5.4 惠更斯原理

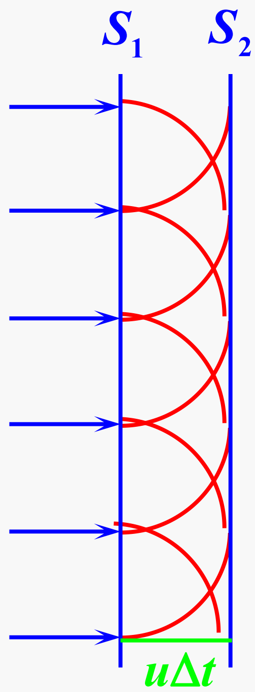
一、波的衍射

衍射：波在传播过程中当遇到障碍物时，能绕过障碍物的边缘而继续传播的现象。

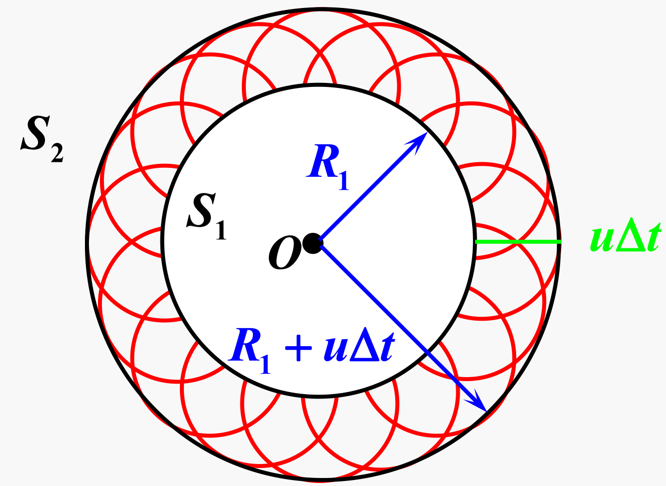
二、惠更斯原理

惠更斯原理：媒质中任一波阵面上的各点都可以看做是发射子波的波源，其后任一时刻这些子波的包迹就是该时刻的新的波阵面。

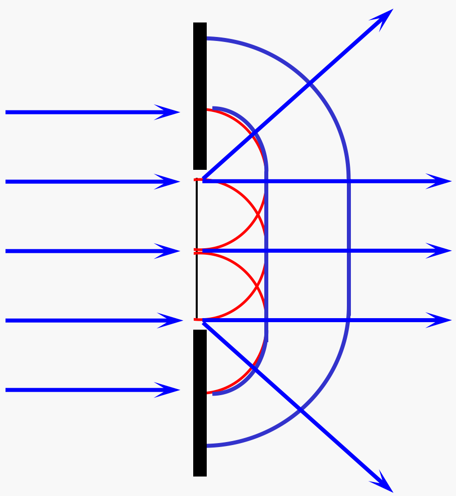
平面波的波阵面

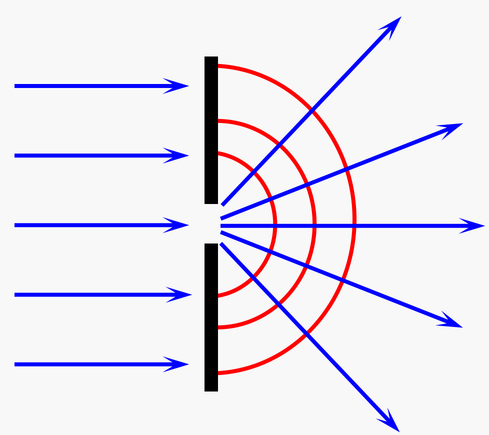


球面波的波阵面



单缝衍射的波阵面

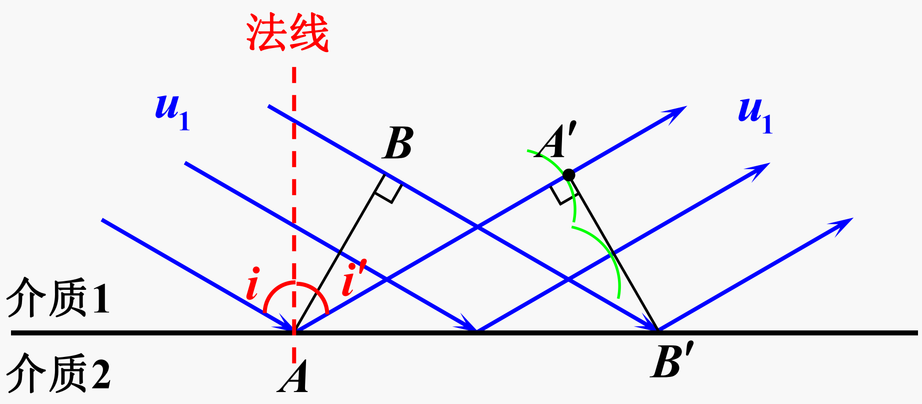




三、波的反射和折射

当波入射到两种均匀的各向同性介质的分界面上时，会发生反射和折射。

1、波的反射

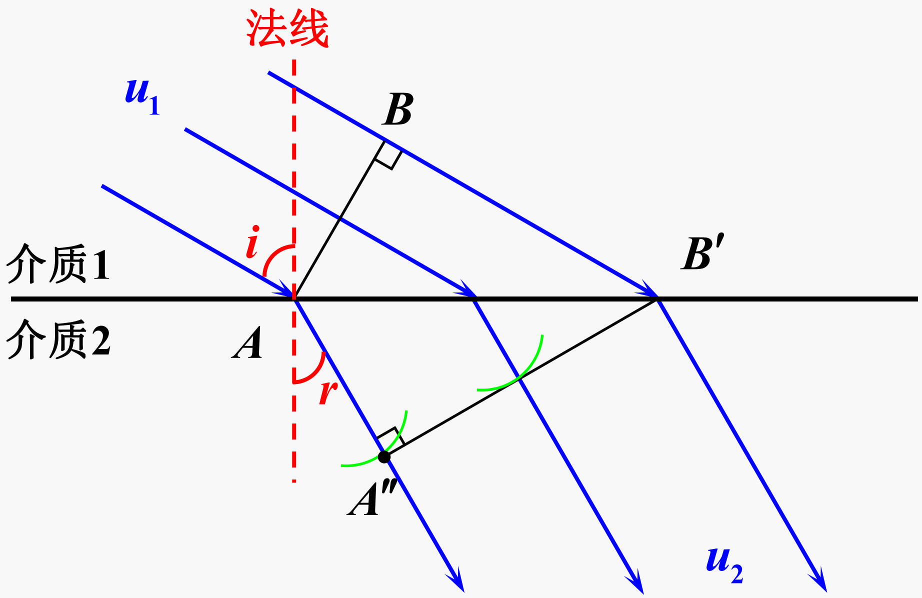


平面波中B与A在同一个波面，A先到达分界面，Δt时间后B到达分界面的B'，此时A发出的子波到达了A'。

$$BB' = u_1 \Delta t = AA'$$

波的反射定律：入射波线，反射波线，界面法线都在一个平面内；入射波线和反射波线在界面法线两侧；入射角等于反射角。

2、波的折射



$$BB' = AB'\sin i = u_1\Delta t$$

$$AA'' = AB'\sin r = u_2\Delta t$$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{u_1}{u_2} = n_{21}$$

n_{21}相对折射率

波的折射定律：入射波线，折射波线，界面法线都在一个平面内；入射波线和折射波线在界面法线的两侧；入射角的正弦与折射角的正弦之比是常数

5.4 波的叠加 波的干涉和驻波

一、波的独立性原理

介质中几列波同时传播时，每列波的传播都不受其它波列存在的影响而保持各自的特点(频率、波长、振幅、振动方向等)

