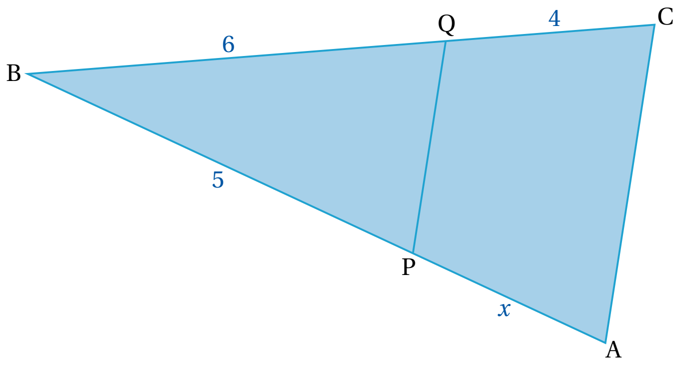
Vaardigheden | Kies een oplossingsmethode

Sommige oefeningen kun je op verschillende manieren oplossen.
Zo kun je het volgende probleem oplossen door de stelling van Thales toe te passen of door gebruik te maken van gelijkvormigheden.

Probleemstelling:

bepaal de aangeduide lengte x als je weet dat PQ // AC.



Oplossing met de stelling van Thales:

$$\begin{aligned} PQ &\ /\!/\ AC \\ &\Downarrow \\ \frac{|BQ|}{|QC|} &= \frac{|BP|}{|PA|} \\ &\Downarrow \\ \frac{6}{4} &= \frac{5}{x} \\ &\Downarrow \\ 6x &= 20 \\ &\Downarrow \\ x &= \frac{10}{3} \end{aligned}$$

Oplossing met gelijkvormigheden:

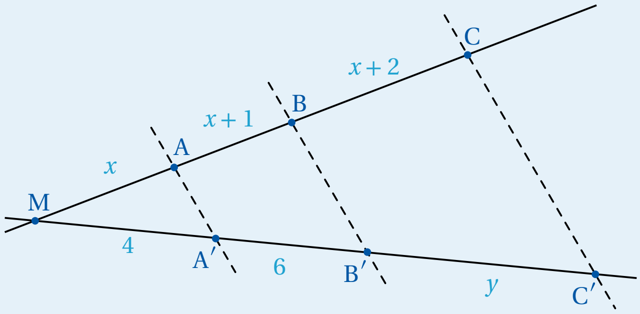
In ΔBPQ en ΔBAC geldt:

$$\left.\begin{array}{ll} \widehat{B} = \widehat{B} & \text{gemeenschappelijke hoek} \\ \widehat{P} = \widehat{A} & \text{overeenkomstige hoeken} \\ & \text{bij PQ // AC en snijlijn AB} \end{array}\right\} \overset{HH}{\Longrightarrow} \Delta BPQ \sim \Delta BAC$$

$$\begin{aligned} &\Downarrow \\ \frac{|BP|}{|BA|} &= \frac{|BQ|}{|BC|} \\ &\Downarrow \\ \frac{5}{5+x} &= \frac{6}{10} \\ &\Downarrow \\ 5\cdot 10 &= 6\cdot(5+x) \\ &\Downarrow \\ 50 &= 30+6x \\ &\Downarrow \\ 6x &= 20 \\ &\Downarrow \\ x &= \frac{10}{3} \end{aligned}$$

Oefeningen

1 Bereken x en y met de stelling van Thales en met gelijkvormige driehoeken.

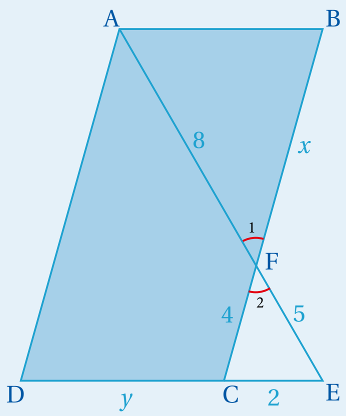


$$\begin{aligned} \frac{x}{x+1} &= \frac{4}{6} \\ \iff 6x &= 4x+4 \\ \iff 2x &= 4 \\ \iff x &= 2 \end{aligned}$$

$\Delta MBB' \sim \Delta MCC'$ want $\begin{cases} \widehat{M} = \widehat{M} \\ \widehat{B'} = \widehat{C'} \text{ (overeenkomstige hoeken met } BB' /\!/ CC' \text{ en snijlijn } B'C') \end{cases}$

$$\begin{aligned} \iff \frac{|MB|}{|MC|} &= \frac{|MB'|}{|MC'|} \\ \iff \frac{5}{9} &= \frac{10}{y+10} \\ \iff 5y+50 &= 90 \\ \iff y &= \frac{40}{5} = 8 \end{aligned}$$

2 Bereken x en y met de stelling van Thales en met gelijkvormige driehoeken.



$$\begin{aligned} \frac{|EC|}{|CD|} &= \frac{|EF|}{|FA|} \\ \frac{2}{y} &= \frac{5}{8} \\ y &= \frac{2 \cdot 8}{5} = \frac{16}{5} = 3{,}2 \end{aligned}$$

