

9 Oefeningen

1 Bereken.

a $4 \cdot (-1) \cdot 2^2 - (-3)^2$

$$\begin{aligned} &= 4 \cdot (-1) \cdot 4 - 9 \\ &= -16 - 9 \\ &= -25 \end{aligned}$$

f $\left(6 - \frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{7} - 1\right)$

$$\begin{aligned} &= \frac{14}{3} \cdot \frac{-5}{7} \\ &= -\frac{10}{3} \end{aligned}$$

b $(-2-1)^2 \cdot \frac{1}{3}$

$$\begin{aligned} &= (-3)^2 \cdot \frac{1}{3} \\ &= 9 \cdot \frac{1}{3} \\ &= 3 \end{aligned}$$

g $(1,18 - 2,7) : (-0,2)$

$$\begin{aligned} &= -1,52 : (-0,2) \\ &= -1,52 : \frac{-2}{10} \\ &= -1,52 \cdot (-5) \\ &= 7,6 \end{aligned}$$

c $(-2) \cdot 7 - 2 \cdot (-5)$

$$\begin{aligned} &= -14 + 10 \\ &= -4 \end{aligned}$$

h $(-3)^3 - (-2)^4 - (2-5)^3$

$$\begin{aligned} &= -27 - 16 - (-27) \\ &= -16 \end{aligned}$$

d $\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right)$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3} - \left(\frac{3}{6} + \frac{1}{6}\right) \\ &= \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \\ &= -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

i $-\frac{3}{5} : \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \cdot 3$

$$\begin{aligned} &= -\frac{3}{5} \cdot 3 - \frac{3}{4} \\ &= -\frac{36}{20} - \frac{15}{20} \\ &= -\frac{51}{20} \end{aligned}$$

e $(4+1)^3 - (-1)^6 - (-2)^3$

$$\begin{aligned} &= 125 - 1 + 8 \\ &= 132 \end{aligned}$$

j $\frac{2}{7} : \frac{4}{5} - \frac{3}{14} \cdot \frac{3}{2}$

$$\begin{aligned} &= \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{4} - \frac{9}{28} \\ &= \frac{10}{28} - \frac{9}{28} \\ &= \frac{1}{28} \end{aligned}$$

2 Bereken.

a $\left(-3 - \frac{1}{2}\right)^2 - 3 + 2 \cdot 2^{-2}$

$$\begin{aligned} &= \left(-\frac{6}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 - 3 + 2 \cdot \frac{1}{2^2} \\ &= \left(-\frac{7}{2}\right)^2 - 3 + 2 \cdot \frac{1}{4} \\ &= \frac{49}{4} - 3 + \frac{2}{4} \\ &= \frac{49}{4} - \frac{12}{4} + \frac{2}{4} \\ &= \frac{39}{4} \end{aligned}$$

d $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot (-12) \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)^2 \cdot (-1)^3$

$$\begin{aligned} &= -\frac{1}{8} \cdot (-12) \cdot \left(\frac{16}{9}\right) \cdot (-1) \\ &= -\frac{12 \cdot 16}{8 \cdot 9} \\ &= -\frac{8}{3} \end{aligned}$$

b $-3^2 - 2^5 - (-2)^5 - (-2) \cdot (-3)^2$

$$\begin{aligned} &= -9 - 32 - (-32) - (-2) \cdot 9 \\ &= -9 - 32 + 32 + 18 \\ &= 9 \end{aligned}$$

e $(6^2 + 7 \cdot \sqrt{4}) : 5^2 - 2^2 : \sqrt{16}$

$$\begin{aligned} &= (36 + 7 \cdot 2) : 25 - 4 : 4 \\ &= (36 + 14) : 25 - 1 \\ &= 50 : 25 - 1 \\ &= 2 - 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

c $\frac{(-1)^2 - (-2)^2 - (-3)^2}{13 - 3^2 + (-4)^3}$

$$\begin{aligned} &= \frac{1 - 4 - 9}{13 - 9 - 64} \\ &= \frac{-12}{-60} \\ &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

f $\left(2 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 3\right) + \frac{1}{2} \cdot \left[3 - \left(\frac{5}{2} - 2\right)\right]$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{8}{4} - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{9}{3}\right) + \frac{1}{2} \cdot \left[3 - \left(\frac{5}{2} - \frac{4}{2}\right)\right] \\ &= \frac{7}{4} \cdot \left(-\frac{8}{3}\right) + \frac{1}{2} \cdot \left[3 - \frac{1}{2}\right] \\ &= -\frac{7 \cdot 8}{4 \cdot 3} + \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{6}{2} - \frac{1}{2}\right] \\ &= -\frac{14}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} = -\frac{14}{3} + \frac{5}{4} \\ &= -\frac{56}{12} + \frac{15}{12} = -\frac{41}{12} \end{aligned}$$