二、波的叠加原理

在几列波相遇而互相交叠的区域中，任一点的振动位移是各列波单独传播时在该点引起的振动位移的合成

三、干涉现象和相干条件

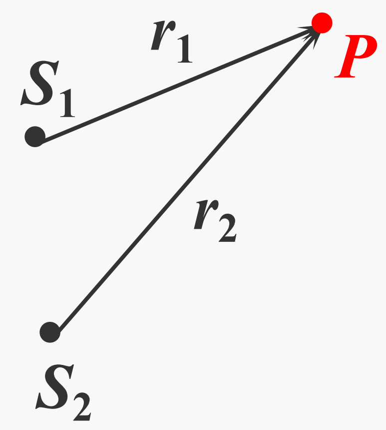
干涉现象：波叠加时，有些地方振动始终加强，有些地方振动始终减弱或完全抵消，或者说波强的重新分布。

相干条件：两列波(1)频率相同；(2)有恒定的相位差；(3)振动方向相同(振动方向相对固定且不垂直)。

能产生干涉现象的波称相干波；相应波源称相干波源

四、波叠加区域的合振动和波强

1、波场中任一点的合振动和波强



设两相干波源S_1和S_2振动方向垂直屏面，做简谐振动：

$$y_{S_1}=A_{S_1}\cos(\omega t+\varphi_1)\quad y_{S_2}=A_{S_2}\cos(\omega t+\varphi_2)$$

两简谐波在相遇点P的振动分别为：

$$y_1=A_1\cos[\omega(t-\frac{r_1}{u})+\varphi_1]\quad y_2=A_2\cos[\omega(t-\frac{r_2}{u})+\varphi_2]$$

P的两振动的相位差:

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)$$

P点合振动是同方向同频率的两简谐振动的合成

$$\boxed{\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)}$$

$$\boxed{I \propto A^2}$$

$$y = y_1 + y_2 = A\cos(\omega t + \varphi)$$

合振动的振幅满足：

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi$$

合振动的相位满足：

$$\tan\varphi = \frac{A_1\sin(\varphi_1 - \frac{2\pi r_1}{\lambda}) + A_2\sin(\varphi_2 - \frac{2\pi r_2}{\lambda})}{A_1\cos(\varphi_1 - \frac{2\pi r_1}{\lambda}) + A_2\cos(\varphi_2 - \frac{2\pi r_2}{\lambda})}$$

P点(合振动)的波强：

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos\Delta\varphi$$

2、加强、减弱条件

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi} \quad I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi$$

加强条件(干涉相长)

$$\Delta\varphi = \pm 2m\pi \quad m = 0,1,2,\cdots$$

两振动同相

$$A_{\max} = A_1 + A_2 \quad I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

若$A_1 = A_2$，则$I_{\max} = 4\,I_1$

减弱条件(干涉相消)

$$\Delta\varphi = \pm(2m+1)\pi \quad m = 0,1,2,\cdots$$

两振动反相

$$A_{\min} = \left|A_1 - A_2\right| \quad I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

若$A_1 = A_2$，则$I_{\min} = 0$

当波源振动是同相的，即$\varphi_2=\varphi_1$

$$\Delta\varphi=-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1) \qquad \delta=r_2-r_1$$ 波程差

加强条件：$\delta=\pm m\lambda \quad m=0,1,2,\cdots$

减弱条件：$\delta=\pm(2m+1)\dfrac{\lambda}{2} \quad m=0,1,2,\cdots$

说明：当两个相干波源同相位时，在两波叠加区域，波程差等于零或波长的整数倍的各点，振幅最大；在波程差等于半波长的奇数倍的各点，振幅最小。

当振动方向不完全相同时，只要不垂直，分振动的同向分量间也能发生干涉现象。

不满足相干条件的两列波称非相干波，非相干波相遇时的叠加是非相干叠加：

$$I=I_1+I_2$$

五、驻波

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos(\frac{\alpha+\beta}{2})\cos(\frac{\alpha-\beta}{2})$$

驻波是一种特殊的干涉现象，在同一介质中，在同一直线上沿相反方向传播的两简谐波，如果它们的振动方向、频率、振幅相同，叠加后就会出现驻波。设两波在x=0处的振动初相均为0：

沿x轴正向传播的简谐波：$y_1(t,x) = A\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x)$

沿x轴反向传播的简谐波：$y_2(t,x) = A\cos(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}x)$

叠加的波函数：

$$\begin{aligned} y(t,x) &= y_1(t,x) + y_2(t,x) \\ &= A\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x) + A\cos(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}x) \\ &= 2A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x)\cos(\omega t) \end{aligned}$$

驻波的波函数表达式

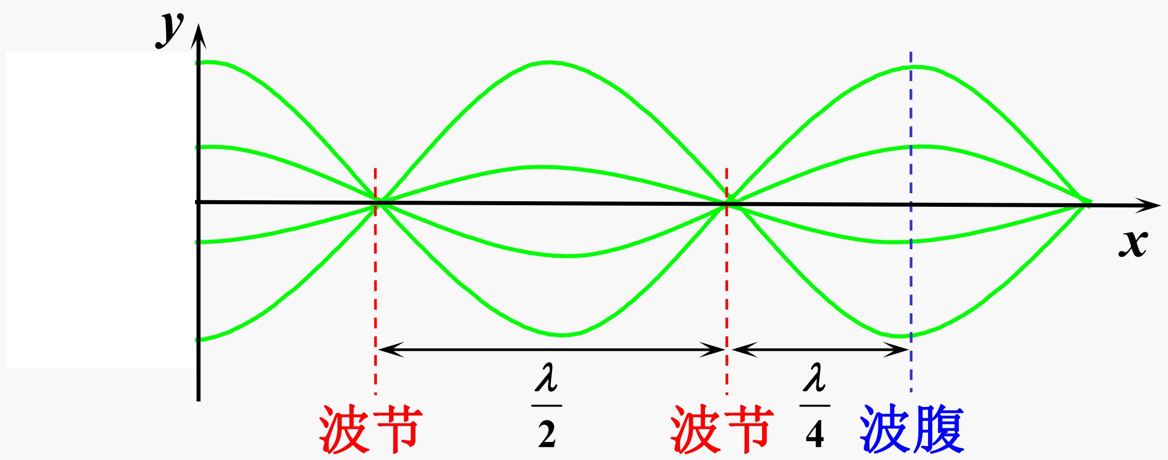
$$y(t,x)=2A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x)\cos(\omega t)$$

