

Uitgewerkte Oefeningen

april 2020

Dit document bevat oplossingen van oefeningen op materie. Sommige oefeningen zijn gelijk of gelijkaardig aan de oefeningen van tijdens de les of de toets. Bij de opmerkingen staat uitleg over veel voorkomende fouten op de toets. Bij de toetsen moet je steeds werken met *Gegeven* (het best met een illustratie), *Gevraagd* en *Oplossing*. Gebruik overal de juiste eenheden. Als je weet wat de eenheid is van het gevraagde heb je al de helft van de oplossing. Schrijf steeds de formules, herwerk die formules en vul pas als laatste stap alle gegevens in. Zo vermijd je veel rekenwerk, overschrijffouten en afrondingsfouten. Opgelet, dit kersvers document is niet vrij van typfouten!

Contents

1	Volume	2
1.1	Volume bol	2
2	Thermische uitzetting	3
2.1	Stoombuis	3
2.2	Spoorwegstaaf	4
2.3	Gaspijplijn	5
2.4	Petroleumtank	6
3	Massadichtheid	7
3.1	Tank olijfolie	7
3.2	Blokje mahoniehout	7
3.3	Koperen Blokje	8
3.4	Cilindrisch maatglas	9

1 Volume

1.1 Volume bol

Wat is het volume van een bol met een diameter van 3,00 meter. Geef het antwoord in liter en in wetenschappelijke schrijfwijze.

Geg

diameter = $d = 3,00 \text{ m}$

Gev

Volume in liter?

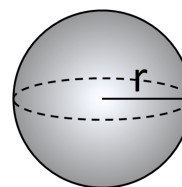
Opl

De formule voor de inhoud van een bol is $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

De r in de formule is de straal, niet de diameter!

$$r = d/2 = 1,50 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3}\pi r^3 \\ &= \frac{4}{3}\pi (1,50 \text{ m})^3 \\ &= 14,137 \text{ m}^3 \end{aligned}$$



De eenheid is nu m^3 en moeten we omzetten naar liter. Een liter is een kubieke dm. $l = \text{dm}^3$.

$$14,137 \text{ m}^3 = 14,137 (10 \text{ dm})^3 = 14,137 \cdot 10^3 \text{ dm}^3 = 14,137 \cdot 10^3 \text{ l}$$

Het resultaat staat nu in liter, maar nog niet in wetenschappelijke notatie.

Bij een wetenschappelijke notatie mag er slechts 1 getal voor de komma staan.

$$14,137 \cdot 10^3 \text{ l} = 1,4137 \cdot 10^4 \text{ l}$$

Het aantal beduidende cijfers klopt nu nog niet; het antwoord is veel nauwkeuriger dan de meetwaarde. We kregen de diameter met 3 beduidende cijfers, het resultaat mag ook slechts drie beduidende cijfers hebben. Aangezien het vierde cijfer 3 is, lager dan 5, ronden we af naar beneden:

$$1,4137 \cdot 10^4 \text{ l} \mapsto 1,41 \cdot 10^4 \text{ l}$$

Antw

Het volume van de bol is $1,41 \cdot 10^4 \text{ l}$

2 Thermische uitzetting

2.1 Stoombuis

In stoombuizen van hoogovens worden bochten voorzien die uitzetting mogelijk maken. Bereken de uitzetting van een stalen buis met lengte 150 m als de temperatuur van 15°C oploopt tot 100°C.

Geg

beginlengte = $l_1 = 150 \text{ m}$

begintemperatuur = $\theta_1 = 15 \text{ }^\circ\text{C}$

eindtemperatuur = $\theta_2 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$

lineaire uitzettingscoëfficiënt $\lambda = 12,2 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$

Gev

Uitzetting, Δl ?

Opl

De temperatuur stijgt van 15 °C naar 100 °C. Dat is een stijging, $\Delta\theta$, van 85 °C.

Door de warmte zet de buis Δl uit. $\Delta l = \lambda \cdot l_1 \cdot \Delta\theta$

$$\begin{aligned}\Delta l &= \lambda \cdot l_1 \cdot \Delta\theta \\ &= 12,2 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 150 \text{ m} \cdot 85 \text{ }^\circ\text{C} \\ &= 0,15555 \text{ m}\end{aligned}$$

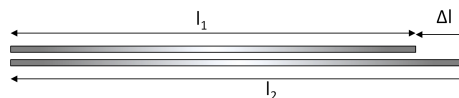
In de opgave heeft de temperatuur 2 beduidende cijfers (85 °C) dus moeten we afronden tot twee beduidende cijfers. De buis zet 16 cm uit.

