第 2 章 质点和质点系动力学

2.1 牛顿运动定律和惯性参考系

牛顿运动三定律是经典力学的核心

一、 牛顿第一定律(惯性定律)和惯性系

不受其它物体作用的质点，保持静止或匀速直线运动状态不变(平衡态)

力：其它物体的作用，力作用的效果是改变物体的运动状态，使物体的速度发生变化；

惯性：物体保持静止或匀速直线运动状态不变的性质

惯性系：牛顿定律成立的参考系；在惯性系中观察，不受力作用的物体将保持静止或匀速直线运动状态不变

二、 牛顿第二定律

物体运动的量的变化率与施加在该物体上的力成正比，并且发生在该力的方向上。

动量(运动的量)：物体质量与速度矢量之积

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

牛顿第二定律的数学表示：

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(m\vec{v})}{\mathrm{d}t}$$

若物体的质量与速度(时间)无关：

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}(m\vec{v})}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = m\vec{a}$$ 动力学方程

质量越大，加速度越小，物体的运动状态越不容易改变，即物体的惯性越大，质量可以作为物体惯性的量度

多个力作用在物体上时，牛顿第二定律中的力就是各个力的矢量和

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = m\vec{a}$$

牛顿第二定律物体可以采用分量形式，直角坐标系中：

$$F_x = ma_x = m\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} \quad F_y = ma_y = m\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}$$

$$F_z = ma_z = m\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}$$

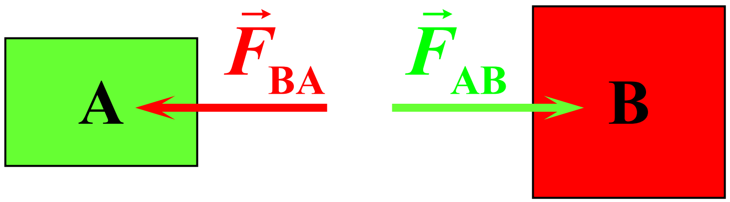
自然坐标系中：

$$F_t = ma_t = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}^2s}{\mathrm{d}t^2} \quad F_n = ma_n = m\frac{v^2}{R}$$

极坐标系中： $F_r = ma_r = m\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \quad F_\varphi = ma_\varphi$

三、 牛顿第三定律(作用反作用定律)

两个相互作用的物体，彼此给对方施加力总是大小相等、方向相反，作用在一条直线上。



$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

力总是成对出现，若称一个为作用力，另一个则称反作用力

作用力与反作用力分别作用在两个物体上，同时存在，同时消失；作用力与反作用力是同一性质的力；无论相互作用的两物体是静止还是运动，牛顿第三定律都成立

牛顿运动定律适用于惯性系、质点、宏观、低速情形

四、力学中常见的力

1、万有引力

万有引力是存在于任何两个物体之间的吸引力

万有引力定律：

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

引力常量：$G = 6.67259\times 10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}$

万有引力定律中的质量反映了物体的引力性质，叫引力质量，和反映物体惯性的惯性质量在意义上是不同的。在目前的实验精度内惯性质量和引力质量相等。

一般问题中，物体间的万有引力相比其他力来说很小，常可忽略。

2、重力

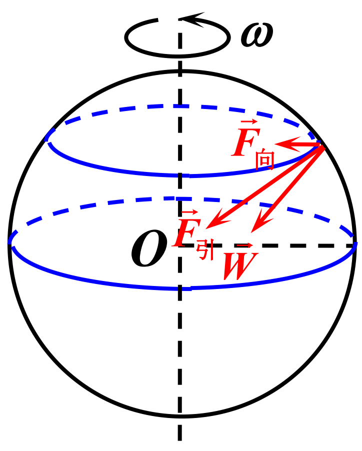
$$F_{向} = ma_n = m\omega^2 r$$

地球表面附近的物体受到地球的吸引力，叫重力

$$W = mg$$

重力作用下，物体产生的加速度g叫重力加速度，重力和重力加速度方向都是竖直向下

由于地球的自转，地球上的物体将随地球绕地轴作圆周运动，物体所受的引力一部分提供了向心力，剩余的分力才是重力。



要求不高的计算中，重力近似等于地球的引力

3、弹力

发生形变的物体，由于要恢复原状，对与它接触的物体会产生力的作用，这种力叫弹力

A、正压力

两个物体通过一定面积相互挤压，会产生对对方的弹力作用，这种弹力通常叫正压力或支持力；它们的大小取决于相互挤压的程度，方向总是垂直于接触面而指向对方。

B、弹簧的弹力

当弹簧被拉伸或压缩，就会对与之相连的物体产生弹力，这种弹力总是力图使弹簧恢复原状，叫恢复力

$$F=-kx$$

k 叫劲度系数或劲度

x 表示形变(弹簧长度变化)