各点都在做简谐振动，且角频率为ω

振幅：各点的振幅随位置而不同，振幅最大的各点称波腹，振幅为零的各点称波节。

波腹处： $\left|\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x)\right|=1\rightarrow x=\pm k\frac{\lambda}{2}\quad k=0,1,2,\cdots$

波节处： $\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x)=0\rightarrow x=\pm(2k+1)\frac{\lambda}{4}\quad k=0,1,2,\cdots$



一般情况正反传播的两波在x=0处的振动初相不为0

沿x轴正向传播的简谐波：$y_1(t,x)=A\cos(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi_1)$

沿x轴反向传播的简谐波：$y_2(t,x)=A\cos(\omega t+\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi_2)$

$$y(t,x)=y_1(t,x)+y_2(t,x)\ =2A\cos(\frac{\Delta\varphi}{2})\cos(\omega t+\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2})$$

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi_2-(-\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi_1)$$

波腹处：$\left|\cos(\frac{\Delta\varphi}{2})\right|=1\rightarrow x=\pm k\frac{\lambda}{2}-\frac{\varphi_2-\varphi_1}{4\pi}\lambda \quad k=0,1,2,\cdots$

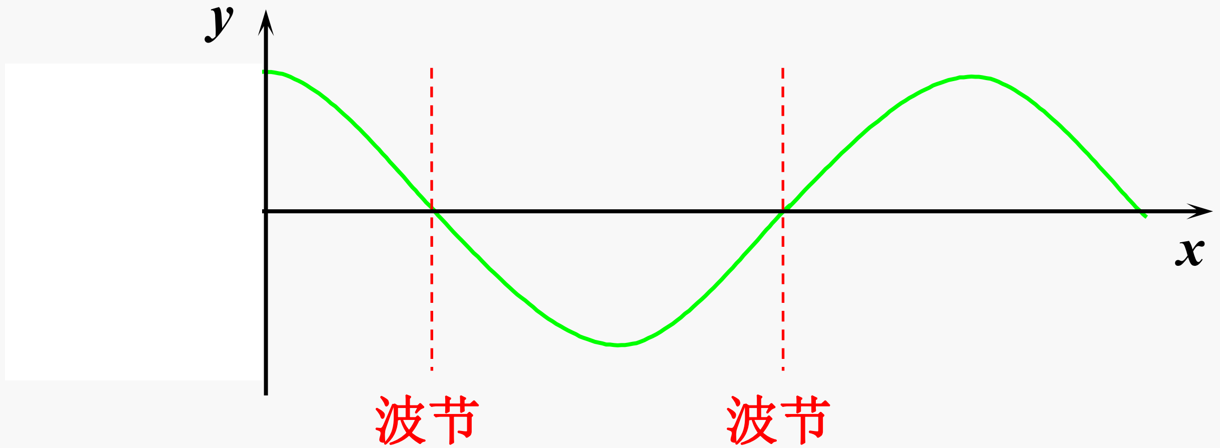
波节处：$\cos(\frac{\Delta\varphi}{2})=0\rightarrow x=\pm(2k+1)\frac{\lambda}{4}-\frac{\varphi_2-\varphi_1}{4\pi}\lambda \quad k=0,1,2,\cdots$

波腹处两波同相，波节处两波反相；相邻两波节(波腹)间距半波长，相邻波节和波腹间距四分之一波长

$$y(t,x)=2A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x)\cos(\omega t)$$

$$I=\bar{w}u \quad \bar{w}=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2$$

相位：相位中没有x坐标，没有相位的传播；在相邻两波节之间的各点振动同相，而在一个波节的两侧的各点振动反向。



能流：合能流密度为： $\bar{w}u+\bar{w}(-u)=0$

驻波实际上是分段振动现象。在驻波中，没有振动状态或相位的传播，也没有能量的传播，所以才称为驻波，这就是它与行波的区别所在。

能量(能量密度)：

$$w_k \propto (\frac{\partial y}{\partial t})^2 \quad w_p \propto (\frac{\partial y}{\partial x})^2 \quad y(t,x) = 2A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x)\cos(\omega t)$$

$$w_k \propto \cos^2(\frac{2\pi}{\lambda}x)\sin^2(\omega t) \quad w_p \propto \sin^2(\frac{2\pi}{\lambda}x)\cos^2(\omega t)$$

驻波中各波节处的各质元不动，动能为零；波腹处各质元弹性势能为零，没有形变；其它位置上的质元既有动能，又有弹性势能，动能和弹性势能随时间周期性变化。

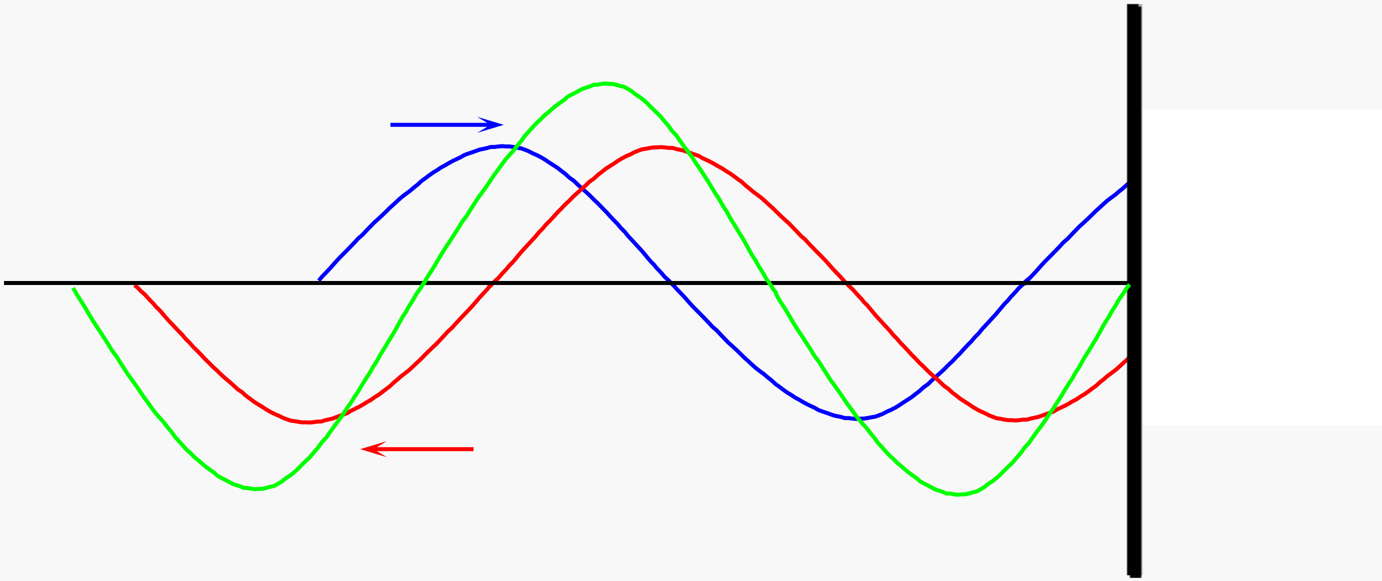
驻波中所有质元都振动到平衡位置时：$\cos(\omega t)=0$，$w_P=0$，能量全部转化为动能，波腹处w_k最大，波节处$w_k=0$