2.2 Spoorwegstaaf

Een stalen spoorstaaf zet 0,50 m uit als de temperatuur ervan stijgt van $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ tot $30\text{ }^{\circ}\text{C}$. Hoe lang is de staaf?

Geg

uitzetting = $\Delta l = 0,50\text{ m}$
begintemperatuur = $\theta_1 = -10\text{ }^{\circ}\text{C}$
eindtemperatuur = $\theta_2 = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$
lineaire uitzettingscoëfficiënt ijzer $\lambda = 12,2 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$



Gev

Lengte, l_1 ?

Opl

De temperatuur stijgt van $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ naar $30\text{ }^{\circ}\text{C}$. Dat is een stijging, $\Delta\theta$, van $40\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Door de warmte zet de staaf Δl uit. $\Delta l = \lambda \cdot l_1 \cdot \Delta\theta$

Formule omvormen en invullen

$$\begin{aligned}\Delta l &= \lambda \cdot l_1 \cdot \Delta\theta \\ \frac{\Delta l}{\lambda \cdot \Delta\theta} &= l_1 \\ l_1 &= \frac{\Delta l}{\lambda \cdot \Delta\theta} \\ &= \frac{0,50\text{ m}}{12,2 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}} \cdot 40\text{ }^{\circ}\text{C}} \\ &= 1024,59\text{ m}\end{aligned}$$

De gegevens hebben 2 beduidende cijfers, het eindresultaat mag ook slechts twee beduidende cijfers hebben.

Antw

De spoorwegstaaf is 1,0 km

2.3 Gaspijplijn

Putin laat een nieuwe Trans-Siberische gaspijplijn aanleggen van Moskou naar Vladivostok ($9230,000\text{km}$) in polypropyleen (een stof met een lineaire uitzettingscoëfficiënt van $150,0 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$). Het is zomer, $50,0^\circ\text{C}$. Hoelang is de pijp op een koude winterdag bij $-30,0^\circ\text{C}$? Bereken tot op een meter nauwkeurig.

Geg

$$l_2 = 9230,000\text{km}$$

$$\lambda = 150,0 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \theta_1 = -30^\circ\text{C} \\ \theta_2 = 50^\circ\text{C} \end{array} \right\} \Delta\theta = 80^\circ\text{C}$$

Gevr

l_1 ? (Lengte bij -30°C)

Opl

l_2 is de uitgezette lengte in de zomer.

l_1 is de korte lengte in de winter.

$$\begin{aligned} l_2 &= l_1 + \Delta l \\ &= l_1 + \lambda \cdot l_1 \cdot \Delta\theta \\ &= l_1(1 + \lambda \cdot \Delta\theta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow l_1 &= \frac{l_2}{1 + \lambda \cdot \Delta\theta} \\ &= \frac{9230,000\text{km}}{1 + 150,0 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 80^\circ\text{C}} \\ &= 9120,553\text{km} \end{aligned}$$

De gaspijplijn is in de winter 9120,553 km lang.

Opmerkingen

In deze oefening hielden we geen rekening met beduidende cijfers: de opgave vroeg een nauwkeurigheid tot op de meter.

Wat als we de uitzettingscoëfficiënt (foutief) gebruiken op de langste lengte?

$$\begin{aligned} l_1 &= l_2 - \Delta l \\ &= l_2 - \lambda \cdot l_2 \cdot \Delta\theta = l_2(1 - \lambda \cdot \Delta\theta) \\ &= 9230,000\text{km}(1 - 150,0 \cdot 10^{-6} \text{C}^{-1} \cdot 80^\circ\text{C}) = 9119,24\text{km} \end{aligned}$$

Het antwoord komt in de buurt maar is niet juist. Bemerkt dat bijvoorbeeld 20% van 100 kleiner is dan 20% van 120. Vandaar.



2.4 Petroleumtank

(Interactie 3.2 p. 180 oef 16)

Een stalen tank heeft bij -10°C een inhoud van 3150 liter. Hoeveel liter petroleum mag men bij -10°C in die tank brengen, opdat ze bij 30°C juist zou gevuld zijn?

