与复合、参数调整生成具有不同视觉效果的斑图。

3.3.2 准规则斑图的生成

作为数学图案中的一项重要内容，斑图是在准对称随机网[24-27]变形产生，其数学公式为：

$$H_q = \sum_{j=1}^{q} \cos\left(ucos\left(\frac{2\pi j}{q}\right) + vsin\left(\frac{2\pi j}{q}\right)\right) \qquad (3\text{-}7)$$

其中，H_q为称为哈密顿量，在绘图中即指 RGB 值、q 是迭代次数，我们可以改变上式 q 值，从而得到具有呈现 q 次对称效果的由各种形状和大小不同的斑点图。

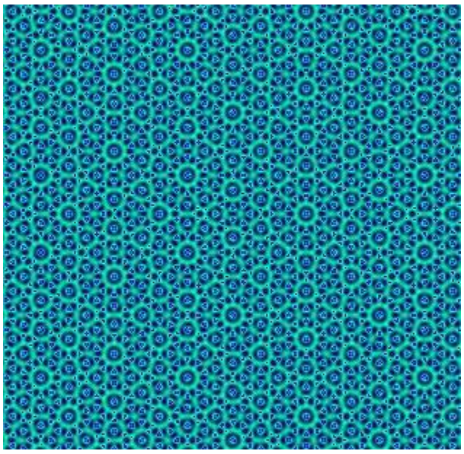


图 3-9 准规则斑图

3.3.3 准规则斑图的艺术性

准规则斑图是通过之前所提到的点、线、面三个基本元素组合变化而来，与分形图案[28]相比色彩更加丰富，再加上形状、大小、色彩等关系元素的变化，最终得到斑点交错分布但却丝毫杂乱图案，同时又因为其内部所包含的基本元素的相似性，更加使得图案统一、有序。

准规则斑图与以往的几何图形不同，传统方法中人们只能仿照已有的图形进行手绘设计，很难发现图形的特征以及变化规律。而准规则斑图则是通过数学公式生成而来，其图形结构具有极大的随机性与复杂性，并且图形内部非常精细，层次样式变化多样，是人们无法预测与想象的。准规则斑图样式新奇，数学特性显著，在对其进行设计时，可以通过重复、近似、发射等表现=形式对图形再次进行各种变形组合，对图案的规格、比例作出调整，再配合框架色彩的搭配使用，最终我们可以设计出富于变化，美感十足的图案。

3.4 数学图形的艺术特征分析

经过上面的设计方法分析和举例，我们可以发现，这些数学曲线和斑图有

着一种不同于传统图案的特殊气息，它们是一种全新的具有创造力的图形，与传统图形以及运用现代计算机绘图软件设计产生的图形大有区别。它们的组成构造极其精细，以更为直观的方式将自然界中无法用传统语言描绘的信息展示出来，与传统图案相比，这些图形结构更加精细，是传统手工方法所难以绘制的，在视觉上更加突显其精美。在他们的构图中，给人的视觉冲击力相当强烈。而在其造型上，有存在着极大的矛盾却又能巧妙地组合起来的点、线、面的疏密关系、粗细对比、曲直变化等构图要素，这些都愈发展示着数学图形的艺术特性美。

3.5 本章小结

本章分析了数学图形的思维理论及其与艺术的关系，同时又讲述了数学曲线和准规则斑图的定义以及生成原理。最后又对这些生成图形的基本特征形态进行了总结和分析。可以说，借助于现在的计算机可视化技术，数学艺术图形向人们展现出了来自自然界深处且不同于传统自然形式的美，其构图既有着高强度的视觉享受，而又遵循了人类的美学原则，是科学与美学的有机结合。它满足了现代人对新鲜事物的视觉需求，带来了丰富设计资源，是一种全新的艺术展现形式。

第四章 丝巾图案设计

4.1 关于运用数学曲线和斑图设计生成丝巾图案

任何形象都在特定的条件背景中传达着某种意义，运用数学曲线和准规则斑图设计生成丝巾图案作为当今社会前进过程中的产物，从一开始就是有别于传统图形的新事物，无论从哪个角度看，都比传统的丝巾造型拥有更加相对的自由，它们可以通过改变某个参数，形成千姿百态的数学图案。一个方面来说，它作为通过计算机生成而来的图形，体现了一种现代化的全新美感。另一方面，它的构图美丽怪异，有着让人出乎意料、耳目一新的与传统艺术图形的生成过程完全不同的构图过程。

4.2 单一数学方法的丝巾图案设计

单一数学方法设计生成的丝巾图案构成变化多样，具有新奇而又独特的视觉效果，这些特征与其它传统的手工的图案有着天壤之别，人们可根据自己的生活经历以及丰富的想象力，运用不同数学理论通过计算机编程实现其图案，然后对图案进一步地分析研究，总结其中的规律。

4.2.1 准规则斑图与图案设计

几何图案具有着悠久的历史，但却一直深受人们喜爱，比如说像线条、块状图、线面组合图等等的几何图形。直到现在，人们对几何图案钟爱的热度也是丝毫未减，其中的准规则斑图就是典型例子。下面列举几种斑图的变换方法，原来的斑图将产生质的变化。

①影光斑图的生成

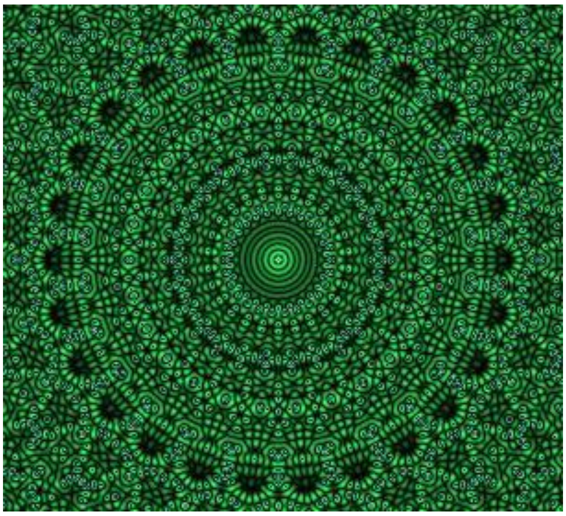
通过图 4-2 所示的程序流程图，我们设置各种参数代入程序，最终得到如图 4-1（1）准规则斑图。另外，在原来已经得到的斑图基础上，我们可以对其进行适当的干扰，产生具有影光效果的斑图。影光斑图的生成是通过函数变换的方式对公式(7)的斑图数学模型进行迭代干扰，从而得到的能够产生影光视觉效果的图案。主要过程如下：

1） 迭加三角函数。即在式(7)中通过加上一组三角函数导致平面点的 RGB 值的改变使得斑图发生变化，生成影光斑图。一般是迭加 x、y 乘积的三角函数，如：$f(x,y)=a\cos(xy)$，式中 a 为可变参数，可以对其进行不断调整，以达到明显

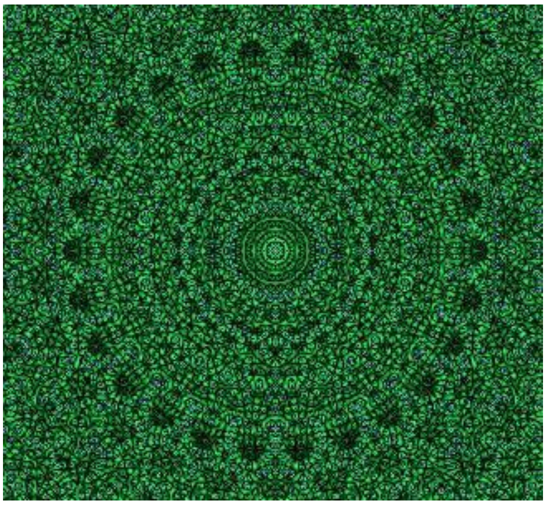
影光的效果。

2）为追求一种渐变效果，在准规则斑图的模型中增加一组 x + y 的线性函数，如: $f(x,y)=c(x+y)$，式中 c 为可变参数。

下图 4-1（2）所示的准规则斑图，是在原来的准规则斑图模型上进行迭加了干扰函数 f(u,v)而得到的影光斑图，与原图相比，各部分已经给人以一种飘忽梦幻的感觉，达到了独特的影光效果。对比两张程序结果图，图案均是由纯粹的线条、点、圆圈及各类块状图等组成，是传统手绘方法难以达到的。