$\Delta ABF \sim \Delta ECF$ want $\begin{cases} \widehat{F_1} = \widehat{F_2} \text{ (overstaande hoeken)} \\ \widehat{B} = \widehat{C} \text{ (verwisselende binnenhoek met } AB /\!/ DE \text{ en snijlijn BC)} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \iff \frac{|FB|}{|FC|} &= \frac{|FA|}{|FE|} \\ \iff \frac{x}{4} &= \frac{8}{5} \\ \iff x &= \frac{32}{5} = 6{,}4 \end{aligned}$$

1 De stelling van Thales, gelijkvormigheden en homothetieën

Naam	Totaal	Punten

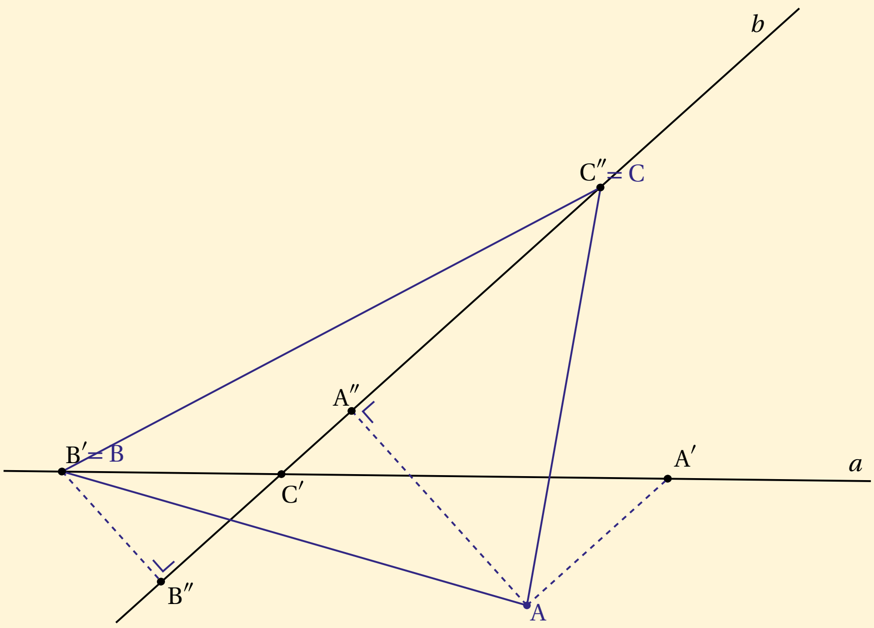
Klas	Nummer	Datum	Orde / Stiptheid	Correctheid

1 ...... / 2

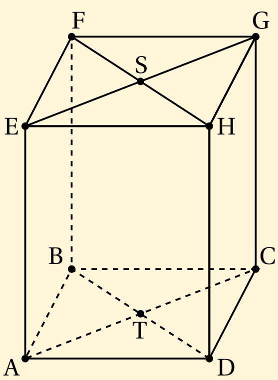
Gegeven: $p_1 = p_a^b$ $\quad p_2 = p_b^{\perp}$

$A' = p_1(A)$ $\quad A'' = p_2(A)$
$B' = p_1(B)$ $\quad B'' = p_2(B)$
$C' = p_1(C)$ $\quad C'' = p_2(C)$

Gevraagd: construeer driehoek ABC.