3 Zijn volgende uitspraken waar of vals?

a $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} = \frac{2}{3}$ waar

e $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)^{-1} = 3 - 2$ vals

b $-2^4 = (-2)^4$ vals

f $6 - 2 \cdot 3 = 0$ waar

c $\sqrt{16 - 9} = \sqrt{16} - \sqrt{9}$ vals

g $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{3}} = 2$ vals

d $-(-3)^2 - 2^5 = 3^2 - 2^5$ vals

h $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{4}{9} - \frac{1}{4}$ vals

4 Vul aan met \in of \notin .

a $\frac{12}{3} \in \mathbb{N}$

d $\sqrt{-25} \notin \mathbb{Z}$

b $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \in \mathbb{N}$

e $\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}^+$

c $0 \notin \mathbb{N}_0$

f $-(-3)^4 \in \mathbb{Q}^-$

5 Zet om in symbolen.

a 3 is een natuurlijk getal.

$3 \in \mathbb{N}$

b $\frac{2}{3}$ is geen geheel getal.

$\frac{2}{3} \notin \mathbb{Z}$

c $-\frac{1}{4}$ is een rationaal getal.

$-\frac{1}{4} \in \mathbb{Q}$

d 0,25 is een rationaal getal.

$0,25 \in \mathbb{Q}$

e $\frac{7}{8}$ is een positieve breuk.

$\frac{7}{8} \in \mathbb{Q}^+$

f -1 is een negatief geheel getal.

$-1 \in \mathbb{Z}^-$

g Alle natuurlijke getallen zijn ook gehele getallen.

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

h Natuurlijke veelvouden van 3 die ook een veelvoud zijn van 2, zijn de natuurlijke veelvouden van 6.

$3\mathbb{N} \cap 2\mathbb{N} = 6\mathbb{N}$



6 Vul de tabel in.

		DECIMALE VORM	ZUIVER REPETEREND	GEMENGD REPETEREND	PERIODE	NIET- REPETEREND DEEL
a	$-\frac{2}{3}$	-0,66...	X		6	geen
b	$\frac{4}{9}$	0,44...	X		4	geen
c	$\frac{17}{330}$	0,05151...		X	51	0
d	$\frac{1}{13}$	0,076923076923...	X		076923	geen
e	$-\frac{12}{37}$	-0,324324...	X		324	geen
f	$\frac{12}{90}$	0,133...		X	3	1
g	$-\frac{3}{330}$	-0,00909...		X	09	0
h	$\frac{17}{450}$	0,0377...		X	7	03
i	$-\frac{1}{1010}$	-0,000990099...		X	0099	0
j	$-\frac{3939}{99}$	-39,7878...	X		78	geen
k	$-\frac{6}{11}$	-0,5454...	X		54	geen
l	$\frac{5}{8}$	0,625		X	0	625
m	$\frac{13}{52}$	0,25		X	0	25

*** 7** Herleid naar machten met hetzelfde grondtal en rangschik van klein naar groot.

- a 2^{-3} 4^{-2} $\left(\frac{1}{8}\right)^{-2}$ 32^{-1}
- $2^{-3}; (2^2)^{-2}; (2^{-3})^{-2}; (2^5)^{-1}$ $2^{-5} < 2^{-4} < 2^{-3} < 2^6$
- $2^{-3}; 2^{-4}; 2^6; 2^{-5}$ **ANTWOORD:** $32^{-1} < 4^{-2} < 2^{-3} < \left(\frac{1}{8}\right)^{-2}$
- b 27^{-1} $-(-3)^3$ 9^{-2} $3\sqrt{81}$
- $(3^3)^{-1}; -(-3^3); (3^2)^{-2}; 3 \cdot 9$ $3^{-3}; 3^3; 3^{-4}; 3^3$
- $3^{-3}; 3^3; 3^{-4}; 3 \cdot 3^2$ **ANTWOORD:** $9^{-2} < 27^{-1} < -(-3)^3 = 3\sqrt{81}$
- c 0,125 $0,5^2$ 4^3 $\frac{1}{\sqrt{64}}$
- $\frac{1}{8}; \left(\frac{1}{2}\right)^2; (2^2)^3; \frac{1}{8}$ $2^{-3} = 2^{-3} < 2^{-2} < 2^6$
- $2^{-3}; 2^{-2}; 2^6; 2^{-3}$ **ANTWOORD:** $0,125 = \frac{1}{\sqrt{64}} < 0,5^2 < 4^3$