C、绳中的张力

绳对物体的拉力是绳发生了伸长形变而产生的，其大小取决于收紧的程度，方向沿绳指向收紧的方向。

绳产生拉力时，绳内部各段之间也有相互作用的弹力，在张紧的绳内某处作一假想横截面，把绳分成两侧，这两侧绳的相互拉力叫张力。

绳各处的张力是不相等的。在很多实际问题中，如果绳没有加速度，或绳的质量可以忽略，可以认为绳上各点的张力都是相等的，而且等于外力。

D、摩擦力

两个相互接触的物体在沿接触面相对运动或有相对运动的趋势时，在接触面之间会产生一对阻碍相对运动的力，叫摩擦力

虽有相对运动的趋势，但不产生相对运动，这时的摩擦力叫静摩擦力。方向与运动趋势相反，大小视外力而定，在0和最大静摩擦力F_s之间。

最大静摩擦力F_s正比正压力F_N：

$$F_s = \mu_s F_N$$ μ_s 叫静摩擦系数

当外力超过最大静摩擦力，物体间产生相对运动，这时的摩擦力叫滑动摩擦力

$$F_k = \mu_k F_N$$ μ_k 叫滑动摩擦系数

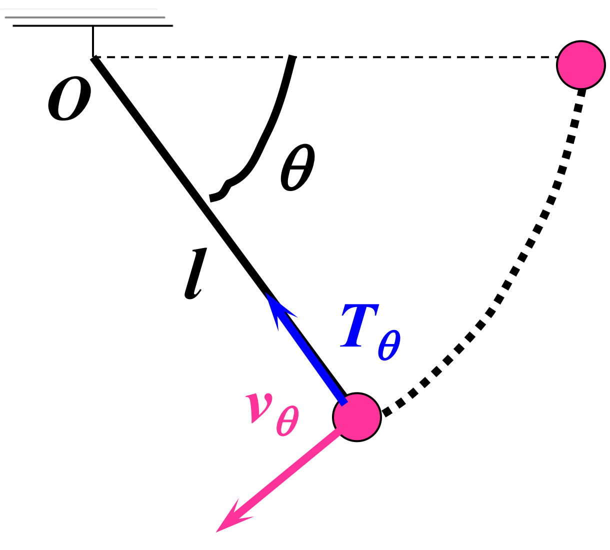
一般 $\mu_s > \mu_k$，且两者都小于1

五、 应用牛顿运动定律解题

牛顿三定律是一个整体，第一定律是牛顿力学是思想基础，它说明任何物体都有惯性，牛顿力学定律只适用于惯性参考系；第三定律指出力有相互作用的性质，为分析物体受力提供依据。

通常的力学问题分为：一类是已知物体的受力情况，分析物体的运动；另一类是已知物体的运动状况，分析物体的受力

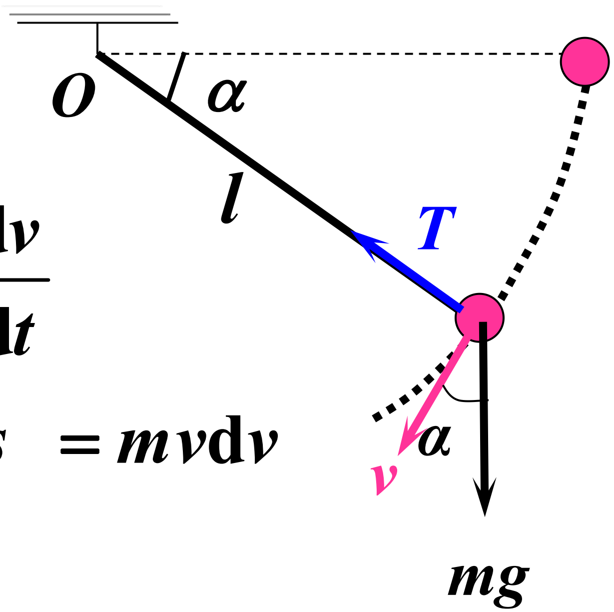
例2-1 如图，质量m的小球，用长l的细线挂在地面上方固定点O，将小球拉到细线成水平的位置后，小球从静止开始运动，当细线与水平方向夹角为θ时，求：小球的速率v_θ和线对小球的拉力T_θ。



解：设t 时刻细线与水平方向夹角为α，小球速率为v，小球受力：拉力T和重力mg

$$\boxed{\mathrm{d}s = l\mathrm{d}\alpha \qquad v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}}$$

采用自然坐标系，在法向和切向两个方向应用牛顿第二定律



$$T - mg\sin\alpha = m\frac{v^2}{l} \qquad mg\cos\alpha = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

$$mgl\cos\alpha\mathrm{d}\alpha = \ mg\cos\alpha\mathrm{d}s = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}s \ = mv\mathrm{d}v$$

上式两边积分：

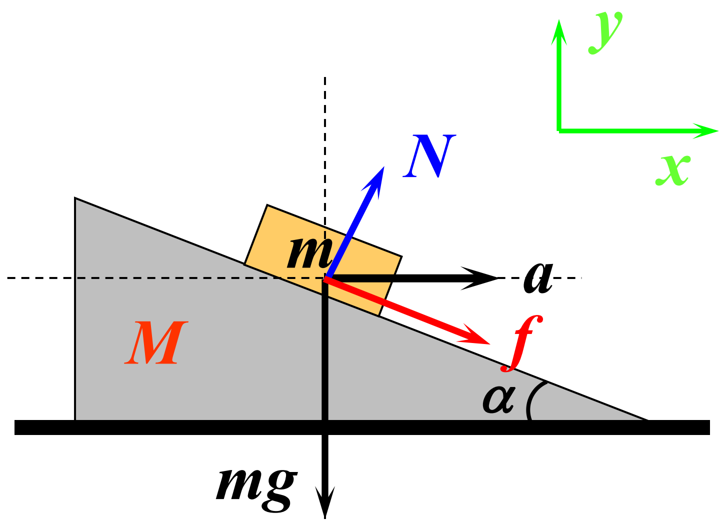
$$\int_0^\alpha mgl\cos\alpha\mathrm{d}\alpha = \int_0^v mv\mathrm{d}v \qquad mgl\sin\alpha = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{2gl\sin\alpha} \qquad T = 3mg\sin\alpha$$

$$v_\theta = \sqrt{2gl\sin\theta} \qquad T_\theta = 3mg\sin\theta$$

例2-2 如图，底角α，质量M的楔块的斜面上放一质量m的物块，物块与楔块的静摩擦系数μ。外力推动楔块使其沿水平方向加速度为a，若使物块在楔块上保持静止，求：a的取值范围。