驻波中所有质元都振动到最大位移时：$\cos(\omega t)=1$，$w_k=0$；能量全部转化为势能，波腹处$w_P=0$，波节处w_P最大

驻波中相邻波节和波腹之间的动能和势能不断地相互转换，能量只在相邻波节和波腹之间来回振荡，没有长距离的能量传播。

驻波常由一列行波在介质分界面反射，从而入射波和反射波干涉叠加而形成。

入射波垂直入射到界面，当界面是固定端(端点位移始终为零)时，端点处是波节：

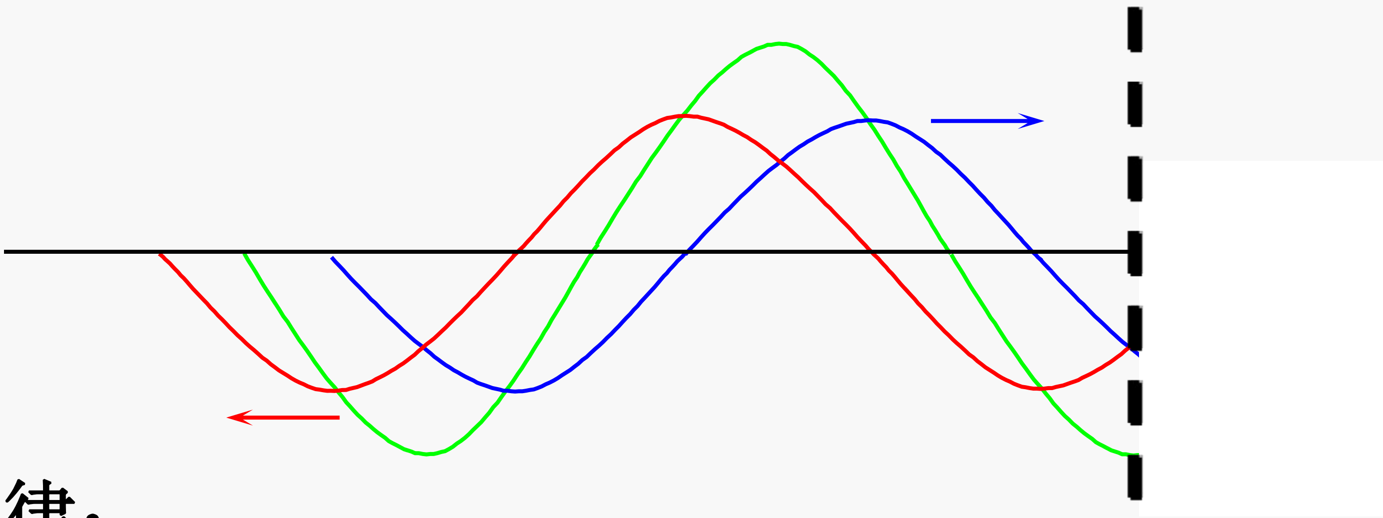


入射波和反射波在端点振动的位相差为π；

反射时发生相位突变π的现象称为半波损失。

入射波垂直入射到界面，当界面是自由端时，端点处介质不受力

$$y(t,x)=2A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x)\cos(\omega t)$$



由胡克定律：

$$f(t,x)=Y\frac{\partial y(t,x)}{\partial x}=-AY\frac{4\pi}{\lambda}\sin(\frac{2\pi}{\lambda}x)\cos(\omega t)=0$$

$$\sin(\frac{2\pi}{\lambda}x)=0\rightarrow\left|\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x)\right|=1$$

自由端端点处是波腹位置，入射波和反射波在反射端的振动是同相的，没有半波损失。

当波从波疏媒质(媒质的密度和波速的乘积ρu值小)垂直入射到波密媒质(ρu值大)时，反射波有半波损失；当波从波密媒质垂直入射到波疏媒质时，反射波无半波损失。

入射波y_1从介质1($\rho_1 u_1$)垂直入射介质2($\rho_2 u_2$)，在界面($x=0$)分为透射(折射)波y_2和反射波y'_1，不妨设入射波在界面处振动初相为0

$$y_1(x,t) = A_1 e^{i(\omega t - k_1 x)} \qquad y_1'(x,t) = A_1' e^{i(\omega t + k_1 x + \varphi')} \qquad x \le 0$$

$$y_2(x,t) = A_2 e^{i(\omega t - k_2 x + \varphi_2)} \qquad x \ge 0$$

任意时刻在介质1和介质2分界面($x=0$)处位移连续

$$y_1(0,t) + y_1'(0,t) = y_2(0,t) \qquad A_1 + A_1' e^{i\varphi'} = A_2 e^{i\varphi_2} \quad (1)$$

任意时刻在介质1和介质2分界面($x=0$)处应力连续

$$f = Y\frac{\partial y}{\partial x} \qquad u = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \qquad u = \frac{\omega}{k}$$

$$f_1(0,t) + f_1'(0,t) = f_2(0,t)$$

$$\rho_1 u_1(-A_1 + A_1' e^{i\varphi'}) = -\rho_2 u_2 A_2 e^{i\varphi_2} \quad (2)$$

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$

$$A_1 + A_1' e^{i\varphi'} = A_2 e^{i\varphi_2} \quad (1)$$

$$\rho_1 u_1(-A_1 + A_1' e^{i\varphi'}) = -\rho_2 u_2 A_2 e^{i\varphi_2} \quad (2)$$

(1)和(2)得： $$\frac{A_1'}{A_1} e^{i\varphi'} = \frac{\rho_1 u_1 - \rho_2 u_2}{\rho_1 u_1 + \rho_2 u_2} \quad \frac{A_2}{A_1} e^{i\varphi_2} = \frac{2\rho_1 u_1}{\rho_1 u_1 + \rho_2 u_2}$$

上两式等号右边都是实数，等号左边也得是实数，即：

$$\sin\varphi' = 0 \quad \sin\varphi_2 = 0 \qquad \varphi', \varphi_2 = 0 \text{ or } \pi$$