Geg

$$V_{1_staal} = 3150l$$

$$\alpha_{petroleum} = 96 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

$$\lambda_{staal} = 12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}} \Rightarrow \alpha_{staal} = 36 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \theta_1 = -10^\circ\text{C} \\ \theta_2 = 30^\circ\text{C} \end{array} \right\} \Delta\theta = 40^\circ\text{C}$$

Gevr

$$V_{1_petr}?$$

Opl

Bij 30°C is het stalen vat even groot als het volume aan petroleum.

$$V_{2_petr} = V_{2_staal}$$

$$V_{2_petr} = V_{1_petr} + \Delta V_{petr}$$

$$V_{2_staal} = V_{1_staal} + \Delta V_{staal}$$



$$\begin{aligned} V_{1_petr} + \Delta V_{petr} &= V_{1_staal} + \Delta V_{staal} \\ V_{1_petr} + \alpha_{petr} V_{1_petr} \Delta\theta &= V_{1_staal} + \alpha_{staal} V_{1_staal} \Delta\theta \\ V_{1_petr} (1 + \alpha_{petr} \Delta\theta) &= V_{1_staal} (1 + \alpha_{staal} \Delta\theta) \\ V_{1_petr} &= V_{1_staal} \frac{(1 + \alpha_{staal} \Delta\theta)}{(1 + \alpha_{petr} \Delta\theta)} \\ &= 3150l \frac{(1 + 36 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 40^\circ\text{C})}{(1 + 96 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 40^\circ\text{C})} \\ &= 3038l \end{aligned}$$

(afroonden op drie beduidende cijfers)

Er moet $3,04 \cdot 10^3$ liter in de tank.

Opmerkingen

Petroleum zet sneller uit dan staal. Vanaf een bepaalde temperatuur zal de tank overlopen.

3 Massadichtheid

3.1 Tank olijfolie

(cursus p. 47 oef 26)

Een tank bevat $21,7 \cdot 10^3 \text{ kg}$ olijfolie. Bereken het volume van die tank.

Geg

$$m = 21,7 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

$$\rho = 0,920 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Gevr : V ?

Opl

$$\begin{aligned} m = \rho \cdot V &\Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \\ &= \frac{21,7 \cdot 10^3 \text{ kg}}{0,920 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \\ &= 23,6 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

3.2 Blokje mahoniehout

(cursus p. 48 oef 33)

Een mahoniehouten balk heeft als afmetingen: lengte 4,00 m, breedte 0,25 m en dikte 0,10 m. De massa van de balk is 85,4 kg. Bereken hieruit de massadichtheid van mahoniehout.

Geg: $l = 4,00 \text{ m}$, $b = 0,25 \text{ m}$, $d = 0,10 \text{ m}$, $m = 85,4 \text{ kg}$

Gevr: ρ ?

Opl:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{l \cdot b \cdot d} = \frac{85,4 \text{ kg}}{4 \text{ m} \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 0,1 \text{ m}} = 854 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

De gegevens hebben minstens twee beduidende cijfers, dus mag het eindresultaat ook maar twee beduidende cijfers hebben

$$\rho = 85 \cdot 10 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ of met een andere eenheid } \rho = 0,85 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Opm

Het hout is dus lichter dan water.

3.3 Koperen Blokje

(cursus p. 73 oef 5)

Een koperen blokje is 3,5 cm lang en 4,2 cm breed en heeft een massa van 843g.
Wat is de hoogte van het blokje?

Geg

$$b = 4,2 \text{ cm}$$

$$l = 3,5 \text{ cm}$$

$$m = 843 \text{ g}$$

$$\rho_{\text{koper}} = 8,96 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Gevr

$h?$

Opl

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot h \cdot b \cdot l$$

$$\Rightarrow h = \frac{m}{\rho \cdot l \cdot b}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{843 \text{ g}}{8,96 \cdot \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 3,5 \text{ cm} \cdot 4,2 \text{ cm}} \\ &= 6,4 \text{ cm} \end{aligned}$$

3.4 Cilindrisch maatglas

(cursus p. 73 oef 6)

Een cilindrisch maatglas heeft een diameter van 6,0 cm. Het wordt met 0,55 kg kwik gevuld. Hoe hoog staat deze vloeistof in het maatglas??

Geg

$$d = 6,0 \text{ cm} \Rightarrow r = 3,0 \text{ cm}$$

$$m = 0,55 \text{ kg} = 550 \text{ g}$$

$$\rho_{\text{kwik}} = 13,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Gevr

$h?$

Opl

$$\begin{aligned} m &= \rho \cdot V = \rho \cdot h \cdot \pi \cdot r^2 \\ \Rightarrow h &= \frac{m}{\rho \cdot \pi \cdot r^2} \\ &= \frac{550 \text{ g}}{13,5 \cdot \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \pi \cdot (3 \text{ cm})^2} \\ &= 1,44 \text{ cm} \end{aligned}$$

Het water komt 1,4 cm hoog te staan.