解：物块随楔块以加速度a 水平运动，如图建立直角坐标系



a比较大时，运动趋势向上，静摩擦力f 向下，在x、y方向上应用牛顿第二定律

$$N\sin\alpha + f\cos\alpha = ma \qquad \cdots x\text{方向}$$

$$N\cos\alpha - f\sin\alpha - mg = 0 \qquad \cdots y\text{方向}$$

上面方程组解出f 和N

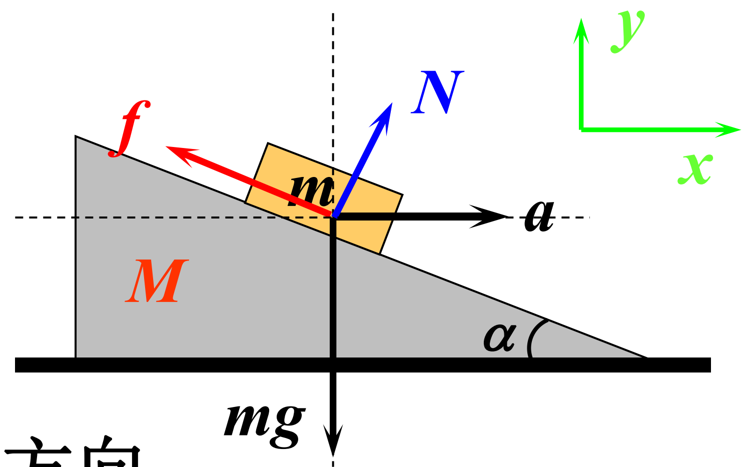
$$f = ma\cos\alpha - mg\sin\alpha \quad N = ma\sin\alpha + mg\cos\alpha$$

$$f = ma\cos\alpha - mg\sin\alpha \quad N = ma\sin\alpha + mg\cos\alpha$$

利用条件：

$$ma\cos\alpha - mg\sin\alpha = f \le \mu N = \mu(ma\sin\alpha + mg\cos\alpha)$$

$$a \le \frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha} g$$



a比较小时，运动趋势向下，静摩擦力f向上，在x、y方向上应用牛顿第二定律

$$N\sin\alpha - f\cos\alpha = ma \qquad \cdots x\text{方向}$$

$$N\cos\alpha + f\sin\alpha - mg = 0 \qquad \cdots y\text{方向}$$

上面方程组解出f和N

$$f = mg\sin\alpha - ma\cos\alpha \quad N = mg\cos\alpha + ma\sin\alpha$$

$$f = mg\sin\alpha - ma\cos\alpha \quad N = ma\sin\alpha + mg\cos\alpha$$

利用条件：

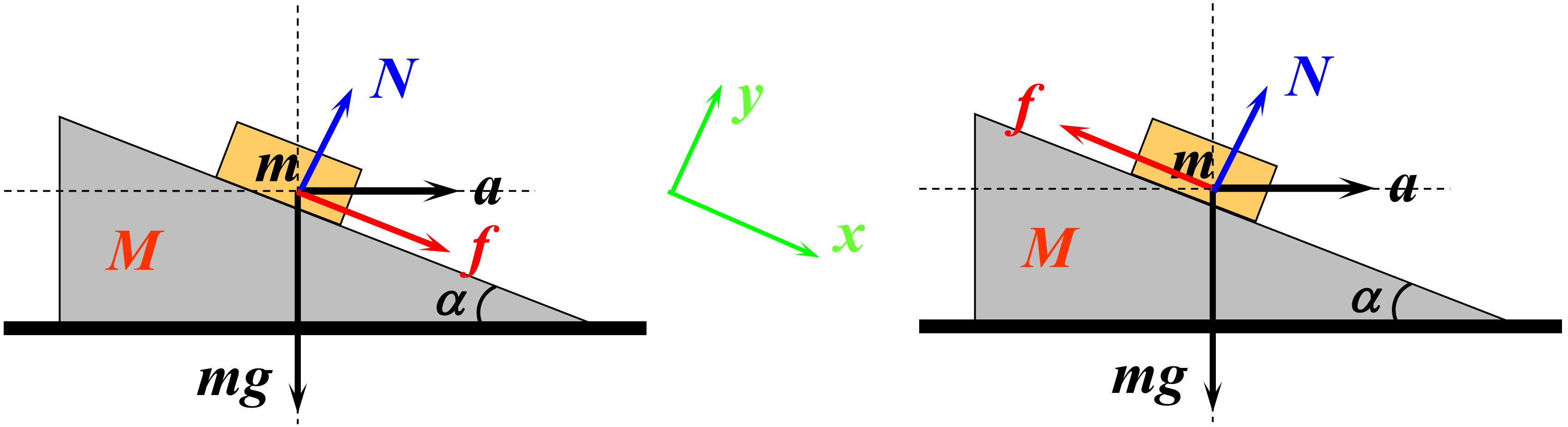
$$mg\sin\alpha - ma\cos\alpha = f \le \mu N = \mu(ma\sin\alpha + mg\cos\alpha)$$

$$a \ge \frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} g$$

综合两种情况：

$$\frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} g \le a \le \frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha} g$$