（1） 原斑图（$f(u,v)=0, q=13$）



（2）影光斑图（$f(u,v)=2\cos(uv), q=13$）

图 4-1 原斑图与干扰后的影光斑图

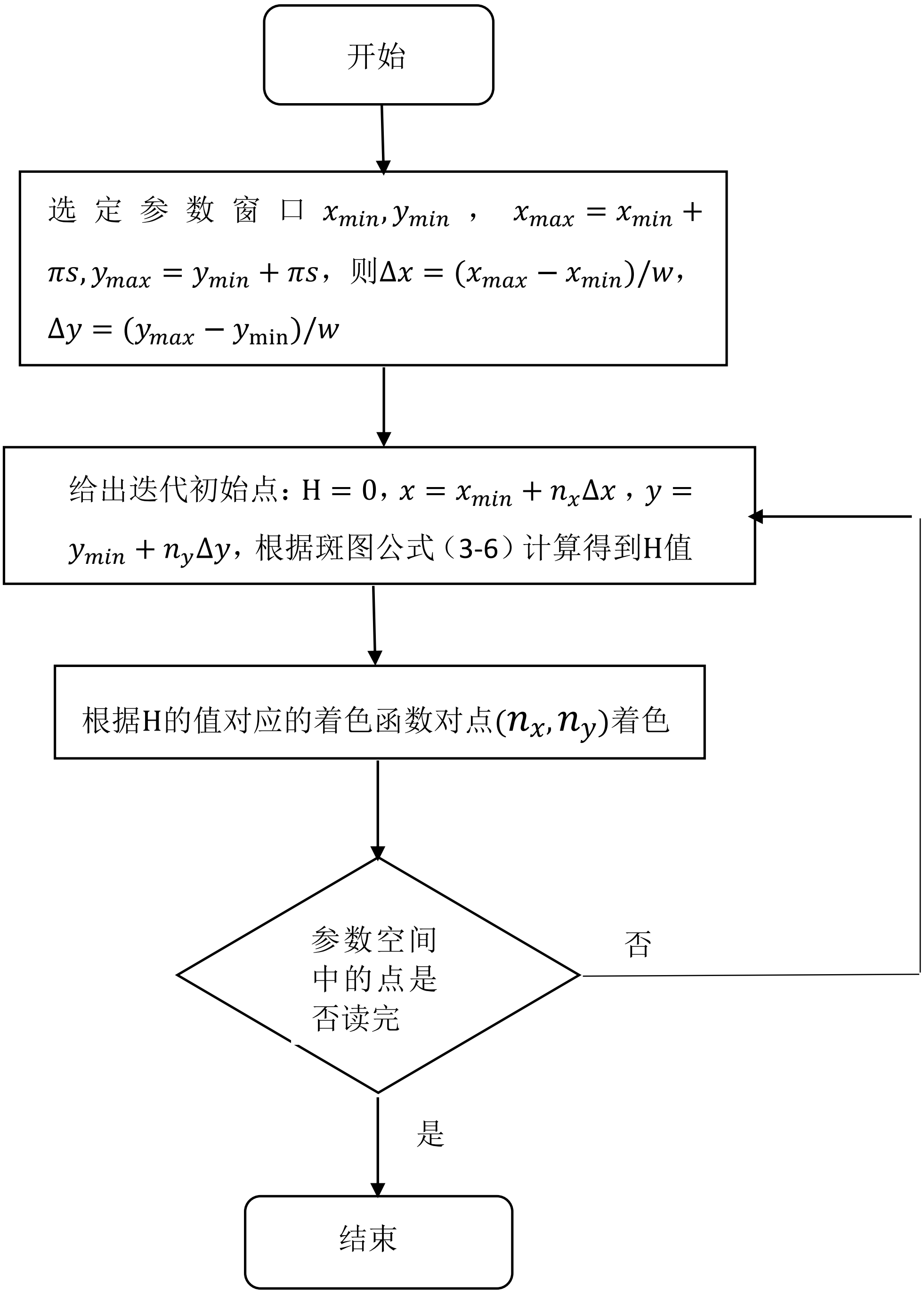


图 4-2　准规则斑图的生成程序流程图

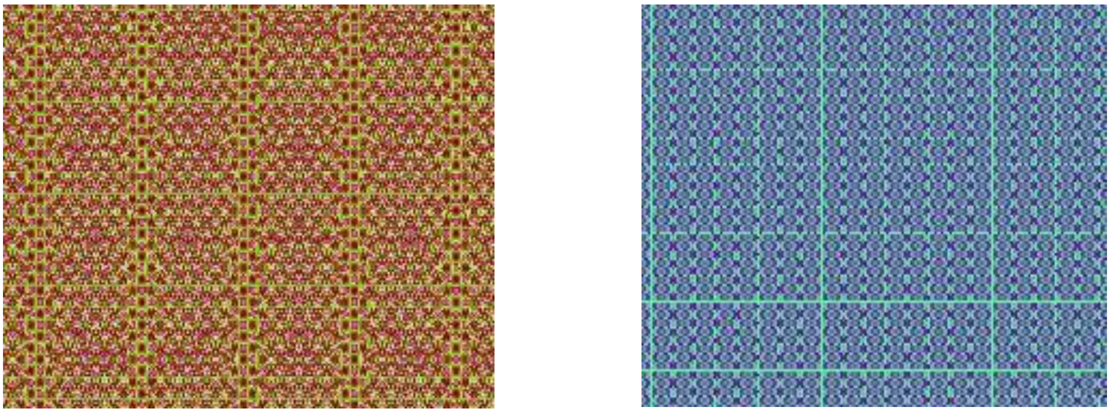
②斑图的扩展形式

通过对准规则斑图的扩展我们可以得到不同效果的斑图，这里介绍其中的两种。

一种是改变斑图模型公式中的函数形式，如将 sin 变成 cos，cos 变成 tan 等等。之后新产生的模型如下：

$$H_q = \sum \cos(xtan\frac{2\pi j}{q} + ysin\frac{2\pi j}{q})$$

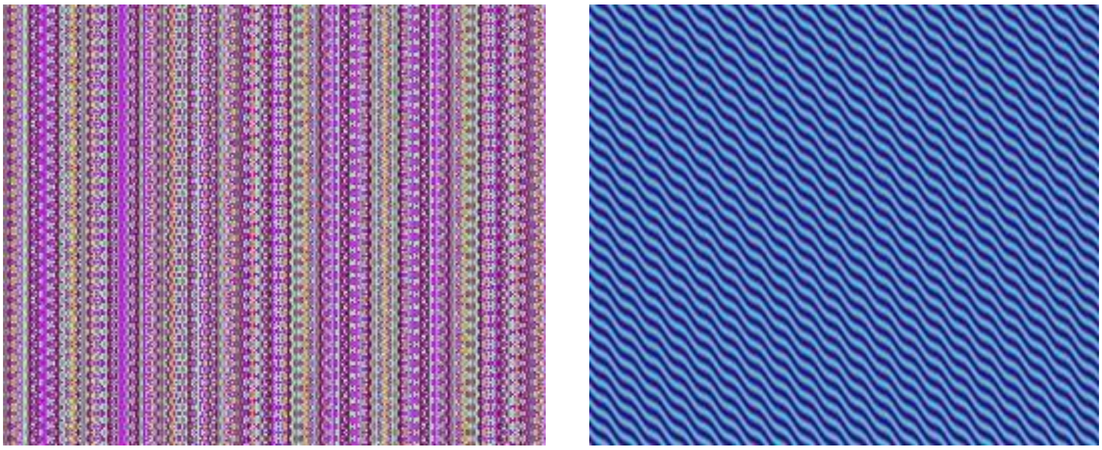
通过上面的模型我们可以得到图 4-3 所示的斑图。



（a）（b）

图 4-3 斑图的扩展形式 1

第二种是对模型中 x，y 进行某种函数变换，既相应的改变原来位置的哈密顿量。比如通过$\begin{cases} x' = x \\ y' = \sin(y) \end{cases}$和$\begin{cases} x' = x \\ y' = y + \cos(y) \end{cases}$等变换使得图像产生扭曲波浪的效果，如下图所示。



（a）（b）

图 4-4 斑图的扩展形式 2

4.2.2 单一数学曲线的黑白和蓝色印花图案设计

黑白和蓝色印花作为一种流行图案，内容多种多样，处处是亮点。各种数学曲线的基本抽象形状以及经过形状变换，通过对公式（玫瑰曲线、菊花曲线、蝴蝶曲线、递归螺线）进行参数值的设置达到函数值的值变化，即可得到