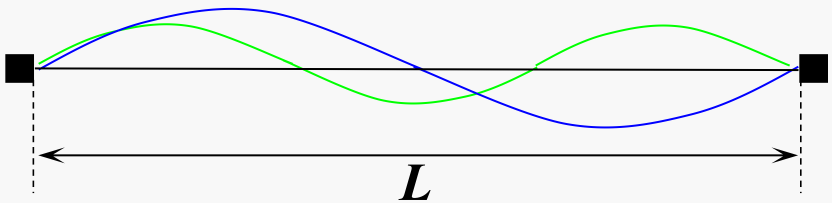
$$\frac{A_1'}{A_1}\cos\varphi' = \frac{\rho_1 u_1 - \rho_2 u_2}{\rho_1 u_1 + \rho_2 u_2} \quad \frac{A_2}{A_1}\cos\varphi_2 = \frac{2\rho_1 u_1}{\rho_1 u_1 + \rho_2 u_2}$$

$$\rho_1 u_1 > \rho_2 u_2 \quad \varphi' = 0 \quad \varphi_2 = 0$$

$$\rho_1 u_1 < \rho_2 u_2 \quad \varphi' = \pi \quad \varphi_2 = 0$$

一些情况下不是所有波长的波都能形成驻波

1、两端固定的驻波系统——弦乐器



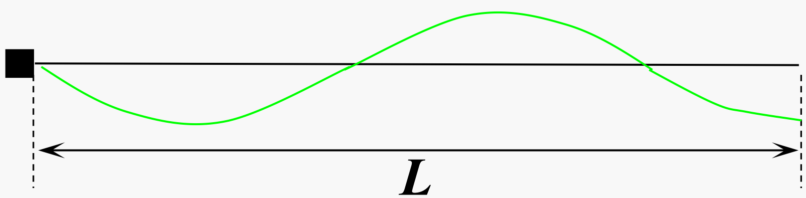
$$L = n\frac{\lambda_n}{2} \quad n = 1, 2, 3, \cdots$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad \nu_n = n\frac{u}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \cdots$$

ν_1 基频

ν_n n次谐频

2、一端固定的驻波系统——管乐器

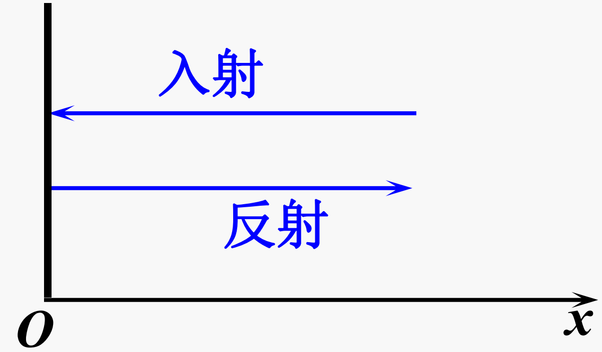


$$L = (2n+1)\frac{\lambda_n}{4} \quad \nu_n = (2n+1)\frac{u}{4L} \quad n = 0, 1, 2, \cdots$$

例5-5 如图所示，在绳上传播的入射波方程为：

$$y_1(x,t)=A\cos(\omega t+\frac{2\pi}{\lambda}x-\frac{\pi}{2})$$

入射波在x=0 处反射，反射端固定，设反射波不衰减，**求**：驻波方程及波节和波腹的位置。



解：入射波在x=0处的振动方程：

$$y_1(0,t)=A\cos(\omega t-\frac{\pi}{2})$$

反射点O是固定端，在该处反射波有半波损失，则O处反射波的振动方程为：

$$y_2(0,t)=A\cos(\omega t-\frac{\pi}{2}+\pi)=A\cos(\omega t+\frac{\pi}{2})$$

沿x轴正向传播的反射波：

$$y_2(x,t)=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\frac{\pi}{2}]=A\cos(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x+\frac{\pi}{2})$$

$$y_1(x,t)=A\cos(\omega t+\frac{2\pi}{\lambda}x-\frac{\pi}{2})\quad y_2(x,t)=A\cos(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x+\frac{\pi}{2})$$

驻波方程：

$$\boxed{\cos\alpha+\cos\beta=2\cos(\frac{\alpha+\beta}{2})\cos(\frac{\alpha-\beta}{2})}$$

$$y(x,t)=y_1(x,t)+y_2(x,t)$$

$$=A\cos(\omega t+\frac{2\pi}{\lambda}x-\frac{\pi}{2})+A\cos(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x+\frac{\pi}{2})$$

$$=2A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x-\frac{\pi}{2})\cos(\omega t)=2A\sin(\frac{2\pi}{\lambda}x)\cos(\omega t)$$

波节位置： $\sin(\frac{2\pi}{\lambda}x)=0\quad x=n\frac{\lambda}{2}\quad n=0,1,2,\cdots$

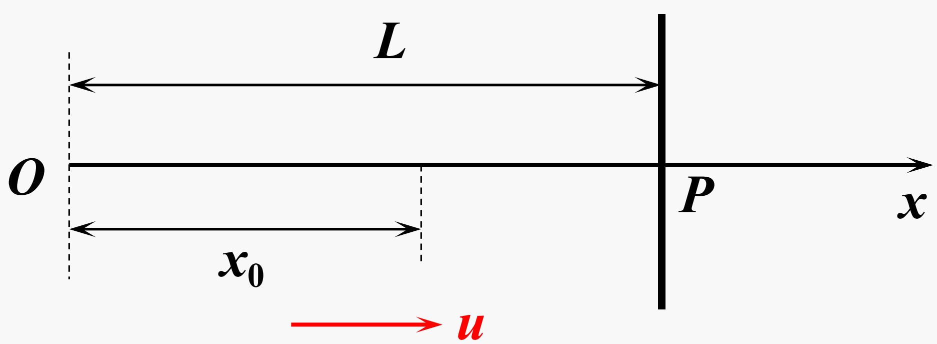
波腹位置： $\left|\sin(\frac{2\pi}{\lambda}x)\right|=1\quad x=n\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{4}\quad n=0,1,2,\cdots$

例5-6 一列波长为λ的平面简谐波沿x正向传播，已知在 $x_0=\dfrac{\lambda}{2}$ 处振动方程为 $y_1(\dfrac{\lambda}{2},t)=A\cos(\omega t)$

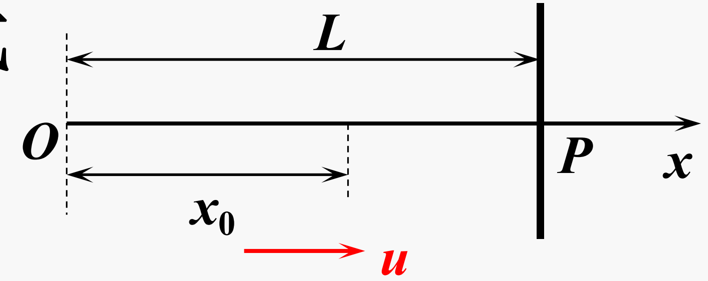
求： 1) 写出平面简谐波的表达式；

2) 如果在上述波线上 $x=L$ ($L>\dfrac{\lambda}{2}$)处放一如图所示的固定反射面，且假设反射波的振幅不损失，则写出反射波的波函数；

3) 写出驻波方程。



解：(1)由振动表达式得波动表达式



$$y_1(x,t)=A\cos[\omega(t-\frac{x-\lambda/2}{u})]$$

$$=A\cos(\omega t-\frac{\omega}{u}x+\frac{\omega}{u}\frac{\lambda}{2})=A\cos(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x+\pi)$$