如果，如图取直角坐标系：



运动趋势向上时：

$$mg\sin\alpha + f = ma\cos\alpha \qquad \cdots x方向$$

$$N - mg\cos\alpha + ma\sin\alpha = 0 \qquad \cdots y方向$$

$$f \le \mu N$$

$$a \le \frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha} g$$

运动趋势向下时：

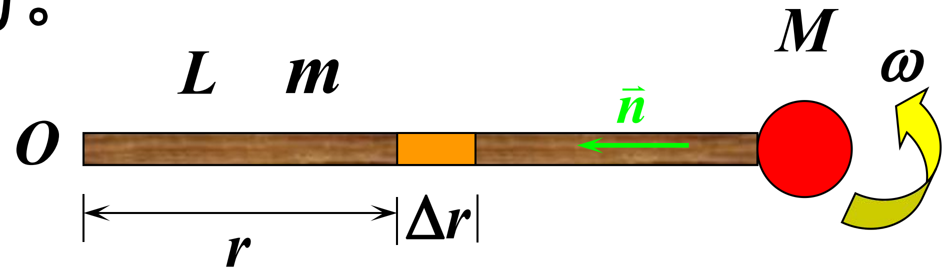
$$mg\sin\alpha - f = ma\cos\alpha \qquad \cdots x方向$$

$$N - mg\cos\alpha + ma\sin\alpha = 0 \qquad \cdots y方向$$

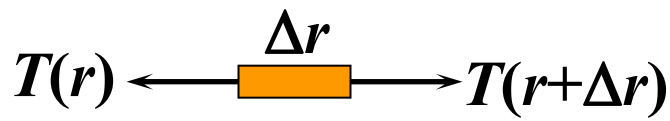
$$f \le \mu N$$

$$a \ge \frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} g$$

例2-3 如图，质量m，长L的均匀绳子，尾端拴着质量M的小球，小球在光滑的水平桌上绕绳的始端匀速旋转，角速度ω，求：绳中的张力。



解：绳中某处的张力，是以该处为分界面，把绳子分成两部分考虑，这两部分之间的相互拉力就称为该处的张力

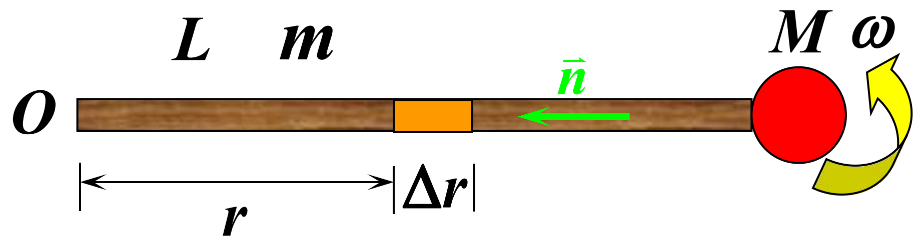


选取自然坐标系，取始端为原点O，距原点r处取一小微元Δr，分析小微元的受力:

$$-\Delta T(r)=T(r)-T(r+\Delta r)=\Delta m\cdot a_n=\frac{m}{L}\Delta r\cdot\omega^2 r$$

$$\mathrm{d}T(r)=-\frac{m}{L}\omega^2 r\cdot\mathrm{d}r$$

$$\mathrm{d}T(r) = -\frac{m}{L}\omega^2 r \cdot \mathrm{d}r$$



两边积分：$\int_{T(0)}^{T(r)} \mathrm{d}T(r) = -\int_0^r \frac{m}{L}\omega^2 r\mathrm{d}r$

$$T(r) - T(0) = -\frac{1}{2}\frac{m}{L}\omega^2 r^2 \qquad T(r) = T(0) - \frac{1}{2}\frac{m}{L}\omega^2 r^2$$

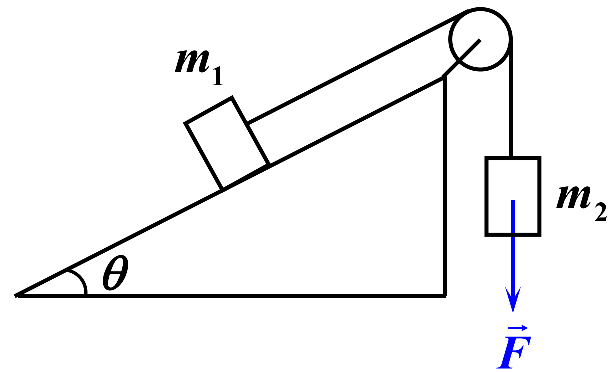
绳端处($r=L$)的张力即是绳对小球的拉力(向心力)

$$T(L) = M\omega^2 L = T(0) - \frac{1}{2}\frac{m}{L}\omega^2 L^2 \qquad T(0) = \frac{3}{2}M\omega^2 L$$