黑白图形。其图案示例如图 4-5 所示，程序流程如图 4-6 所示。

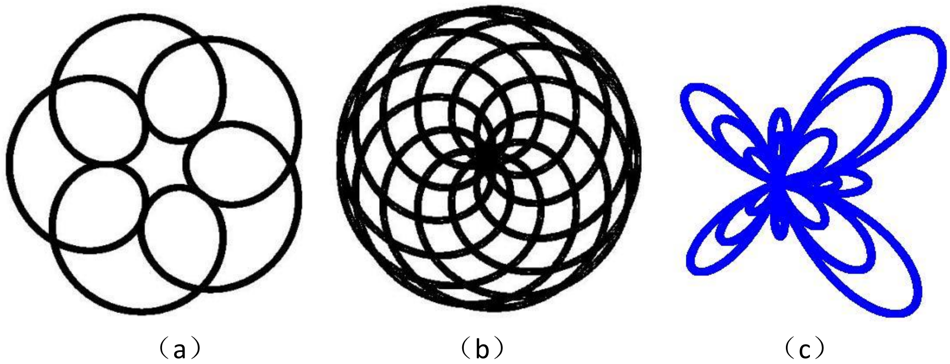


图 4-5　几种黑白和蓝色印花图案

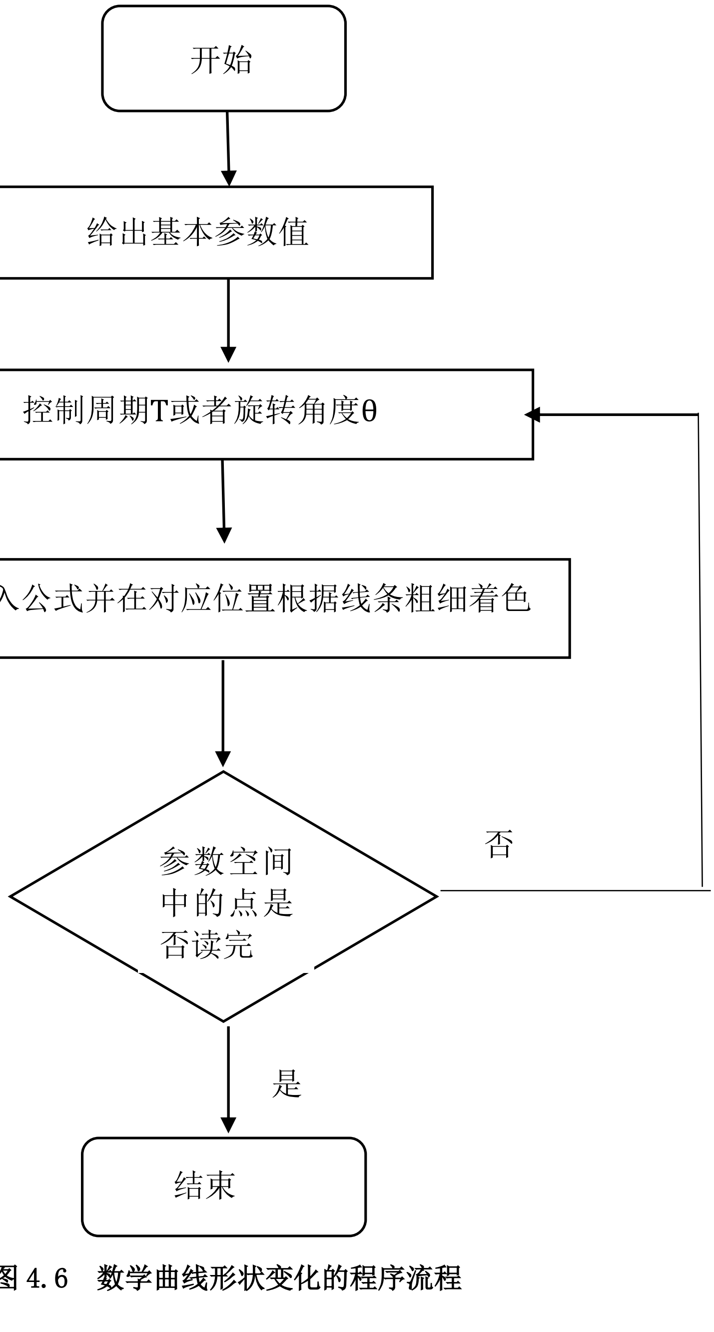
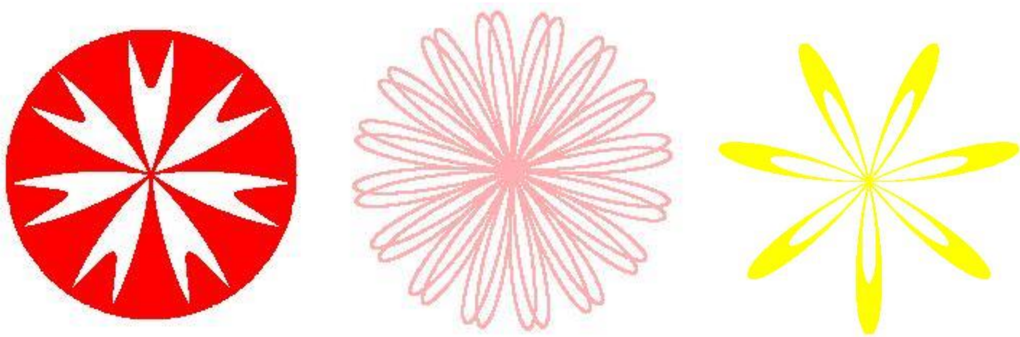


图 4.6　数学曲线形状变化的程序流程

4.2.3 单一数学曲线的花朵图案设计

花朵图案作为如今重要的流行图案之一，被广泛的应用在各类服饰上。根据不同数学理论的计算机编程实现得出的模拟图案，像数学曲线中的递归螺线、玫瑰曲线等，都可以作为生成流行花朵图案的数学方法。对它们可以通过变换周期以及改变半径大小，生成不一的曲线，同时还可结合旋转、缩放等变换以及颜色的控制生成具有丰富色泽且美观的花朵图案。其程序流程图与上面一致，这里不再重述，下面是其图案实例。

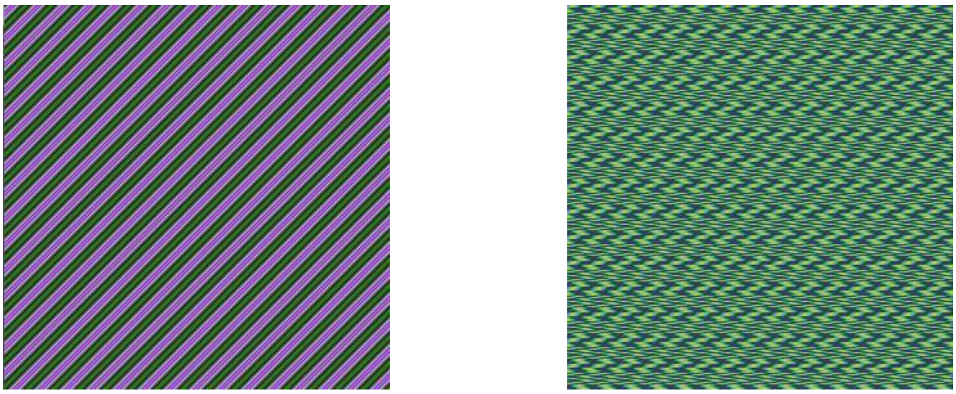


（a）　　　　（b）　　　　（c）

图 4-7　几种“花朵型”丝巾图案

4.2.4 单一数学曲线的条纹图案设计

条纹[29]其韵律节奏感非常轻快明确，是图案设计大师们笔下的一种重要设计来源。下面的图案是由不同方法生成的条纹，吸引着人的眼球，强烈地震撼着人们的视觉。利用数学公式$Z=\cos(X^n+Y^m)$，设置不同的参数 n、m 进行循环迭代，可以产生如下图 4-8 所示的条纹图案。



①$Z=\cos(X+Y)$条纹图　　②$Z=\cos(X+Y^3)$条纹图

图 4-8 单一数学曲线的条纹图案

4.3 组合数学方法的丝巾图案设计

单一的数学图形所生成的丝巾图案，虽然造型奇特且具有不受约束的色彩感，给人带来了无穷的设计灵感，但也有不尽如人意的地方，大部分图案还需要不同数学方法的再次加工设计，使其符合大众审美，这就是接下来要说的基于组合数学图形的丝巾图案设计

4.3.1 组合数学曲线生成彩带图案

通过追逐曲线公式（3-7），我们可以在原来黑色和蓝色印花图案的基础上，生成色彩鲜艳的旋转彩带图案。其程序流程如下：

1. 根据各曲线的绘制原理，设定尺寸参数值 a，并设置叶片数量，从而确定旋转间距，并设定 b 的范围及其间距；
2. 设置坐标原点为屏幕中央，利用 i 循环确定当前公式中的 b 值；
3. r 循环继续计算得到 x，y 坐标；
4. j 循环确定第几片叶子，最终得到需要着色的点的坐标（x，y）；
5. 根据当前点对应的函数值确定 RGB 值和已确定点的大小并对其着色
6. 转至下一点，直至绘制完当前范围内的所有点。

