绝密★启用前

2020-2021 学年高一下学期数学期末考试模拟卷 1（江苏专用）

一、单选题(共 40 分)

1．(本题 5 分)向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=1,(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{a}=0,(2\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{b}$ ，则 $|\vec{b}|=$（　　）

A． 2　　**B．** 1　　**C．** $\sqrt{2}$　　**D．** $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2．(本题 5 分)已知函数 $f\left(x\right)=\cos 2x+\sin x$，则下列说法中正确的是（　　）

A． $f\left(x\right)$ 的一条对称轴为 $x=\frac{\pi}{4}$

B． $f\left(x\right)$ 在 $\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$ 上是单调递减函数

C． $f\left(x\right)$ 的对称中心为 $\left(\frac{\pi}{2},0\right)$

D． $f\left(x\right)$ 的最大值为 1

3．(本题 5 分)　ABC 中，角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c，已知 $b=c,a^2=2b^2(1-\sin A)$，则 $A=$（　　）

A． $\frac{\pi}{4}$　　**B．** $\frac{\pi}{3}$　　**C．** $\frac{\pi}{6}$　　**D．** $\frac{3\pi}{4}$

4．(本题 5 分)某市有 15 个旅游景点，经计算，黄金周期间各个景点的旅游人数平均为 20 万，标准差为 s，后来经核实，发现甲、乙两处景点统计的人数有误，甲景点实际为 20 万，被误统计为 15 万，乙景点实际为 18 万，被误统计成 23 万；更正后重新计算，得到标准差为 s_1，则 s 与 s_1 的大小关系为（　　）

A． $s=s_1$　　**B．** $s<s_1$

C． $s>s_1$　　**D．** 不能确定

5．(本题 5 分)已知 m，n，是不同的直线，α，β 是不重合的平面，则下列说法正确的是（　　）

A． 若 $m//\alpha$，则 m 平行于平面 α 内的任意一条直线

B． 若 $m//\alpha$，$n//\alpha$，则 $m//n$

C． 若 $\alpha//\beta$，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，则 $m//n$

D． 若 $\alpha//\beta$，$m\subset\alpha$，则 $m//\beta$

6．(本题5分)已知四棱锥$P-ABCD$的底面$ABCD$是矩形，其中$AD=2$，$AB=3$，面$PAD\perp$面$ABCD$，$PA=PD$，且直线PB与CD所成角的余弦值为$\frac{3\sqrt{13}}{13}$，则四棱锥$P-ABCD$的外接球表面积为（　　）

A．$\frac{28\pi}{3}$　　B．$\frac{32\pi}{3}$　　C．$\frac{43\pi}{3}$　　D．$\frac{64\pi}{3}$

7．(本题5分)抛掷一个质地均匀的骰子的试验，事件A表示“小于5的偶数点出现”，事件B表示“不小于5的点数出现”，则一次试验中，事件A或事件B至少有一个发生的概率为（　　）

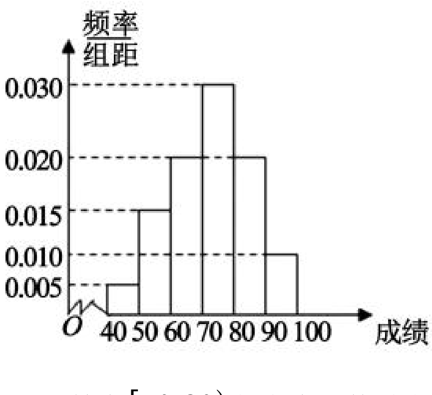
A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{5}{6}$

8．(本题5分)已知向量$\vec{a},\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，$|\vec{b}|=2|\vec{a}|=2$，向量$\vec{c}=x\vec{a}+y\vec{b}$，且$x,y\in[1,2]$，则向量$\vec{a},\vec{c}$夹角的余弦值的最小值为（　　）

A．$\frac{\sqrt{21}}{7}$　　B．$\frac{2\sqrt{7}}{7}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\frac{3\sqrt{21}}{14}$

二、多选题(共20分)

9．(本题5分)在疫情防护知识竞赛中，对某校的2000名考生的参赛成绩进行统计，可得到如图所示的频率分布直方图，其中分组的区间为$[40,50)$，$[50,60)$，$[60,70)$，$[70,80)$，$[80,90)$，$[90,100]$，60分以下视为不及格，若同一组中数据用该组区间中间值作代表值，则下列说法中正确的是（　　）



A．成绩在$[70,80)$的考生人数最多

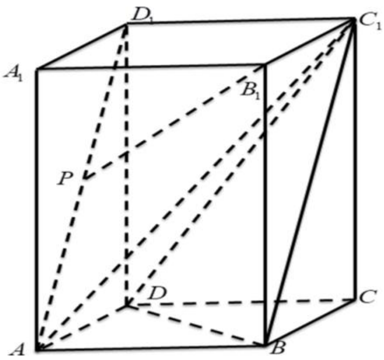
B．不及格的考生人数为500

C．考生竞赛成绩的众数为75分

D．考生竞赛成绩的中位数约为75分

10．(本题5分)如图，在正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AA_1=2AB=2$，点P为线