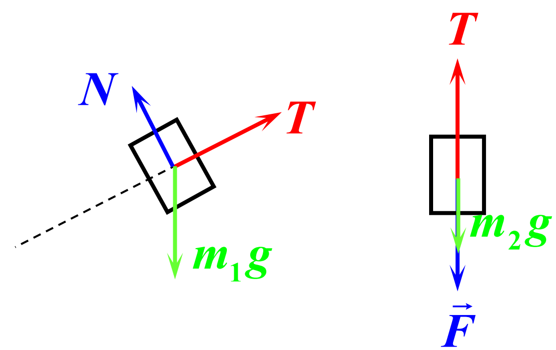
$$T(r) = \frac{3}{2}M\omega^2 L - \frac{1}{2}\frac{m}{L}\omega^2 r^2$$

方向：法向

例2-4 如图，光滑斜面，细绳，已知$F=9.8+5t+15t^2$，$m_1=4\text{kg}$，$m_2=1\text{kg}$，$\theta=30°$，$t=0$时系统保持静止，**求**：t时刻m_2的加速度和速度。



解：细绳对m_1和m_2的拉力T相同，m_1和m_2的加速度大小相同，对m_2沿垂直方向，对m_1沿斜面方向分别应用牛顿第二定律：



$$F+m_2g-T=m_2a$$

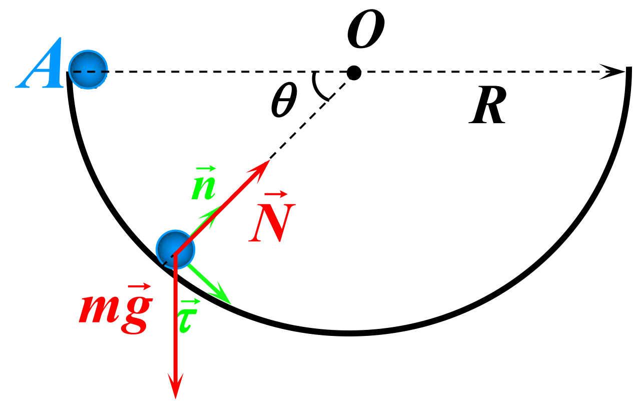
$$T-m_1g\sin\theta=m_1a$$

$$a=\frac{F+m_2g-m_1g\sin\theta}{m_1+m_2}=t+3t^2$$

$$v=v_0+\int_{t_0}^{t}a\cdot \mathrm{d}t=\int_0^t(t+3t^2)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}t^2+t^3$$

加速度和速度方向：垂直向下

例2-5 如图，质量m的小球最初位于A点，然后沿半径为R的光滑圆弧面下滑，求：小球在任一位置时的速率和小球对圆弧面的作用力。



解：采用自然坐标系，在切向方向上应用牛顿第二定律

$$mg\cos\theta = ma_t = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = mv\frac{\mathrm{d}v}{R\mathrm{d}\theta}$$

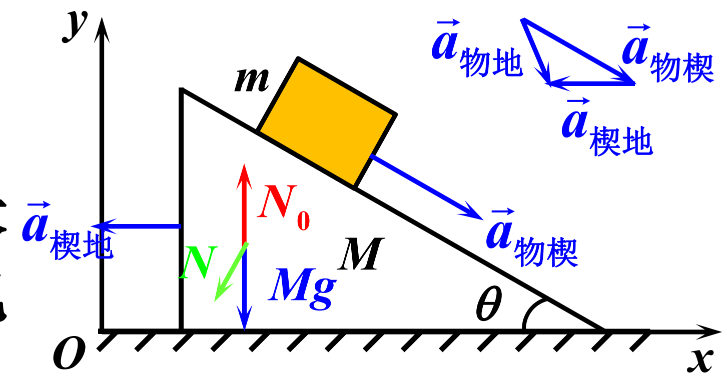
$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = v\frac{\mathrm{d}v}{R\mathrm{d}\theta} \qquad \int_0^\theta Rg\cos\theta\mathrm{d}\theta = \int_0^v v\mathrm{d}v$$

$$Rg\sin\theta = \frac{1}{2}v^2 \qquad v = \sqrt{2Rg\sin\theta}$$

在法向方向上应用牛顿第二定律

$$N - mg\sin\theta = ma_n = m\frac{v^2}{R} = 2mg\sin\theta \qquad N = 3mg\sin\theta$$

例2-6 如图，光滑的水平面上有一质量M的楔块，楔块底角θ，在楔块光滑的斜面上放一质量m的物块，求：物块沿斜面下滑时，相对楔块和相对地面的加速度。



解： 取地面参考系和楔块参考系，采用直角坐标系，楔块在地面参考系的加速度为$a_{楔地}$，物块在楔块参考系的加速度为$a_{物楔}$，物块在地面参考系为$a_{物地}$，则有：

$$\vec{a}_{物地}=\vec{a}_{物楔}+\vec{a}_{楔地}=(a_{物楔}\cos\theta-a_{楔地})\vec{i}+(-a_{物楔}\sin\theta)\vec{j}$$