(2)L处反射波有半波损失

$$y_1(L,t)=A\cos(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}L+\pi)$$

$$y_2(L,t)=A\cos(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}L+\pi+\pi)=A\cos(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}L)$$

$$y_2(x,t)=A\cos[\omega(t+\frac{x-L}{u})-\frac{2\pi}{\lambda}L]$$

$$=A\cos(\omega t+\frac{2\pi}{\lambda}x-\frac{4\pi}{\lambda}L)$$

(3)驻波波函数：

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

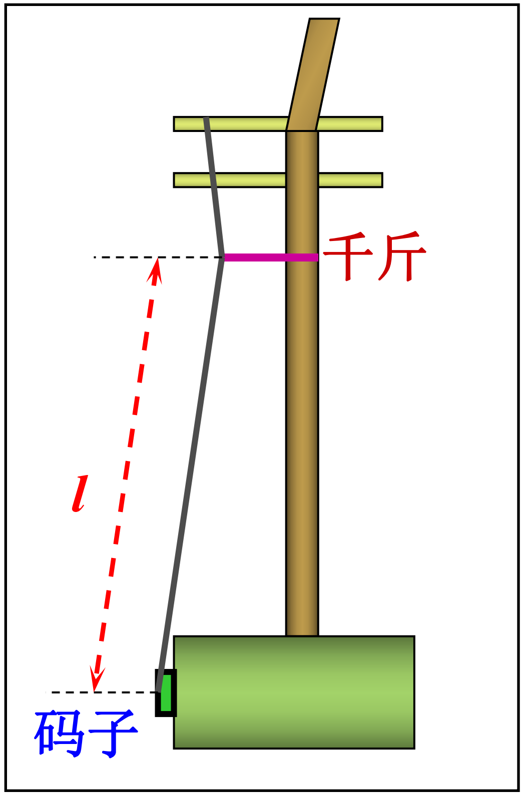
$$y(x,t)=y_1(x,t)+y_2(x,t)$$

$$=A\cos\left(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x+\pi\right)+A\cos\left(\omega t+\frac{2\pi}{\lambda}x-\frac{4\pi}{\lambda}L\right)$$

$$=2A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x-\frac{2\pi}{\lambda}L-\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}L+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$=2A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x-\frac{2\pi}{\lambda}L\right)\sin\left(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}L\right)$$

例5-7 如图，二胡弦长$l=0.3\text{m}$，张力$T=9.4\text{N}$，线密度$\eta=3.8\times10^{-4}\text{Kg}\cdot\text{m}^{-1}$，**求：**弦所发的声音的基频和谐频



解： 弦两端为固定点，是波节

$$\lambda_n=\frac{2L}{n}\quad n=1,2,3,\cdots$$

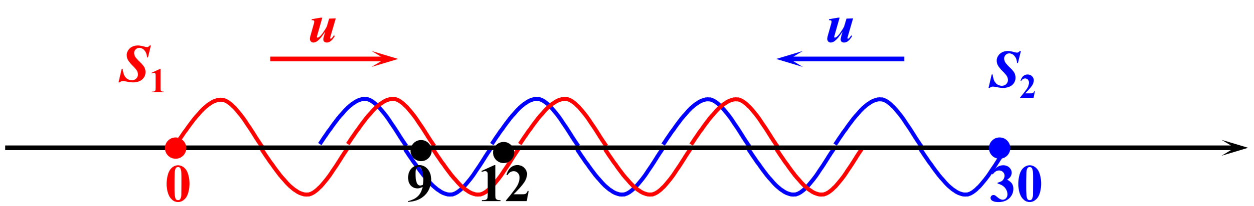
频率 $$\nu_n=\frac{u}{\lambda_n}=\frac{nu}{2l}\quad n=1,2,3,\cdots$$

波速 $$u=\sqrt{\frac{T}{\eta}}$$

基频 $$\nu_1=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\eta}}=262\text{Hz}$$

谐频 $$\nu_n=\frac{n}{2l}\sqrt{\frac{T}{\eta}}=262n(\text{Hz})\quad n=2,3,\cdots$$

例5-8 如图，两相干波源S_1、S_2相距d=30m，由S_1、S_2分别发出的两列波，沿x轴传播，强度保持不变，x_1=9m，x_2=12m处的两点是相邻的波节，**求：** 1) 两列波的波长； 2) 两波源间的最小相位差。



解： 1) 相邻两波节间距$\lambda/2$ $\lambda = 6\text{m}$

2) 设两列波的波函数分别为：

$$y_1(x,t) = A\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_1) = A\cos(\omega t - \frac{\pi}{3}x + \varphi_1)$$

$$y_2(x,t) = A\cos(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_2) = A\cos(\omega t + \frac{\pi}{3}x + \varphi_2)$$

$$y_1(x,t)=A\cos(\omega t-\frac{\pi}{3}x+\varphi_1) \quad y_2(x,t)=A\cos(\omega t+\frac{\pi}{3}x+\varphi_2)$$

波节处两波反相：

$$\Delta\varphi(x)=\frac{2\pi}{3}x+\varphi_2-\varphi_1=\pm(2k+1)\pi$$

$$\Delta\varphi(9)=\frac{2\pi}{3}\cdot 9+\varphi_2-\varphi_1=\pm(2k+1)\pi$$

$$\varphi_2-\varphi_1=\pm(2k+1)\pi-6\pi$$

两波源的振动函数分别为：

$$y_1(0,t)=A\cos(\omega t+\varphi_1) \quad y_2(30,t)=A\cos(\omega t+10\pi+\varphi_2)$$

两波源的相位差： $\Delta\varphi=10\pi+\varphi_2-\varphi_1=4\pi\pm(2k+1)\pi$

两波源的最小相位差： $\Delta\varphi_{\min}=\pm\pi$

例5-9 在弦上有一平面简谐波 $y(x,t)=A\cos(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x-\frac{\pi}{4})$ 欲在弦上形成驻波，且保证$x=0$ 处为波节，**求：** 弦上另一简谐波的表达式。

解： 设另一简谐波为：

$$y'(x,t)=A\cos(\omega t+\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi)$$

$$y(0,t)=A\cos(\omega t-\frac{\pi}{4}) \qquad y'(0,t)=A\cos(\omega t+\varphi)$$

波节处两波反相：

$$(\omega t+\varphi)-(\omega t-\frac{\pi}{4})=\pm\pi \qquad \varphi=\frac{3\pi}{4}\text{或}-\frac{5\pi}{4}$$

$$y'(x,t)=A\cos(\omega t+\frac{2\pi}{\lambda}x+\frac{3\pi}{4})$$

5.6 声波与声强级

声波是频率在20Hz到20000Hz之间的机械波，频率低于20Hz的叫次声波，频率高于20000Hz的叫超声波。声波在流体中都是纵波。

声波的强度(平均能流密度)叫声强，为：

$$I = \frac{1}{2}\rho u \omega^2 A^2$$ 声强单位：W· m²

声压(声压强)：有声波传播时的压强p与无声波时的静压强 p_0的差值

$$p* = \Delta p = p - p_0 = -k\frac{\partial y}{\partial x}$$

k：体变弹性模量

$$p*(x,t) = -k\frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \quad u = \sqrt{\frac{k}{\rho_0}}$$