段 AD_1 的中点，则下列说法正确的是（　　）



A．正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的表面积为 **10**

B．三棱锥 C_1-ADB 的体积为 **1**

C．三棱锥 C_1-ADB 外接球的表面积为 **6** π

D．直线 PB_1 // 平面 C_1DB

11．(本题 5 分)函数 $f\left(x\right)=2\sqrt{3}\sin x\cos x-2\sin^2 x+1$，下列结论正确的是（　　）

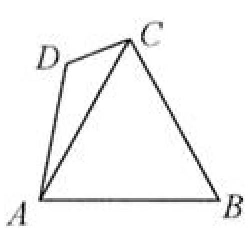
A． $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}\right]$ 上单调递增

B． $f\left(x\right)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{6},0\right)$ 成中心对称

C．将 $f\left(x\right)$ 的图象向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位后与 $y=-2\sin 2x$ 的图象重合

D．若 $x_1-x_2=\pi$, 则 $f\left(x_1\right)=f\left(x_2\right)$

12．(本题 5 分)如图，　ABC 的内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c．若 $a=b$，且 $\sqrt{3}\left(a\cos C+c\cos A\right)=2b\sin B$，$D$ 是　ABC 外一点，$DC=1$，$DA=3$，则下列说法正确的是（　　）



A．　ABC 是等边三角形

B．若 $AC=2\sqrt{3}$，则 A，B，C，D 四点共圆

C．四边形 $ABCD$ 面积最大值为 $\frac{5\sqrt{3}}{2}+3$

D．四边形 $ABCD$ 面积最小值为 $\frac{5\sqrt{3}}{2}-3$

三、填空题(共 20 分)

13．(本题 5 分)若 $\sin\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)=\frac{3}{5}$，$\frac{\pi}{3}<\alpha<\frac{5}{6}\pi$，则 $\sin\left(\frac{5}{12}\pi+\alpha\right)=$________.

14．(本题 5 分)2020 年初，湖北成为全国新冠疫情最严重的省份，面临医务人员不足，医疗物资紧缺等诸多困难，全国人民心系湖北，志愿者纷纷驰援.若某医疗团队从 3 名男医生和 2 名女医生志愿者中，随机选取 2 名医生赴湖北支援，则至少有 1 名女医生被选中的概率为__________.

15．(本题 5 分)在三棱锥 $P-ABC$ 中，侧面 ***PAC*** 与底面 ***ABC*** 垂直，$\angle BAC=90°$，$\angle PCA=30°$，$AB=3$，$PA=2$．则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为___________.

16．(本题 5 分)甲、乙两人进行象棋比赛，采取五局三胜制（不考虑平局，先赢得三场的人为获胜者，比赛结束）.根据前期的统计分析，得到甲在和乙的第一场比赛中，取胜的概率为 0.5，受心理方面的影响，前一场比赛结果会对甲的下一场比赛产生影响，如果甲在某一场比赛中取胜，则下一场取胜率提高 0.1，反之，降低 0.1，则甲以 $3:1$ 取得胜利的概率为______________.

四、解答题(共 70 分)

17．(本题 10 分)设 $z=a+bi\left(a,b\in R,\left|a\right|\neq 1\right)$，$\left|z\right|=1$.

（1）求证：$u=\frac{z+1}{z-1}$ 是纯虚数；

（2）求 $\left|z+2\overline{z}+2\right|$ 的取值范围.

18．(本题 12 分)已知 $\overrightarrow{e_1}$，$\overrightarrow{e_2}$ 是平面内两个不共线的非零向量，$\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{e_1}+\overrightarrow{e_2}$，$\overrightarrow{BE}=-\overrightarrow{e_1}+\lambda\overrightarrow{e_2}$，$\overrightarrow{EC}=-2\vec{e}_1+\vec{e}_2$，且 A，$E$，$C$ 三点共线.

（1）求实数 λ 的值；

（2）若 $\overset{\mathrm{u}}{e_1}=\left(2,1\right)$，$\overset{\mathrm{ur}}{e_2}=\left(2,-2\right)$，求 $\overline{BC}$ 的坐标；

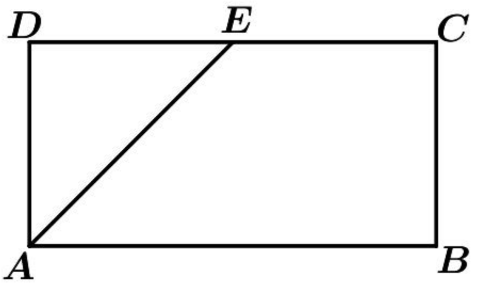
（3）已知 $D\left(3,5\right)$，在（2）的条件下，若 A，B，C，D 四点按逆时针顺序构成平行四边形，求点 A 的坐标.