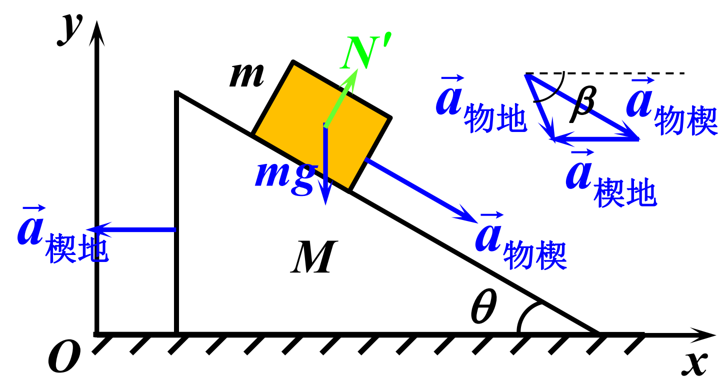
楔块受重力Mg，地面支撑力N_0，物块对斜面的压力N，在地面参考系x方向上对楔块应用牛顿第二定律：

$$N\sin\theta=Ma_{楔地} \qquad (1)$$

$$\vec{a}_{物地} = (a_{物楔}\cos\theta - a_{楔地})\vec{i} + (-a_{物楔}\sin\theta)\vec{j}$$

$$N\sin\theta = Ma_{楔地} \quad (1)$$

物块受重力mg，斜面支撑力N'，在地面参考系x方向和y方向上对物块应用牛顿第二定律：



$$N'\sin\theta = m(a_{物楔}\cos\theta - a_{楔地}) \quad (2)$$

$$N'\cos\theta - mg = m(-a_{物楔}\sin\theta) \quad (3)$$

N'和N是作用力与反作用力 $N' = N \quad (4)$

(1)、(2)、(3)、(4)联立解出：

$$a_{物楔} = \frac{(M+m)\sin\theta}{M + m\sin^2\theta}g \qquad a_{楔地} = \frac{m\sin\theta\cos\theta}{M + m\sin^2\theta}g$$

$$a_{物地} = \sqrt{a_{物地x}^2 + a_{物地y}^2} = \frac{\sin\theta\sqrt{M^2 + m(2M+m)\sin^2\theta}}{M + m\sin^2\theta}g$$

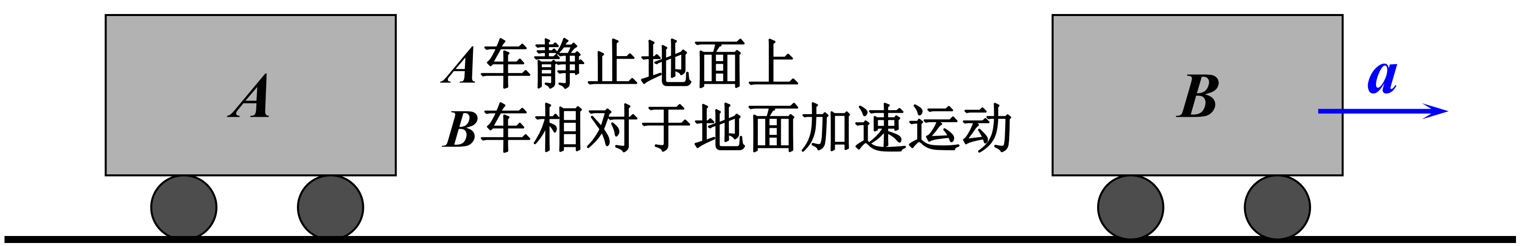
$$\tan\beta = \left|\frac{a_{物地y}}{a_{物地x}}\right| = (1 + \frac{m}{M})\tan\theta$$

2.2 惯性系 非惯性系与惯性力

一、 惯性系与非惯性系

牛顿定律是描述作用在物体上的力与物体运动状态变化间的关系

运动状态的描述是相对的，与参考系选择有关；经典物理认为，力与参考系无关



在地面参考系研究*A*车的运动，牛顿定律成立；在加速运动的车*B*参考系研究*A*车的运动，牛顿定律就不成立

牛顿定律成立的参考系称为惯性参考系(简称惯性系)

牛顿定律不成立的参考系称为非惯性参考系

绝对的惯性参考系是不存在的，在一定的时空限内，在一定的测量精度内，在某参考系中牛顿定律成立，就可以把此参考系看成惯性参考系。

相对一个惯性系做匀速直线运动的参考系都是惯性系

常用的近似惯性系：

地面参考系，地面的向心加速度 $\sim 3.4\times10^{-2}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

地心系，地球绕日公转的向心加速度 $\sim 5.9\times10^{-3}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

日心系，其绕银河系中心的向心加速度 $\sim 3.0\times10^{-10}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

二、 惯性力

1、加速平动参考系

S系为惯性系，S'系相对S系加速平动，加速度a_i，为非惯性系，一质点在S系中加速度为a，在S'系中加速度为a'，则S和S'间的加速度变换关系：

$$\vec{a}=\vec{a}'+\vec{a}_i$$

力与参考系无关，质点在S中受力F，在S'中受力也是F

在S中牛顿定律成立： $\vec{F}=m\vec{a}$

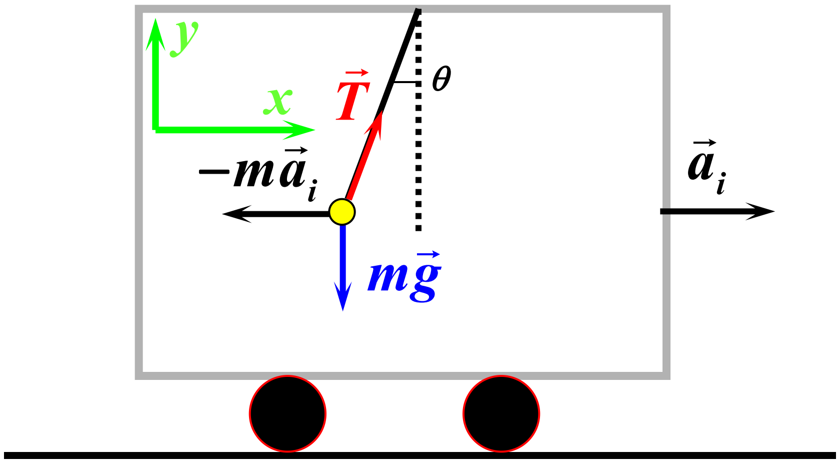
在S'中牛顿定律不成立：$\vec{F}=m\vec{a} \ =m(\vec{a}'+\vec{a}_i)\neq m\vec{a}'$