2 ...... / 4



Gegeven: balk $\binom{EFGH}{ABCD}$

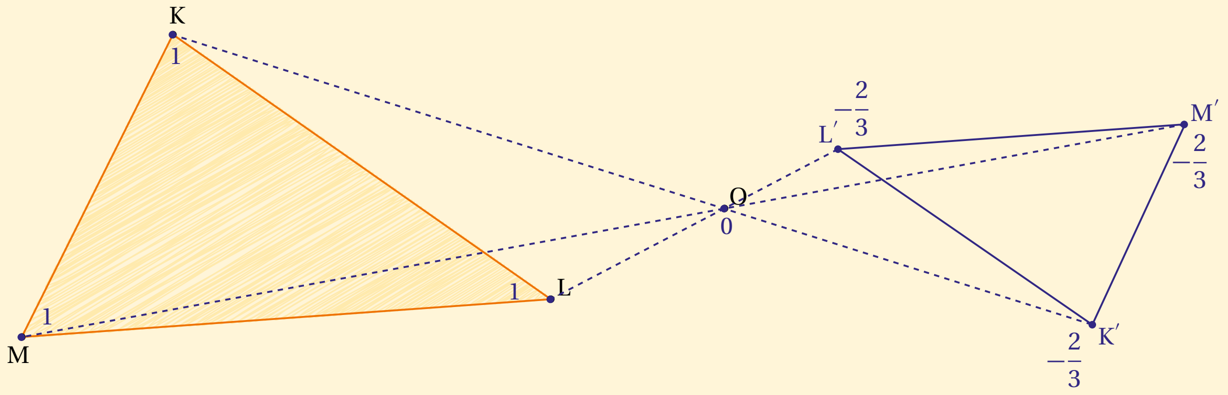
Vul aan: $p^{\perp}_{vl(ABC)}(H) =$ D

$p^{BT}_{FG}(F) =$ F

$p^{\perp}_{vl(ABC)}(\Delta ESH) = \Delta ATD$

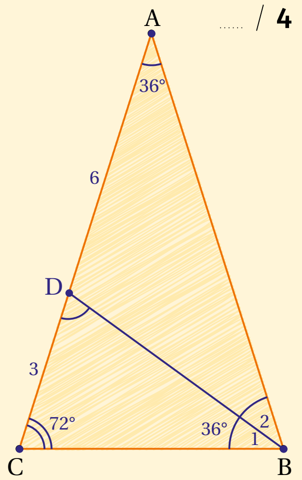
$p^{\perp}_{vl(DCG)}($ [AF] $) = [DG]$

3 Bepaal het beeld van de driehoek KLM door $h\left(O,-\frac{2}{3}\right)$. ...... / **2**



4 ΔABC is gelijkbenig met $\hat{A} = 36°$. ...... / **4**
De bissectrice van $\hat{B}$ snijdt [AC] in D zodat $|AD| = 6$ en $|DC| = 3$.

a Toon aan dat $\Delta ABC \sim \Delta BCD$.



$$\hat{B} = \frac{180-36}{2} = 72°$$
$$\hat{B}_1 = 36°$$

$$\left.\begin{array}{l}\hat{A} = \hat{B}_1 = 36° \\ \hat{C} = \hat{C}\end{array}\right\} \overset{(HH)}{\Rightarrow} \Delta ABC \sim \Delta BCD$$

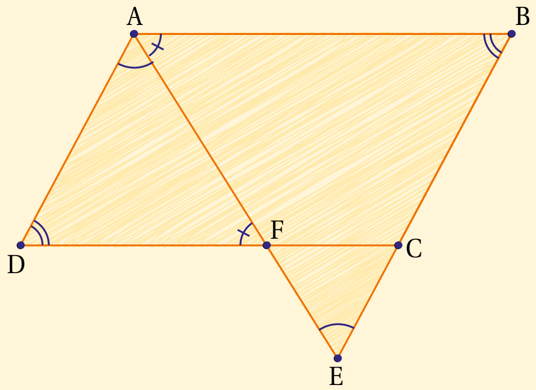
b Bereken $|BC|$.

$$\Delta ABC \sim \Delta BCD$$
$$\Rightarrow \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|AC|}{|BD|} = \frac{|BC|}{|DC|}$$
$$\Rightarrow \frac{9}{|BC|} = \frac{9}{|BD|} = \frac{|BC|}{3}$$
$$\Rightarrow |BC|^2 = 9 \cdot 3$$
$$\Rightarrow |BC| = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

5 Op het scherm van de computer staat een foto met breedte 5,0 cm en hoogte 8,2 cm. ...... / **2**
Als we met de computer uitzoomen naar 85%, wat worden dan de nieuwe breedte en oppervlakte?

$$b' = 5{,}0\text{ cm} \cdot 0{,}85 = 4{,}25\text{ cm}$$
$$h' = 8{,}2\text{ cm} \cdot 0{,}85 = 6{,}97\text{ cm}$$
$$A = 4{,}25\text{ cm} \cdot 6{,}97\text{ cm} = 29{,}6225\text{ cm}^2$$

6 Door het hoekpunt A van een parallellogram ABCD trek je een willekeurige rechte die de zijlijnen BC en CD in de punten E en F snijdt. Bewijs dat $|BE| \cdot |DF| = |AB| \cdot |AD|$ ...... / **3**



$\Delta AFD \sim \Delta EBA$ want

$$\begin{cases} \widehat{A}_2 = \widehat{E} & \text{(verwisselende binnenhoeken met AD // BE en snijlijn AE)} \\ \widehat{B} = \widehat{D} & \text{(overstaande hoeken in een parallellogram)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{|AD|}{|BE|} = \frac{|DF|}{|AB|} = \frac{|AF|}{|AE|}$$

$$\Rightarrow |AD| \cdot |AB| = |DF| \cdot |BE|$$

7 In driehoek ABC is PQ // BC en P ∈ [AB], Q ∈ [AC]. ...... / **3**
Bereken $|PQ|$ en $|BC|$ als $|AP| = 6$, $|BP| = 3$ en $|PQ| + |BC| = 15$.

$\Delta APQ \sim \Delta ABC$ want

$$\begin{cases} \widehat{A} = \widehat{A} & \\ \widehat{Q} = \widehat{C} & \text{(overeenkomstige hoeken met PQ//BC en snijlijn AC)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{|AP|}{|AB|} = \frac{|QP|}{|BC|}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{9} = \frac{|QP|}{15 - |QP|}$$

$$\Rightarrow 9|QP| = 6(15 - |QP|)$$

$$\Rightarrow 9|QP| = 90 - 6|QP|$$

$$\Rightarrow 15|QP| = 90$$

$$\Rightarrow |QP| = 6$$