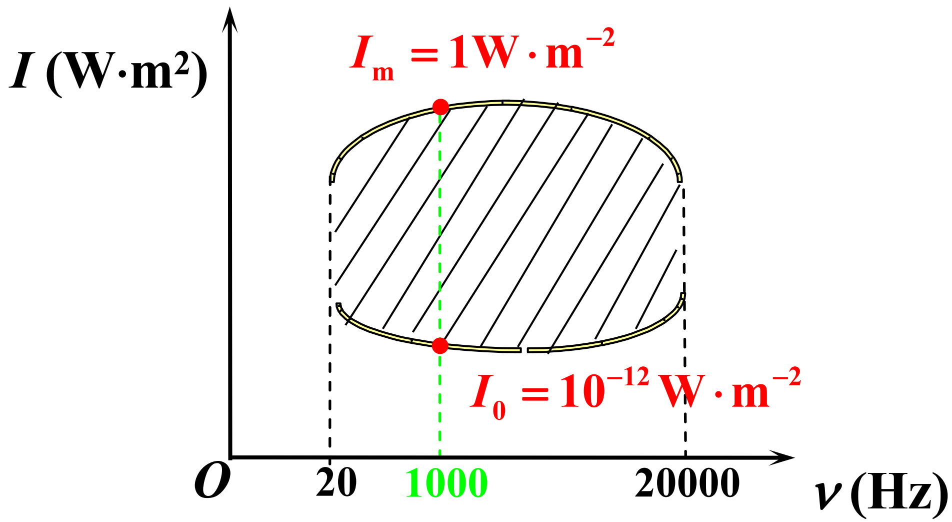
简谐声波：$y(x,t) = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$

声压为：
$$p*(x,t) = -\rho_0 u^2 \frac{\partial y(x,t)}{\partial x}$$
$$= -\rho_0 u\omega A\sin[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$
$$= -p_m \sin[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0] \qquad \boxed{p_m = \rho_0 u\omega A}$$
$$= p_m \cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}]$$

声强：
$$I = \frac{1}{2}\rho_0 u\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}\frac{p_m^2}{\rho_0 u}$$

声强计算公式

人能听到的声波，除了一定的频率范围，还有一定的声强范围



以1000 Hz 时的I_0作为基准声强，定义声强级：

$$X = \lg \frac{I}{I_0} \quad (B) \qquad\qquad X = 10 \lg \frac{I}{I_0} \quad (dB)$$

人耳对声音强弱的主观感觉称响度，响度大致正比于声强的对数。

5.7 多普勒效应

当波源S和探测器D有相对运动时，探测器所接收的频率ν_D不等于波源振动频率ν_S的现象，称为多普勒效应

一、机械波的多普勒效应

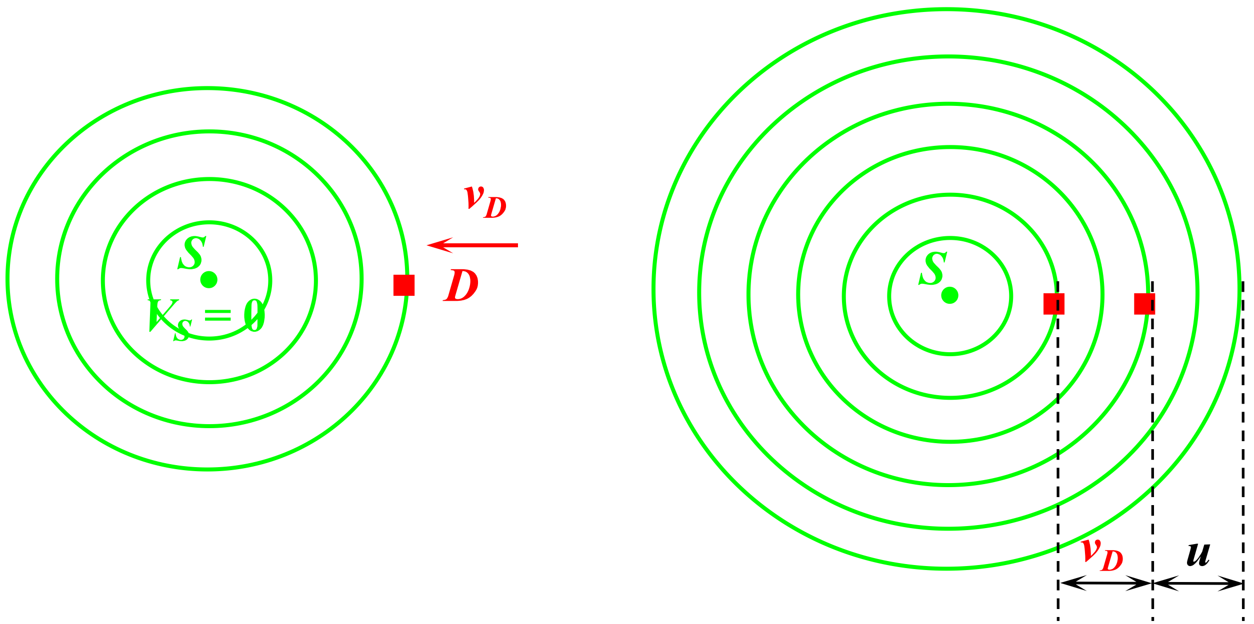
讨论波源S和探测器D在一条直线上运动情形，波源振动频率ν_S，波的频率ν_W，探测器接收频率ν_D，波源和探测器相对介质的运动速度分别为v_S和v_D，波在介质中的传播速度u(u与波源和探测器运动无关)

1、波源和探测器都相对介质静止 (v_S=0，v_D=0)

$$\nu_S = \nu_W = \nu_D$$

2、波源相对介质静止，探测器相对介质运动 ($v_S=0$)