最后运行程序即可得到如下所示的旋转彩带图案：

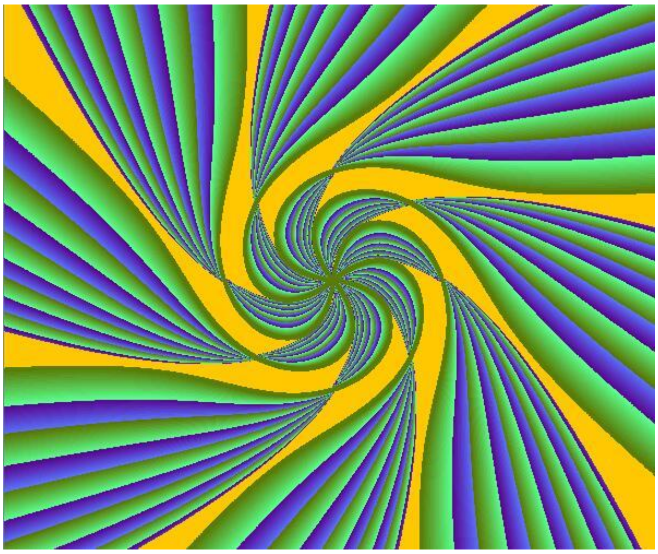


图 4-9　组合旋转彩带图案

4.3.2 组合数学曲线设计生成条纹图案

在数学中，函数$Z = f(x,y)$代表是三维空间上的曲面,这里我们可以用之绘

制平面图形。先假设函数 z 定义在一个矩形的区域$[x_{min}, x_{max}] \times [y_{min}, y_{max}]$上，将区间$[x_{min}, x_{max}]$分为 X 方向的 m 个部分，$[y_{min}, y_{max}]$分为 Y 方向的 n 个部分，然后从每个分区点画出与坐标轴平行的线，将正方形区域 d 分为$m \times n$个矩形块。而对于每个矩形块，在空间中决定出四个顶$(x_i, y_i, f(x_i, y_i))$，连接四个顶点得到区域 D 中的小型四边形区域，再对这些小区域进行数据色彩表现，即可得到图案。而图案则会根据数学公式以及参数的不同将会呈现变化无穷的图案。

根据如下图的程序流，利用数学公式$Z = \cos(X^n + Y^m)$和$Z = \sin(X^n + Y^m)$。当 m 等于 n 以及 m 不等于 n 时可以生成如下图所示的几何图案。

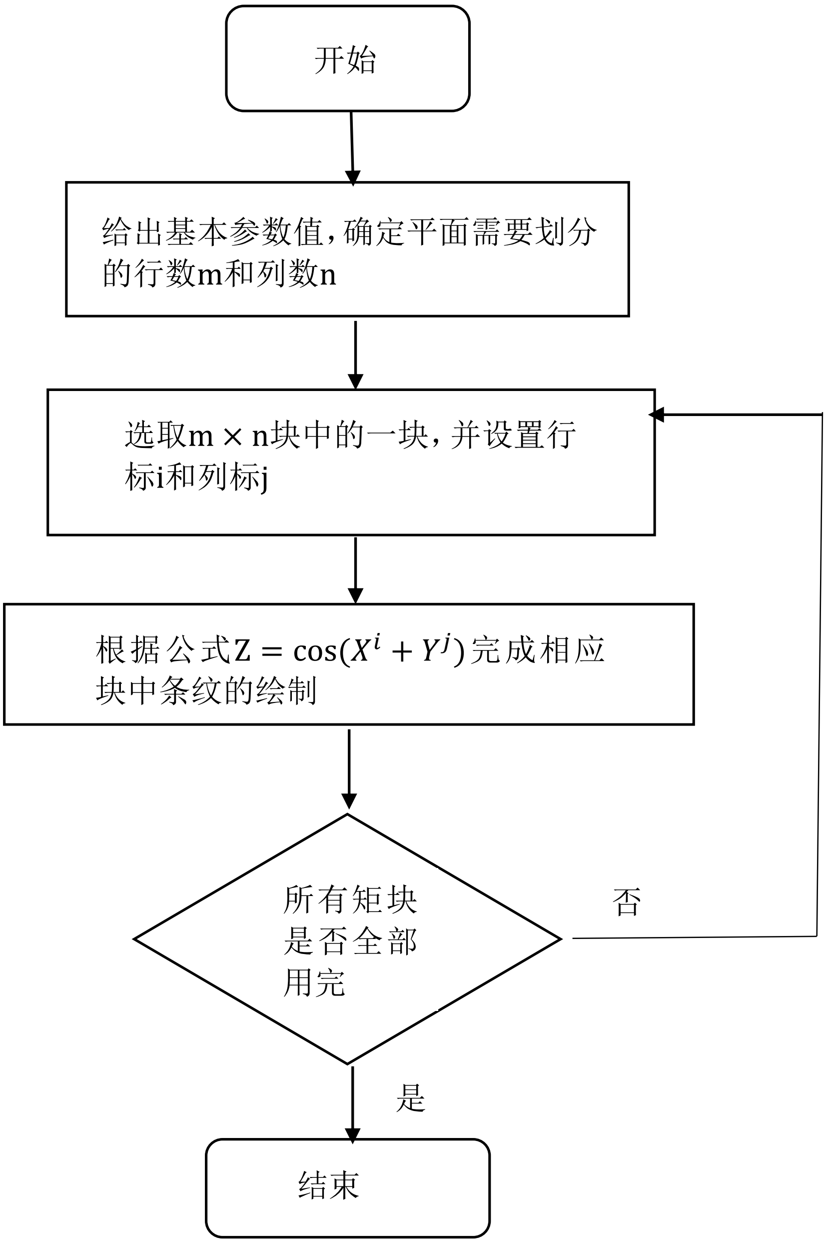
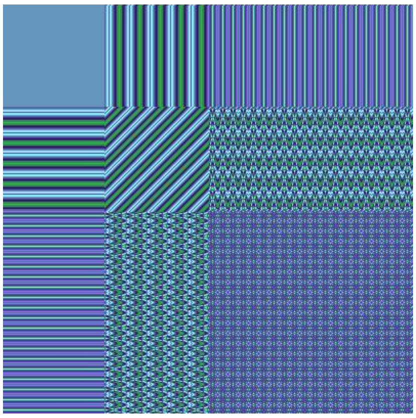
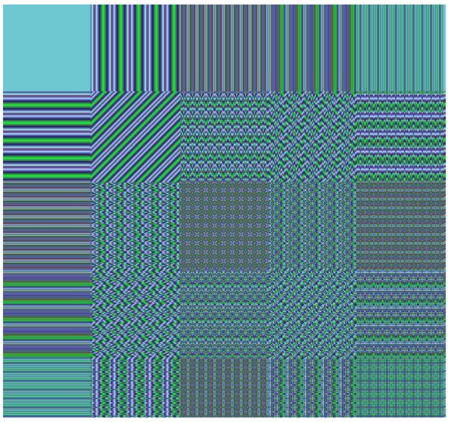


图 4-10　组合数学曲线生成条纹图案流程图



（1）4×4组合条纹图



（2）5×5组合条纹图

图 4-11　组合数学曲线生成的条纹图案

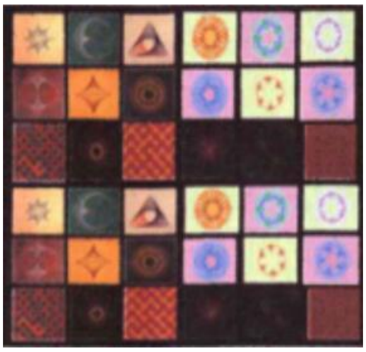
4.3.3 组合数学曲线生成组合花朵图案

随着计算机技术的发展，原本简单而又枯燥的数学曲线图形，开始展现出其强大的艺术气息。特别是通过组合了多种数学图形的丝巾图案，造型丰富，图案广泛被人们所喜爱。

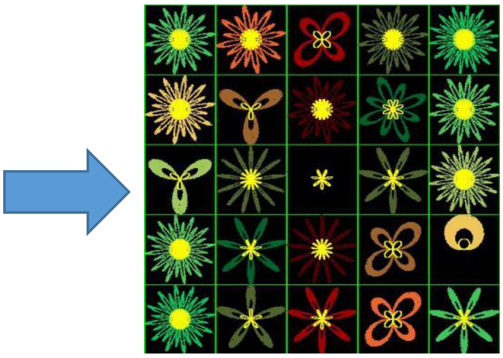
下图的图案是以数学曲线中的玫瑰曲线和菊花曲线为基本图案，对它们设置了不同的参数，进行颜色的调整以及旋转变换等操作之后得到的组合花朵图案。其图案生成过程如下：

1. 根据玫瑰曲线和菊花曲线的生成原理，设定其参数值；
2. 设置坐标原点为屏幕中央，利用 i，j 循环确定绘图矩块；
3. r 循环继续计算得到当前需要描点的 x，y 坐标；
4. 根据对应点的值确定色彩值并对其着色
5. 转至下一点，直至读完当前矩形块中的所有点。