在S'中为使牛顿定律形式上成立引入惯性力： $\boxed{\vec{F}_i=-m\vec{a}_i}$

牛顿定律在S'中形式上成立： $\boxed{\vec{F}+\vec{F}_i=m\vec{a}'}$

惯性力可推广到非平动的非惯性系，如转动参考系

例2-7 如图，一匀加速运动(加速度a_i)的车厢内，观察单摆(摆长l，质量m)，**求：** 单摆线与铅直线间夹角θ及绳对小球的拉力T



解： 在车箱参考系中，小球静止，采用直角坐标系，考虑惯性力，应用牛顿第二定律

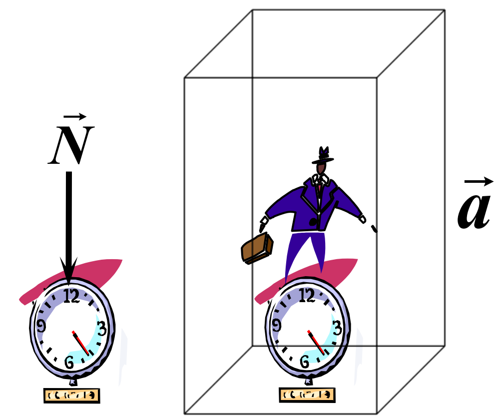
$$T\sin\theta - ma_i = 0 \qquad \cdots x方向$$

$$T\cos\theta - mg = 0 \qquad \cdots y方向$$

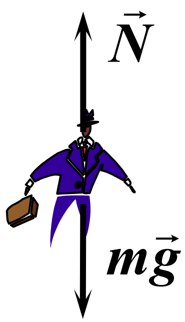
$$\theta = \arctan\frac{a_i}{g} \qquad T = m\sqrt{a_i^2 + g^2}$$

例2-8 如图，质量 m=60kg的人在电梯内，(1) a=0；(2) a=0.5m·s^{-2}上升；(3) a=0.5m·s^{-2}下降，分别求：台秤的读数。(g=9.8m·s^{-2})

解： 台秤的读数是人对其的压力N，台秤对人的支持力是人对其压力的反作用力，也是N；在电梯参考系中，人静止

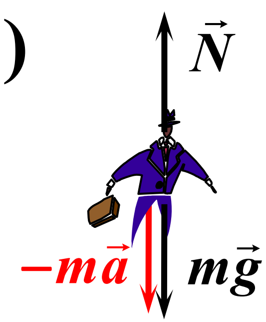


(1)



$$N = mg$$
$$= 588(\mathrm{N})$$

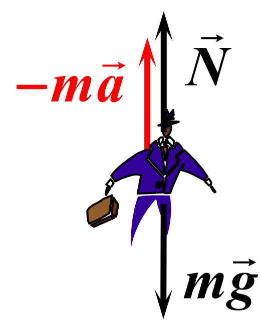
(2)



$$N = mg + ma$$
$$= 618(\mathrm{N})$$

超重状态

(3)



$$N = mg - ma$$
$$= 558(\mathrm{N})$$

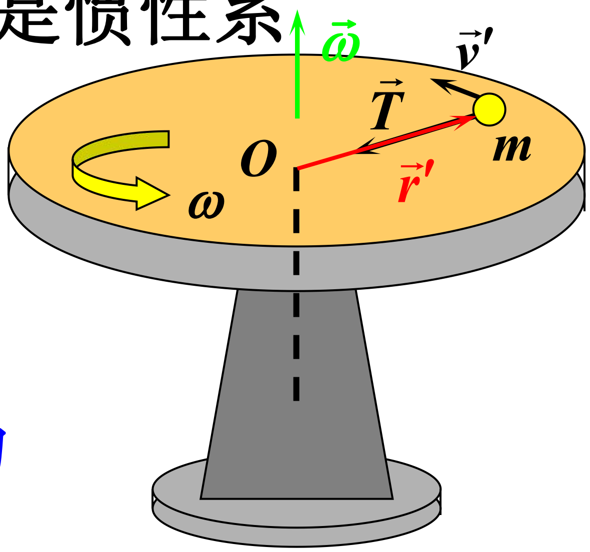
失重状态

2、匀速转动参考系

$$\vec{a}(t)=\vec{a}'+\vec{\alpha}\times\vec{r}'+\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}')+2\vec{\omega}\times\vec{v}'+\vec{a}_0(t)\qquad \vec{a}_0(t)=\frac{\mathrm{d}\vec{u}(t)}{\mathrm{d}t}$$