若探测器向着静止的波源运动，波形不变，$\nu_S=\nu_W$，探测器单位时间内所接收的完整波数目比其静止时要多



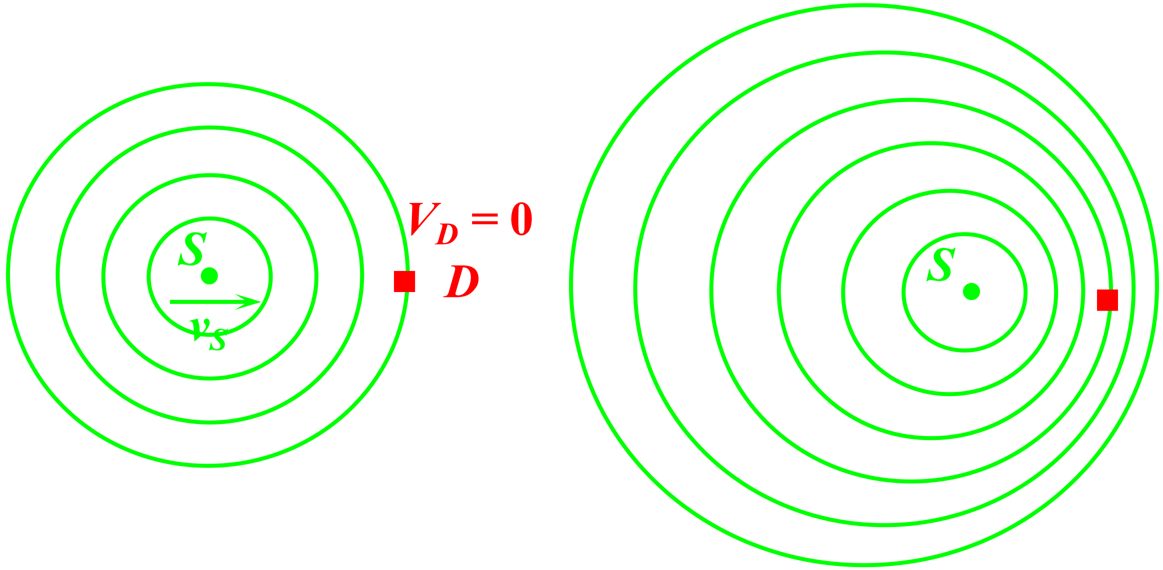
探测器接收到的波的传播速度为$u+v_D$，则：

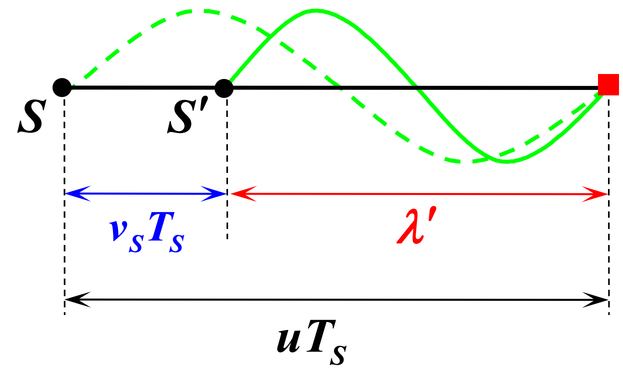
$$\nu_D=\frac{u+v_D}{\lambda}=\frac{u+v_D}{u/\nu_W}=\frac{u+v_D}{u}\nu_W=\frac{u+v_D}{u}\nu_S$$

若探测器远离静止波源运动：$\nu_D=\dfrac{u-v_D}{u}\nu_S$

3、探测器相对介质静止，波源相对介质运动 ($v_D=0$)

设波源振动周期为T_S，若波源向着静止的探测器运动，波面压缩，介质中波长变小





介质中波长(沿波的传播方向，振动状态完全相同两点的最小距离)：

$$\lambda' = uT_S - v_S T_S = \frac{u - v_S}{v_S} \qquad v_W = \frac{u}{\lambda'} = \frac{u}{u - v_S} v_S = v_D$$

若波源远离静止探测器运动： $v_D = \dfrac{u}{u + v_S} v_S$

4、探测器、波源同时相对介质运动(v_S、v_D均不为0)

若探测器和波源相向运动，由于波源运动，波的频率

$$\nu_W = \frac{u}{u - v_S}\nu_S$$

再由于探测器运动，探测器接收到的频率：

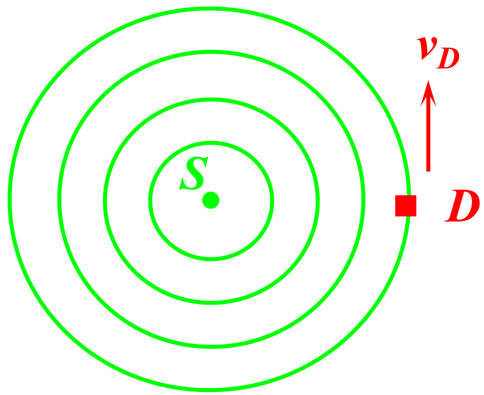
$$\nu_D = \frac{u + v_D}{u}\nu_W = \frac{u + v_D}{u}\frac{u}{u - v_S}\nu_S = \frac{u + v_D}{u - v_S}\nu_S$$

若探测器和波源相背运动时： $\nu_D = \dfrac{u - v_D}{u + v_S}\nu_S$

探测器和波源靠近时频率增加；探测器和波源背离时频率减少。

问题：探测器和波源相对静止，都相对介质以速度v运动，探测器接收到的频率是多少？

如果探测器和波源沿着它们连线的垂直方向运动，没有多普勒效应发生。



如果探测器和波源的运动是任意的方向的，将速度在它们连线上的分量代入公式即可。

二、电磁波的多普勒效应

电磁波(包括光波)不依赖弹性介质，波源(v_S)和探测器间的相对运动速度v决定了接收的频率，当二者在同一直线上相向运动：

$$v_D = v_S\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$$

当二者在同一直线上相背运动时：

$$v_D = v_S\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$$

当探测器与波源相互远离时，探测器接收到的频率比发射频率低，因而波长变长，这种现象叫做红移

例5-10 警车警笛发出频率1500Hz的声波，并以22m·s^{-1}的速度向某方向运动，一人以6m·s^{-1}的速度跟随其后；

求： 该人听到的警笛发出的声音的频率。

解： 不考虑风，则声速为：u=330m·s^{-1}

$$\nu_S = 1500\text{Hz} \quad v_S = 22\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \quad v_D = 6\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

警笛后方空气中声波的频率为：

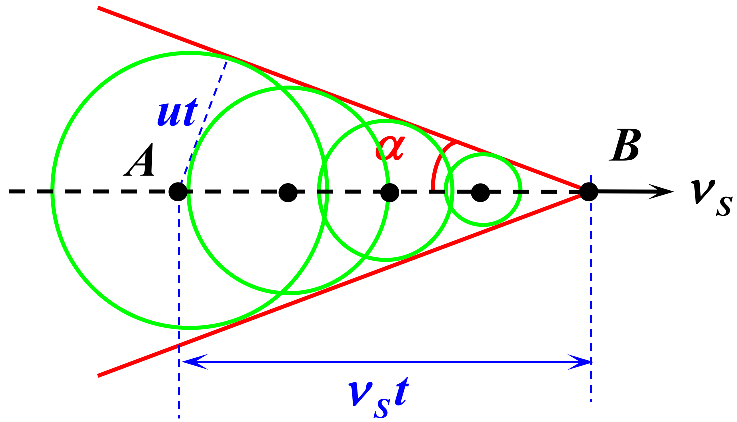
$$\nu_W = \frac{u}{u+v_S}\nu_S$$

该人听到的警笛发出的声音的频率为：

$$\nu_D = \frac{u+v_D}{u}\nu_W = \frac{u+v_D}{u}\frac{u}{u+v_S}\nu_S = \frac{u+v_D}{u+v_S}\nu_S = 1432\text{Hz}$$

冲击波

当波源速度超过波速($v_S>u$)时，波源将位于波的前方



这种以点波源为顶点的圆锥形的波称为冲击波

波源速度与声速的比值v_S/u称马赫数， α 角称马赫角

冲击波波面的压强很大，过强的冲击波能使掠过地区的物体遭到损坏，这种现象称声爆