8 Noteer als een onvereenvoudigbare breuk.

a $0,66 = \frac{33}{50}$ f $5,005 = \frac{1001}{200}$ k $-5,12727... = -\frac{282}{55}$

b $4,22... = \frac{38}{9}$ g $0,3 = \frac{3}{10}$ l $0,121414... = \frac{601}{4950}$

c $12,99 = \frac{1299}{100}$ h $-4,144... = -\frac{373}{90}$ m $3,499... = 3,5 = \frac{7}{2}$

d $8,0505... = \frac{797}{99}$ i $2,055... = \frac{37}{18}$ n $-5,005005... = -\frac{5000}{999}$

e $-12,4 = -\frac{62}{5}$ j $-15,4545... = -\frac{170}{11}$ o $6,99... = 7$

9 Wat is het 500e cijfer na de komma bij de decimale schrijfwijze van $\frac{29}{13}$?

$$\frac{29}{13} = 2, \underline{230769} 230769...$$

De periode bevat 6 cijfers. De periode komt dus in totaal 83 keer $\left(\frac{500}{6} = 83,33...\right)$ volledig voor. Dit zijn 498 cijfers. Het 500ste cijfer na de komma is dus een 3.

10 Vul aan.

a $\text{del } 18 \cap \text{del } 6 = \{1, 2, 3, 6\}$ f $4\mathbb{N} \cap 2\mathbb{N} = 4\mathbb{N}$

b $\text{del } 18 \setminus \text{del } 6 = \{9, 18\}$ g $4\mathbb{N} \setminus 2\mathbb{N} = \emptyset$

c $\text{del } 18 \cup \text{del } 6 = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ h $4\mathbb{N} \cup 2\mathbb{N} = 2\mathbb{N}$

d $\text{del } 6 \setminus \text{del } 18 = \emptyset$ i $\mathbb{Z}^+ \cup \mathbb{Z}^- = \mathbb{Z}$

e $\mathbb{Z}^+ \cap \mathbb{Z}^- = \{0\}$ j $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{Z}_0^+ = \mathbb{Z}^-$

11 Bereken zonder ICT.

a $2,111\dots + 4,222\dots = 6,333\dots$

b $8,333\dots + 2,777\dots = 8 + \frac{3}{9} + 2 + \frac{7}{9} = 10 + \frac{10}{9} = 11 + \frac{1}{9} = 11,111\dots$

c $4,555\dots + 6,666\dots = 4 + \frac{5}{9} + 6 + \frac{6}{9} = 10 + \frac{11}{9} = 11 + \frac{2}{9} = 11,222\dots$

d $4,111\dots - 5,222\dots = 4 + \frac{1}{9} - 5 - \frac{2}{9} = -1 - \frac{1}{9} = -1,111\dots$

e $5 \cdot 2,555\dots = 5 \cdot \frac{23}{9} = \frac{115}{9} = 12 + \frac{7}{9} = 12,777\dots$