相对于惯性参考系转动的参考系也不是惯性系

如图，小球在匀速转动参考系静止，



小球在地面参考系(惯性系)绕O转动，无摩擦力下，小球水平方向只受指向O的拉力T的作用，这个拉力是向心力

小球在匀速转动的圆盘这个参考系(非惯性系)，除拉力外，还受到沿径向背离中心的惯性力：惯性离心力，其与拉力大小相等方向相反，使小球静止。

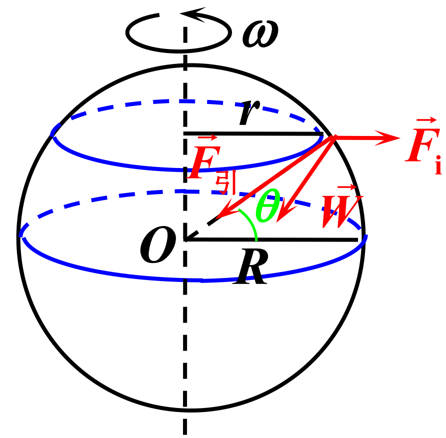
$$\vec{F}_i=-m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}')=m\omega^2\vec{r}'$$

若小球在匀速转动参考系中运动，除受到惯性离心力，还受到科里奥利力：

$$\vec{F}_C=-2m\vec{\omega}\times\vec{v}'$$

惯性力，惯性离心力的施力者，目前还无定论

例2-9 分析地球表面上的物体受到的重力与地球纬度间的关系(R=6370km，g_0=9.80m·s^{-2})



分析：地球表面上的物体所受的重力是万有引力和惯性离心力的合力

$$\vec{W} = \vec{F}_引 + \vec{F}_i$$

重量(重力大小)：

$$W = \sqrt{F_引^2 + F_i^2 - 2F_引 \cdot F_i \cos\theta}$$

$$= F_引\left(1 + \frac{F_i^2}{F_引^2} - 2\frac{F_i}{F_引}\cos\theta\right)^{1/2}$$

$$= mg_0\left(1 - \frac{1}{289}\cos^2\theta\right)$$

$$F_引 = G\frac{mM_地}{R^2} = mg_0$$

$$F_i = m\omega^2 r = m\omega^2 R\cos\theta$$

$$\omega = \frac{2\pi}{24\cdot 60\cdot 60} = 7.27\times 10^{-5}\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$$

$$\frac{F_i}{F_引} = \frac{\omega^2 R\cos\theta}{g_0} \approx \frac{1}{289}\cos\theta \ll 1$$

两极$\theta = \pm 90°$，重量最大；赤道$\theta = 0°$，重量最小。

例2-10 估算地球转速增大到目前转速的多少倍时赤道处的物体会飞离地球？（R=6370km，g_0=9.80m·s^{-2})

分析： 赤道处的物体飞离地球，要求该物体受到的惯性离心力大于该物体受到的地球引力

$$F_i = m\omega^2 R > F_{引} = mg_0$$

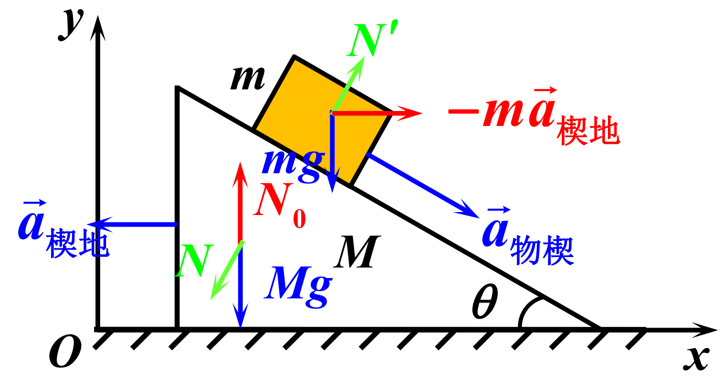
$$\omega > \sqrt{\frac{g_0}{R}} = 1.24\times10^{-3}\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$$

现在地球自转角转速度

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{24\cdot 60\cdot 60} = 7.27\times10^{-5}\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$$

$$\frac{\omega}{\omega_0} \geq 17$$

例2-11 如图，光滑的水平面上有一质量M的楔块，楔块底角θ，在楔块光滑的斜面上放一质量m的物块，求：物块沿斜面下滑时，相对楔块的加速度和楔块相对于地面的加速度。



解：地面参考系，采用直角坐标系，楔块受重力Mg，地面支撑力N_0，物块对斜面的压力N，在x方向上对楔块应用牛顿第二定律：

$$N\sin\theta = Ma_{楔地} \qquad (1)$$

楔块参考系，物块受重力mg，斜面支撑力N'，惯性力$-ma_{楔地}$，在x方向和y方向上对物块应用牛顿第二定律：

$$N'\sin\theta + ma_{楔地} = ma_{物楔}\cos\theta \qquad (2)$$

$$N'\cos\theta - mg = -ma_{物楔}\sin\theta \qquad (3)$$

$$N\sin\theta = Ma_{楔地} \quad (1)$$

$$N'\sin\theta + ma_{楔地} = ma_{物楔}\cos\theta \quad (2)$$

$$N'\cos\theta - mg = -ma_{物楔}\sin\theta \quad (3)$$

N'和N是作用力与反作用力

$$N' = N \quad (4)$$

(1)、(2)、(3)、(4)联立解出：

$$a_{物楔} = \frac{(M+m)\sin\theta}{M+m\sin^2\theta}g \quad a_{楔地} = \frac{m\sin\theta\cos\theta}{M+m\sin^2\theta}g$$