最后即可生成如下所示的组合花朵：



（a）实际图案



（2）组合花朵模拟图案

图 4-12　组合花朵图案对实际图案的模拟

4.3.4 组合数学曲线生成单一花朵图案

下图所示的几种鲜花图案是在玫瑰曲线的基础上，利用平面图形旋转变换对由玫瑰曲线方程得到的，通过对坐标进行旋转变换，对玫瑰线花瓣旋转角度的改变，得到了具有自然而又逼真的模拟玫瑰花。其流程为：

①选定参数窗口，设置当前整个画面的大小，并设定原点为屏幕中央；

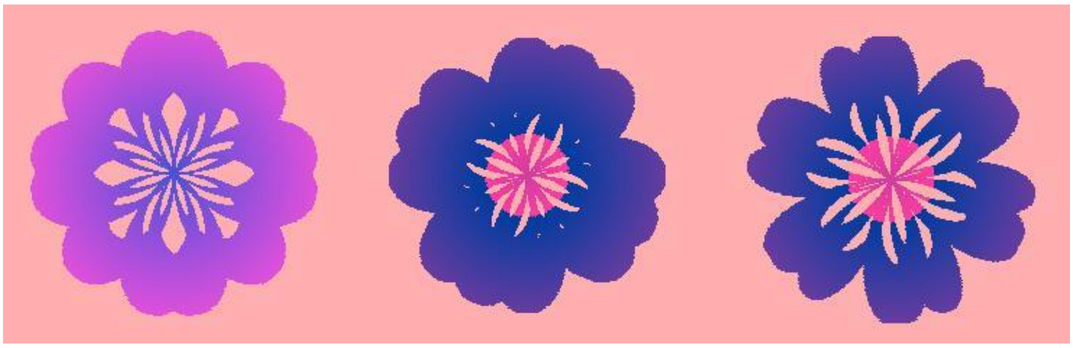
②循环确定迭代初始点，通过 i 循环根据玫瑰曲线公式转换后的平面坐标方程计算得到 x，y 坐标；

③对得到的 x，y 值通过平面图形旋转变换公式 $x' = xcos\theta - ysin\theta, y' = xcos\theta + ysin\theta$继续计算得到$x'$，$y'$值；

④根据函数值确定色彩值以及点的大小并对其着色。

⑤转至下一点，直至绘制完当前范围内的所有点。

即可得到色彩效果逼真的玫瑰花。其中的花蕊为经过处理的玫瑰线，也是经过相同处理得到的。



（a）　　（b）　　（c）

图 4-13　几种花朵图案

4.4 本章小结

上述的例子充分证明了在丝巾图案的设计中可以充分利用数学曲线和准规则斑图进行丝巾图案设计的优越性，再运用不同的数学方法进行结合变换，最大程度的表现了这些图案的艺术美。在科技不断进步、审美不断变化的今天，运用这些艺术图形开发设计出的图案纹样并将其应用于丝巾图案设计当中，将有效地拓展图案设计视野，缩短设计周期，为丝巾图案设计提供了方便而又快捷的途径。

第五章丝巾图案生成系统

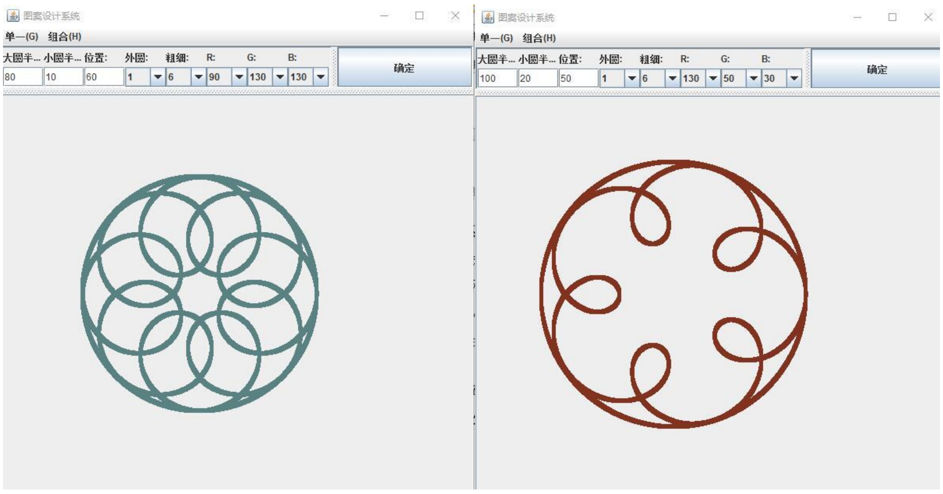
结合前面对于数学曲线与准规则斑图的研讨分析，根据其各自的生成理论和特点，我们可以编制软件快速生成精美别致的图案。