12 Zet om naar een breuk.

a $4,2\% = \frac{4,2}{100} = \frac{42}{1000} = \frac{21}{500}$

e $6,12\% = \frac{6,12}{100} = \frac{612}{10000} = \frac{153}{2500}$

b $0,3\% = \frac{0,3}{100} = \frac{3}{1000}$

f $50,50\% = \frac{50,50}{100} = \frac{5050}{10000} = \frac{101}{200}$

c $21,15\% = \frac{21,15}{100} = \frac{2115}{10000} = \frac{423}{2000}$

g $4,125\% = \frac{4,125}{100} = \frac{4125}{100000} = \frac{33}{800}$

d $150\% = \frac{150}{100} = \frac{3}{2}$

h $1000\% = \frac{1000}{100} = 10$

13 Vul in met $<$, $>$ of $=$.

a $\frac{3}{5} = 60\%$

e $2,3\% < \frac{11}{5}$

b $0,2 > 5\%$

f $100\% = 1$

c $\frac{63}{70} = 90\%$

g $\frac{1}{8} = 12,5\%$

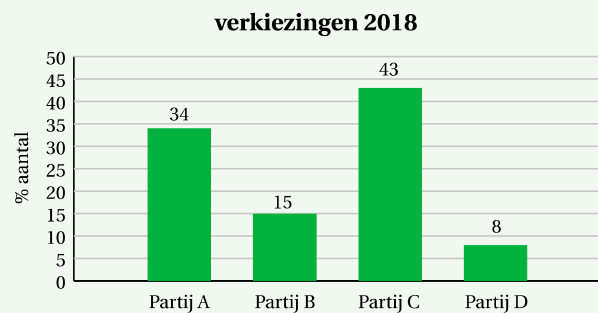
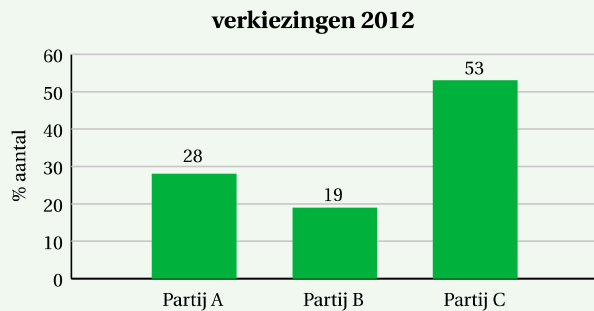
d $\frac{5}{6} > 83\%$

h $82\% > 0,082$

14

WISKUNDE & POLITIEK

In de gemeente Votegem waren de verkiezingsuitslagen in 2012 en 2018 de volgende:



In 2021 werden er in de gemeente Votegem 12 814 stembrieven geldig ingevuld. In 2018 waren dat er 13 014.

- a Bereken het aantal personen dat in 2012 koos voor partij C.

$$0,53 \cdot 12\,814 = 6791,42$$

ANTWOORD:

Er stemden 6791 personen op partij C.

- b Bereken hoeveel personen er meer op partij A stemden in 2018.

$$2012: 0,28 \cdot 12\,814 = 3587,92 \approx 3588$$

$$2018: 0,34 \cdot 13\,014 = 4424,76 \approx 4425$$

ANTWOORD:

Er stemden $4425 - 3588 = 837$ personen meer op partij A in 2018.

- c Bereken hoeveel stemmen partij B in 2012 te kort had om samen met partij A een meerderheid van 51% te vormen.

$$0,47 \cdot 12\,814 = 6022,58 \approx 6023$$

$$0,51 \cdot 12\,814 = 6535,14 \approx 6535$$

ANTWOORD:

Er waren $6535 - 6023 = 512$ stemmen te kort om een meerderheid van 51% te halen.

- d Welke combinaties zijn er mogelijk in 2018 om een meerderheid te hebben?

ABC; ABD; BC; CD

A

In de supermarkt kost een fles champagne 25,20 euro. Je ziet deze aanbieding staan:
2 + 1 gratis.

Hoeveel % korting krijg je als je 3 flessen champagne koopt?
Hoeveel kost 1 fles champagne als je 3 flessen koopt?

B

Koppelverkoop: twee hemden van elk 25 euro geven je recht op een derde (van dezelfde prijs) met 50% korting. Hoeveel procent korting krijg je als je drie hemden koopt?

C

Bij een nieuwbouw betaal je 21% btw. Als je huis ouder is dan 10 jaar, betaal je 6% btw. Stel dat je bij een nieuwbouw een vloer van 100 m² laat betegelen voor 35 euro per m². De aannemer vraagt 45 euro per uur en zal 20 uur werk hebben. Hoeveel moet je dan betalen?
Je buurman legt een vloer met dezelfde oppervlakte, prijs, loonkost en termijn, maar zijn huis is 15 jaar oud. Welk prijsverschil is er tussen de prijskaartjes van de burenen?

D

Tijdens de koopjesperiode koopt Marie een pull van 34 euro met een korting van 15%. Haar zus Lena koopt een week later dezelfde pull maar krijgt nog eens 10% boven op de vorige korting. Welk percentage korting heeft Lena gekregen t.o.v. de oorspronkelijke prijs?

F

Tijdens de coronapandemie werden op een bepaalde dag volgende cijfers (weekgemiddelden) genoteerd:

- aantal besmettingen van 890 naar 1840;
- aantal ziekenhuisopnamen van 100 naar 120;
- aantal overlijdens van 16 naar 29.