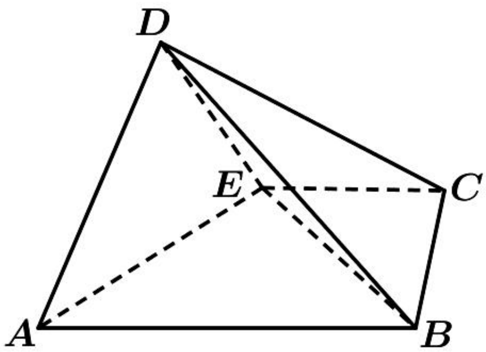
19．(本题 12 分) ABC 中，角 A、B、C 的对边分别为 a、b、$c, 2a\sin B=\sqrt{3}b$，

（1）若 ABC 为锐角三角形，其面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$，$c=2$，求 ***a*** 的值；

（2）若 $(b-a)(b+a)=\frac{1}{2}c^2$，求 $\tan C$ 的值．

20．(本题 12 分)如图，矩形 $ABCD$ 中，$AB=2, BC=1$，***E*** 为 CD 的中点，把 ADE 沿 AE 翻折，使得平面 $ADE\perp$ 平面 $ABCE$．



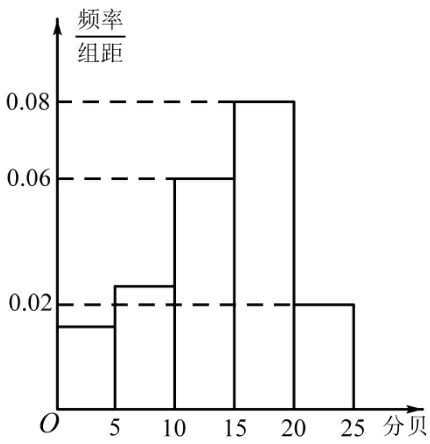


（1）求证：$AD\perp BE$；

（2）在 CD 上确定一点 ***F***，使 $AD//$ 平面 BEF；

（3）求四棱锥 $F-ABCE$ 的体积．

21．(本题 12 分)人耳的听力情况可以用电子测听器检测，正常人听力的等级为$0-25dB$（分贝），并规定测试值在区间$\left(0,5\right]$为非常优秀，测试值在区间$\left(5,10\right]$为优秀．某校 **500** 名同学参加了听力测试，从中随机抽取了 **50** 名同学的测试值作为样本，制成如下频率分布直方图：



（1）从总体的 **500** 名学生中随机抽取 **1** 人，估计其测试值在区间$\left(0,10\right]$内的概率；

（2）已知样本中听力非常优秀的学生有 **4** 人，估计总体中听力为优秀的学生人数；

（3）现选出一名同学参加另一项测试，测试规则如下：四个音叉的发音情况不同，由强到弱的编号分别为 **1**，**2**，**3**，**4**．测试前将音叉顺序随机打乱，被测试的同学依次听完后，将四个音叉按发音由强到弱重新排序，所对应的音叉编号分别为a_1，a_2，a_3，a_4（其中集合$\left\{a_1,a_2,a_3,a_4\right\}=\left\{1,2,3,4\right\}$）．记$Y=\left|1-a_1\right|+\left|2-a_2\right|+\left|3-a_3\right|+\left|4-a_4\right|$，可用$Y$描述被测试者的听力偏离程度，求$Y\le 2$的概率．

22．(本题 12 分)已知 ***O*** 为坐标原点，对于函数 $f(x)=a\sin x+b\cos x$，称向量 $\overrightarrow{OM}=(a,b)$ 为函数 $f(x)$ 的相伴特征向量，同时称函数 $f(x)$ 为向量 $\overrightarrow{OM}$ 的相伴函数.

（1）设函数 $g(x)=\sin\left(x+\frac{5\pi}{6}\right)-\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)$，试求 $g(x)$ 的相伴特征向量 $\overrightarrow{OM}$；

（2）记向量 $\overrightarrow{ON}=(1,\sqrt{3})$ 的相伴函数为 $f(x)$，求当 $f(x)=\frac{8}{5}$ 且 $x\in\left(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}\right)$，$\sin x$ 的值；

（3）已知 $A(-2,3)$，$B(2,6)$，$\overrightarrow{OT}=(-\sqrt{3},1)$ 为 $h(x)=m\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的相伴特征向量，$\varphi(x)=h\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{3}\right)$，请问在 $y=\varphi(x)$ 的图象上是否存在一点 ***P***，使得 $\overrightarrow{AP}\perp\overrightarrow{BP}$. 若存在，求出 ***P*** 点坐标；若不存在，说明理由.