5.1 单一图案生成系统

5.1.1 单一数学曲线图案生成系统

①递归螺线图案生成

通过改变递归螺线公式中的参数，即可生成不一样的效果，如下图所示。

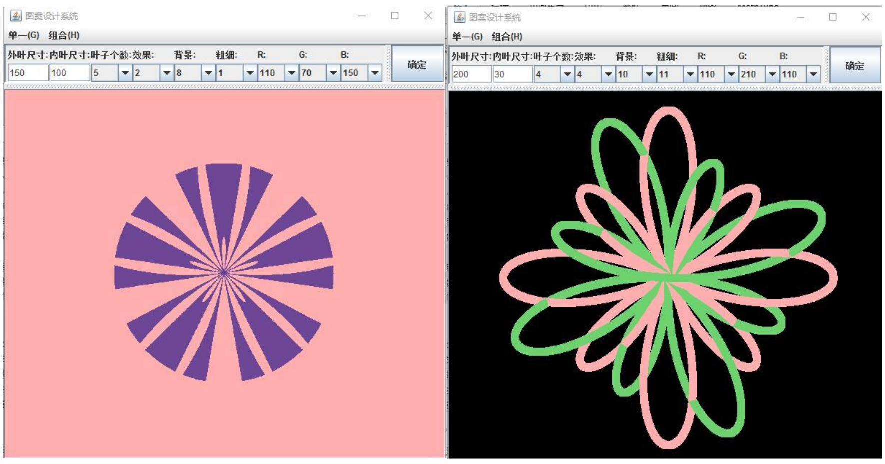


（a）　　　　　　　　　　　　　　（b）

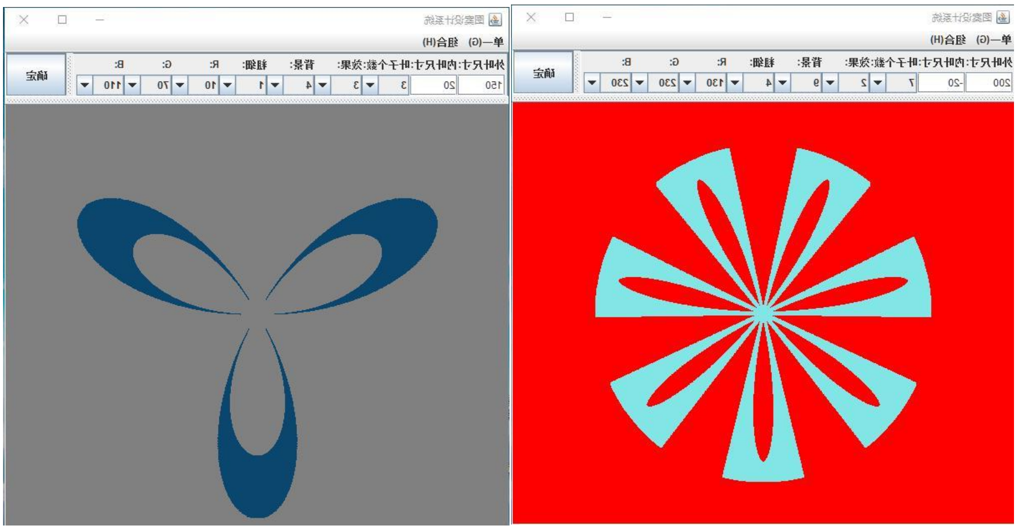
图 5-1 递归螺线图案

②玫瑰曲线图案和菊花曲线图案生成

玫瑰曲线与菊花曲线具有相似性，改变其花瓣长度与花瓣个数，配合背景得到以下的图案示例。



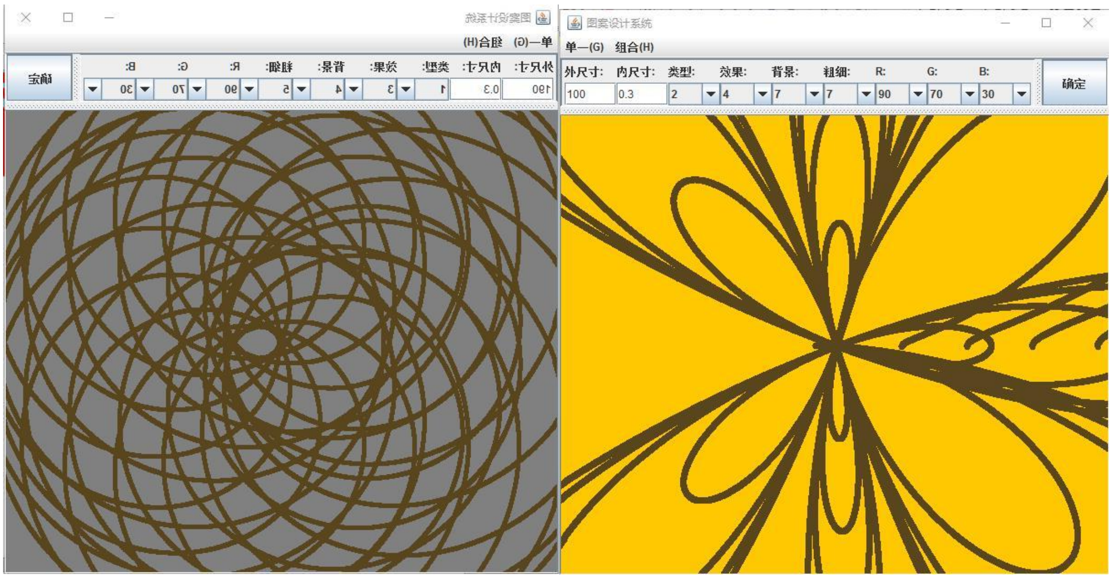
（a）　　　　　　　　　　　　　　（b）



（c）　　　　　　　　　　　　　　　　（d）

图 5-2 玫瑰曲线图案

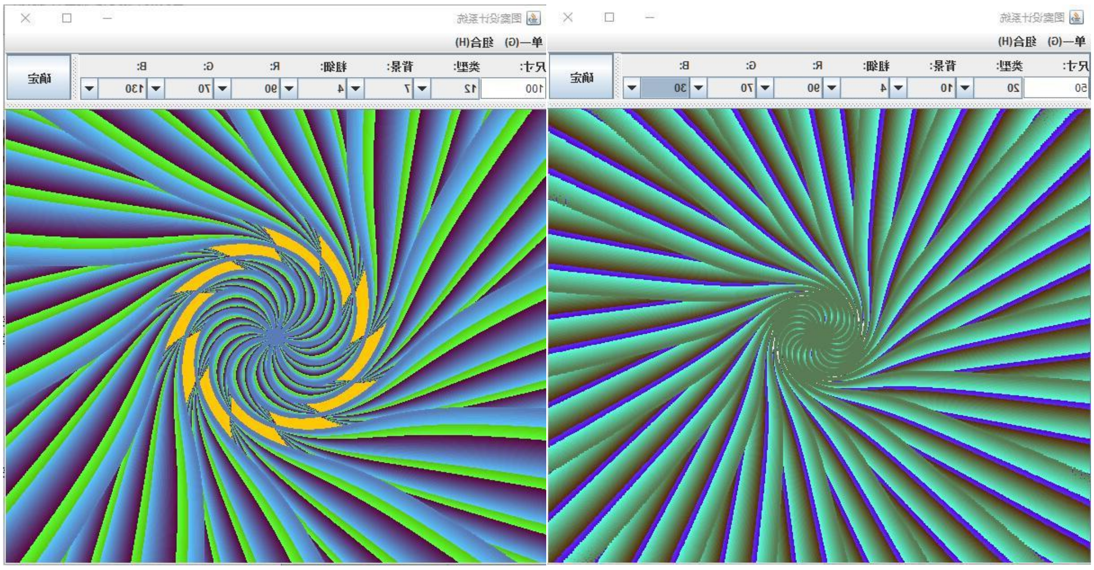
③运动曲线与蝴蝶曲线图案生成



（a）运动曲线图　　　　　　　　　　（b）蝴蝶曲线图

图 5-3 玫瑰曲线图案

④追逐曲线与旋转彩带图案生成

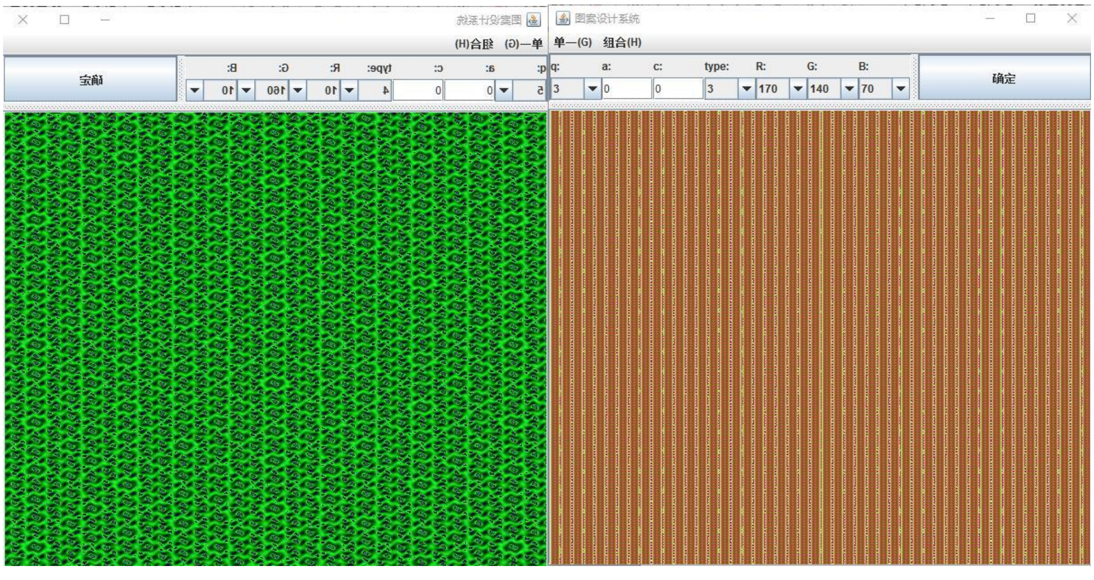


（a）　　　　　　　　　　　　　　　　（b）

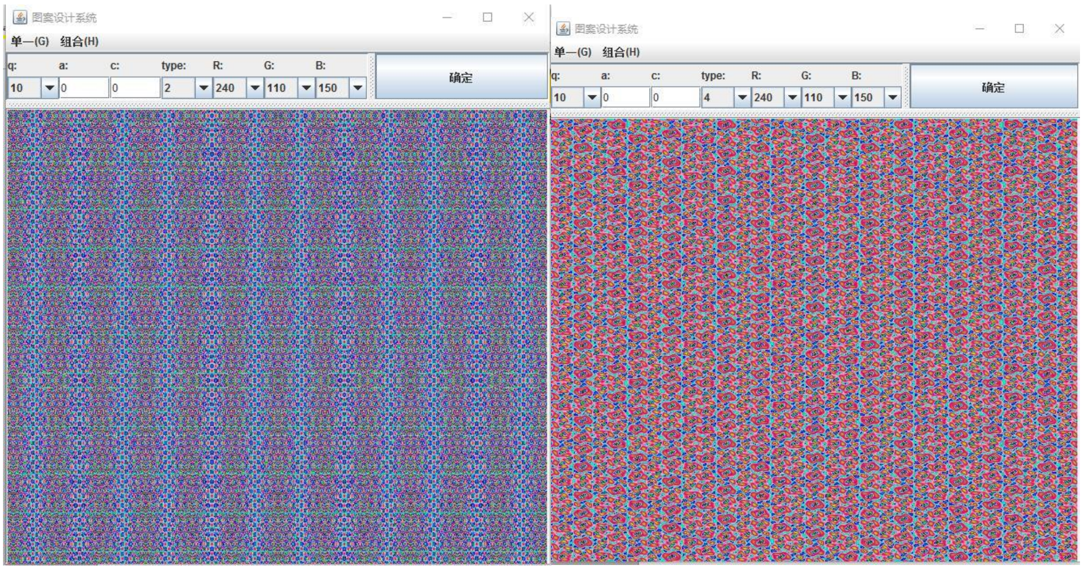
图 5-4 旋转彩带图案

5.1.2 准规则斑图生成系统

前面已经给出斑图的程序以及变换方法，这里直接给出图案实例。



（a）　　　　　　　　　　　　　　　　（b）

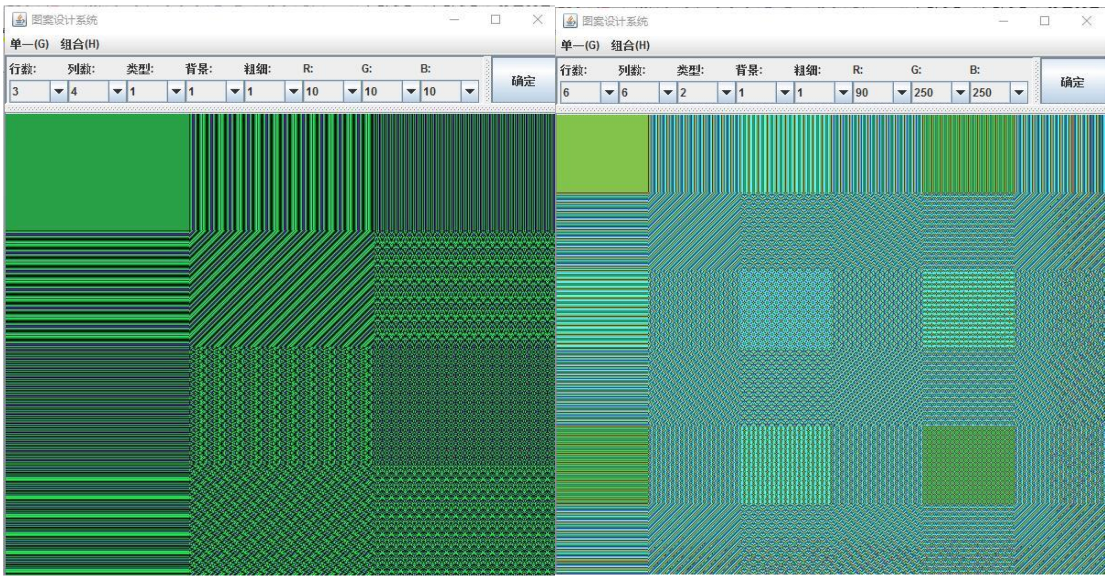


（c） （d）

图 5-5 准规则斑图图案

5.2 组合数学曲线图案生成系统

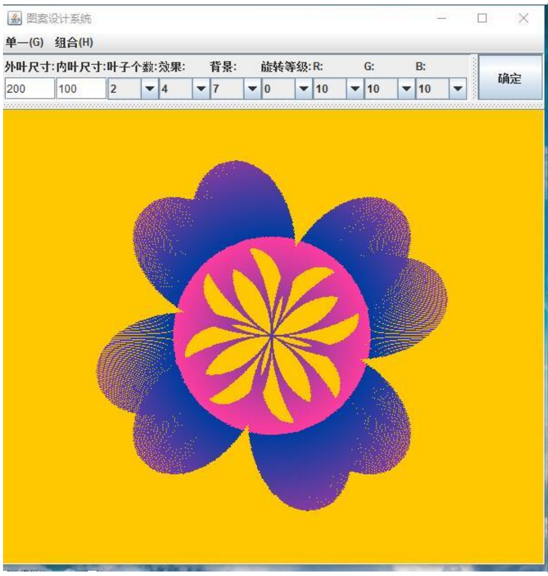
5.2.1 条纹图案



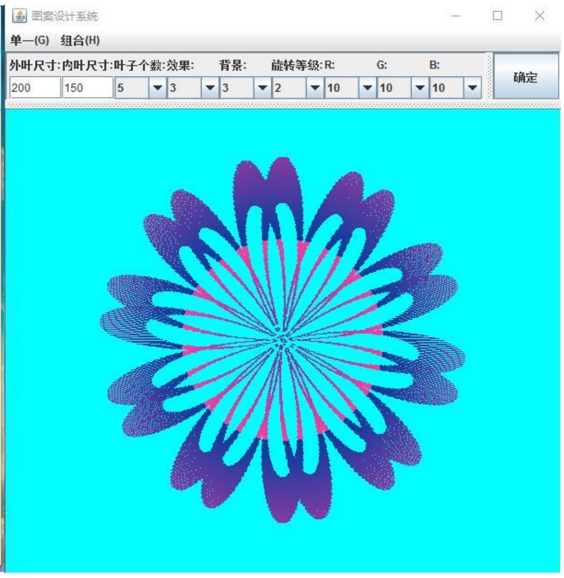
（a） （b）

图 5-6 条纹图案

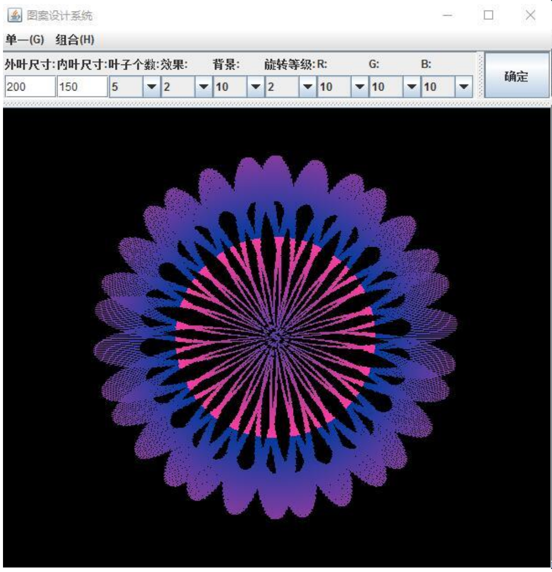
5.2.2 单一花朵图案



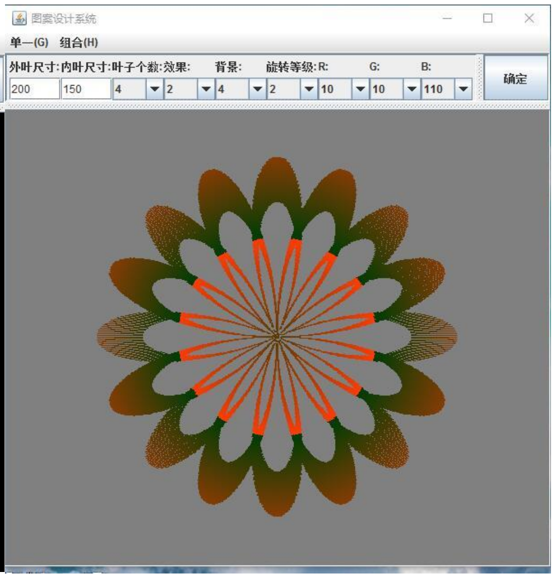
（a）



（b）



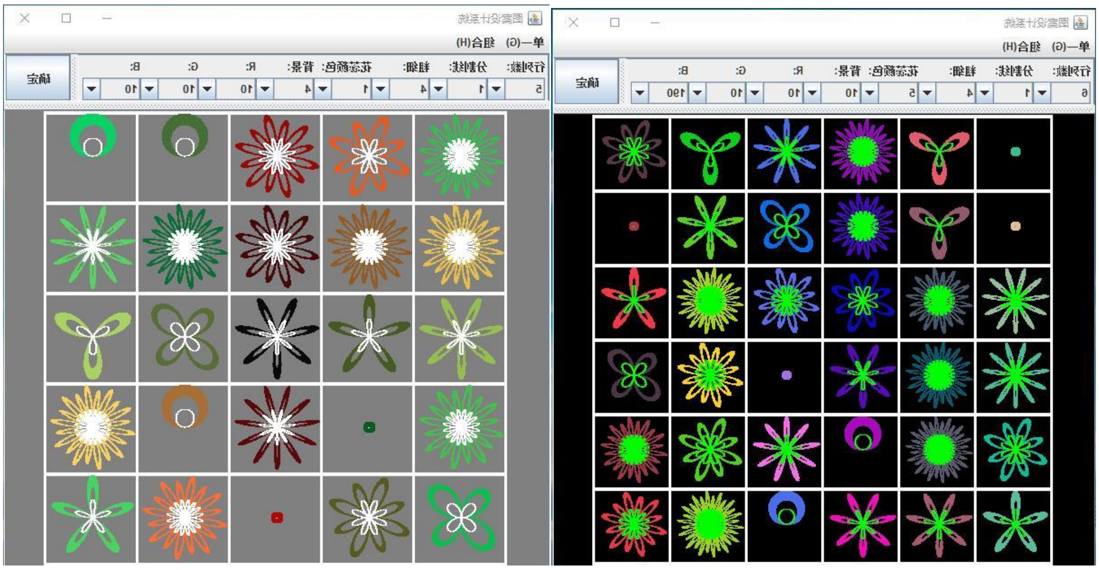
（c）



（d）

图 5-7 单一花朵图案

5.2.2 组合花朵图案



（a）　　　　　　　　　　　　（b）

图 5-8 组合花朵图案

第六章 结论与展望

6.1 研究结论

在这个科学技术快速发展的时代，文化的碰撞和生活水平的不断提高促使人们对丝巾图案的要求不仅仅是漂亮，更要有文化内涵，并且凸显个性。数学曲线与准规则斑图生成丝巾图案无疑为现代丝巾图案的设计提供了思路，满足了人们对图案求新、求异的需求。本文以数学曲线和准规则斑图为设计灵感来源对丝巾图案的设计分析研究，结合目前流行的丝巾图案，对运用不同的数学图形以及数学方法生成的图案进行研究模拟，主要取得了以下的成果：

①查阅并分析文献资料，总结出数学方法及其理论在服饰图案设计中的应用现状，发现大多的研究只是单纯地运用了分形理论，而本文则发现其中的不足，选取当下丝巾图案的流行趋势作为依据，通过数学曲线和准规则斑图模拟生成，设计出了独特新颖的丝巾图案，为今后的应用研究和探索作铺垫。

②通过对数学曲线和准规则斑图进行分析，发现由这些图形生成而来的图案均是有异于传统图形的具有特殊形式美感的艺术图案，它们的结构美观精细，是传统制作方法所很难绘制出的；而且在造型设计上，有着基本元素——点、线、面的结合、曲直粗细变化等构图要素，对视觉冲击相当强烈，是一种全新的独一无二的图形。

③通过对数学曲线和斑图及其所生成图案的分析可以知道，对于几何图案、黑白和蓝色印花图案、条纹图案等这些具有现代气息的丝巾图案，其最佳的生成方法理论包括函数、数学曲线和准规则斑图等，而对于花朵图案，其最佳的生成理论包括数学曲线、旋转变换等。

④对基于数学曲线和斑图生成的图案在丝巾图案设计中实践，不仅得到文中所展示的图案，还有所能够生成这些图案的系统程序，我们可以在此基础上深入发掘，这些都体现了基于数学曲线和准规则斑图的丝巾流行图案设计所蕴含的实用性及优越性。

总之，通过对基于数学曲线和斑图的丝巾图案的研究分析，人们可以设计出别具一格的、时尚而又经典的丝巾图案，为数学艺术在服饰图案设计中的应用推广创造良好的条件，具有非常可观的应用前景。

6.2 前景展望

数学图形、方法千变万化，若想要更有效的利用它们提高生活质量，就要掌握它们的变化规律。数学艺术是不断发展的，本文虽在数学曲线和斑图实际应用于丝巾图案设计方面进行了探索，但是由于笔者的水平有限，以及时间制约的关系，未能进入更加深入的研究，故而为了更进一步的研究，现提出以下的建议与展望：

①数学图形种类繁多，数学方法千变万化。在这里因为探究时间的限制，无法对所有的数学图形一一进行分析，以后还需大量的时间精力去分析不同种类图形的特征及规律。

②色彩作为图案设计中的一个重要因素，而本文在其丝巾的图案设计时并未深入的设计模拟，因此之后的研究结合计算机辅助设计，探索出数学图形不同色彩形成的图案的表现规律和特点。

③利用数学艺术图形的特点，可以将其应用在服饰细节设计中。例如使用数学艺术图形的某些曲线结构，比如递归曲线、玫瑰曲线等，分离出其中的一小部分，使它依附在丝巾图案的各类曲线的分割线上，展现出一种新的变化。这些只是小部分简单现实应用，以后可以继续深入探索，发现更多更广泛的应用。

在科学技术不断进步人们生活水平不断提高地今天，数学艺术图形必将深入到人们生活的点点滴滴，也必将会拥有更大的发展空间，其创造的艺术价值也会不断增长。但是其应用之路并非一朝一夕之事，还需要当下的我们做出大量的努力，期待更多的人能够加入进来，一起探索数学图形更加广泛的应用，发现其中的魅力，向人们展示数学丰富而又深刻的艺术价值。

参考文献

[1] 詹姆斯·格雷克著,张淑誉译. 混沌开创新科学[M]. 北京:高等教育出版社, 2014: 128-156.

[2] Neves J, Neves M. A new tool for textile design development applications in printing[J]. International Journal of Clothing Science, 1994: 28-36.

[3] Hudec G, Liovic M. Fractals and its applications in textile pattern design[J]. Tekstil, 1999:448-451.

[4] Mohina K, Nikesh B. An exploration of fractal in fashion design[C] International Conference on Communications&Signal Processing, 2013: 226-230.

[5] 屈世显,罗俊,张建华. 分形图形与花色设计[J]. 纺织基础科学学报, 1994,7(2):127-131.

[6] 戚玉箐,邵世煌,耿兆丰. 电脑横机花型准备系统中混沌、分形图纹的生成[J]. 中国纺织大学学报, 1997,23(1):56-62.

[7] 何方容,包振华,陈东方,吴国红. 纺织图案设计中分形艺术的应用[J]. 染整技术, 2007,29(8):7-9.

[8] 王怡. 基于非线性图形的非物质设计方法研究[D]. 杭州:浙江理工大学硕士学位论文, 2006.

[9] 于超. 基于分形的艺术图案生成方法的研究与应用[D]. 济南:山东师范大学硕士学位论文, 2007.

[10] 罗芬. 基于分形理论的图案造型设计研究与应用[D]. 昆明:云南财经大学硕士学位论文, 2018.

[11] 伊芹芹. 分形图案在纺织面料中的纹织设计与应用研究[D]. 江南大学硕士学位论文, 2018.

[12] 罗戎蕾,洪潘. 基于数学方法的流行几何图案设计[J]. 纺织学报, 2014,35(3):141-144.

[13] 王婉,罗戎蕾,刘成霞. 基于数学方法的伊斯兰图案设计研究[J]. 丝绸, 2016,53(4):41-47.

[14] 贾凤霞,张聿. 应用广义 Julia 集图形的服装纹样设计方法[J]. 纺织学报, 2015, 36(7):104-109.

[15] 丁玲聪,张聿. 应用广义牛顿迭代图形的丝巾纹样设计方法[J]. 丝绸, 2015,52(11):47-51.

[16] 卢书芳,金小刚. Marbling 计算机仿真技术综述[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2014,26(2):179-190.

[17] 黄国松. 染织图案设计高级教材[M]. 上海:上海人民美术出版社, 2005:156-181.

[18] 郝三平. 平面构成[M]. 北京:中国水利水电出版社, 2007:12-21.

[19] 易心,刘浪. 构成设计[M]. 长沙:湖南大学出版社, 2001:22-65.

[20] 陈方达. 平面构成[M]. 武汉:华中科技大学出版社, 2007:52-69.

[21] 张燕翔. 当代科技艺术[M]. 北京:科学出版社, 2007:6-15.

[22] 金义明,张三元. 广义玫瑰线及其应用[J]. 计算机应用研究, 2004(3):170-171.

[23] 潘韩菲. 基于准规则斑图图形的丝巾图案设计研究[D]. 浙江理工大学硕士学位论文, 2011.

[24] 张聿. 基于弱混沌理论的纺织设计方法研究[J]. 纺织学报, 2004,25(45):22-23.

[25] Zaslavsky G M, Sagdeev R Z, Usikov D A, et al. Weak Chaos and Quasi-regular

Patterns[M]. Cambridge:Cambridge University Press, 1991:109-113.
[26] 汪秉宏. 弱混沌与准规则斑图[M]. 上海:科技教育出版社, 1996:74-75.
[27] 段绪胜,刘念华. 分形艺术图案在装饰设计中的应用[J]. 山东农业大学学报:自然科学版, 2001,32(3):349-352.
[28] Jiao B. Study on graphics design based on fractal theory[C]. 2010 2nd International Conference on Communications&Signal Processing, 2013:226-230.
[29] 陈能娟,张毅,伊芹芹. 欧普风格条纹图案的织物结构设计[J]. 江南大学学报, 2017,22(5):125-129.

致 谢

经过大学四年的学习，籍论文完成之际，我特向指导和帮助我的老师、同学、同事、朋友及关心支持我的家人表示诚挚的谢意。

首先要感谢我的导师李重教授。本文是在李重导师的精心指导下完成的，从论文的选题、设计方案直至完成论文的整个过程中，都得到了李重老师耐心细致的指导。

感谢浙江理工大学理学院所有的领导和老师，前三年的学习基础对我非常重要，是你们让我能够静静地坐下来，在知识的海洋里吸取更多的营养，从而能够为自己进一步地加油充电。通过论文的撰写，使我能够更系统、全面地学习有关通信方面的理论知识，并得以借鉴众多专家学者的宝贵经验，这对于我今后的工作和我为之服务的企业，无疑是不可多得的宝贵财富。同时感谢我亲爱的同学们，在学习中我们相互帮助，互相激励和关心。是你们让我在学习和生活中收获到了更多的东西。

最后感谢我的家人，这么多年来，正是你们的支持和鼓励，才使我顺利地完成学业;正是你们的关心和默默的奉献，给我创造了优越的条件，使我在学习的道路上乐观向上、勇往直前。