Bepaal telkens het percentage waarmee de gemiddelden stegen.

E

Als een bedrijf zijn omzet verdubbelt, met welk percentage stijgt dan de omzet?

G

Als op een bepaalde dag het aantal besmettingen toeneemt met 1000%, hoeveel personen zijn er dan besmet als er een dag eerder 25 waren besmet?

H

In Vlaanderen kostte een woonhuis in 2020 gemiddeld 306 629 euro.
In vergelijking met 2019 ging het om een prijsstijging van 6,7%. Wat was de gemiddelde prijs van een woonhuis in 2019?

I

In de soldenperiode wordt een artikel met 20% korting aangeboden. Met hoeveel procent moet de winkelier de prijs van het artikel daarna weer verhogen om de oorspronkelijke prijs terug te bekomen?

K

Pepijn koopt op een dag het aandeel *Funnymats* op de beurs voor 40 euro. Het aandeel stijgt twee dagen na elkaar met 8%. Dan verkoopt hij het aandeel. Hoeveel % winst of verlies heeft Pepijn gemaakt?

J

Bij een indexering worden de wedden, lonen en vervangingsinkomens automatisch aangepast. Zijn volgende uitdrukkingen juist? Verduidelijk met een voorbeeld.

- Als de indexverhoging 2% bedraagt, dan heeft iedereen evenveel opslag.
- Iemand die het dubbele van een ander verdient, zal na de indexaanpassing nog steeds het dubbele hebben.

A

Bij aankoop van 3 flessen betaal je

$$2 \cdot 25,20 \text{ euro} = 50,40 \text{ euro.}$$

$$\text{Bijgevolg kost 1 fles: } \frac{50,40}{3} \text{ euro} = 16,80 \text{ euro}$$

$$\text{Korting: } x \cdot 25,20 = 16,80$$

$$\Leftrightarrow x = 0,6666... \approx 66,67\%$$

ANTWOORD: De korting bedraagt 33,33%.

B

Aankoopprijs van de hemden:

$$2 \cdot 25 \text{ euro} + 0,5 \cdot 25 \text{ euro} = 62,50 \text{ euro}$$

$$\text{Korting: } x \cdot 75 = 62,50$$

$$\Leftrightarrow x = 0,8333... \approx 83,33\%$$

ANTWOORD: De korting bedraagt 16,67%.

C

Kostprijs bij 21% btw:

$$1,21(100 \cdot 35 + 20 \cdot 45) \text{ euro} = 5324 \text{ euro}$$

Kostprijs bij 6% btw:

$$1,06(100 \cdot 35 + 20 \cdot 45) \text{ euro} = 4664 \text{ euro}$$

ANTWOORD: Er is een prijsverschil van 660 euro.

D

$$\text{Kostprijs voor Marie: } 0,85 \cdot 34 \text{ euro} = 28,90 \text{ euro}$$

$$\text{Kostprijs voor Lena: } 0,90 \cdot 28,90 \text{ euro} = 26,01 \text{ euro}$$

Korting t.o.v. de oorspronkelijke prijs:

$$x \cdot 34 = 26,01$$

$$\Leftrightarrow x = 0,765$$

ANTWOORD: De korting t.o.v. de oorspronkelijke prijs bedraagt 23,5%.

E

Met 100%

G

$$25 + 1000\% \cdot 25 = 25 + 10 \cdot 25 = 275$$

ANTWOORD: Er zijn nu 275 personen besmet.

H

Gemiddelde prijs in 2019: x

$$x + 0,067 \cdot x = 306\,629$$

$$\Leftrightarrow 1,067x = 306\,629$$

$$\Leftrightarrow x = 287\,374,88$$

ANTWOORD: De gemiddelde prijs in 2019 van een woonhuis bedroeg 287 375 euro.

F

$$\text{Aantal besmettingen: } 890 + x \cdot 890 = 1840$$

$$\Leftrightarrow 890x = 950$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{950}{890} = 1,0674$$

ANTWOORD: Het aantal besmettingen steeg met 106,74%.

$$\text{Aantal ziekenhuisopnames: } 100 + x \cdot 100 = 120$$

$$\Leftrightarrow 100x = 20$$

$$\Leftrightarrow x = 0,2$$

ANTWOORD: Het aantal ziekenhuisopnames steeg met 20%.

$$\text{Aantal overlijdens: } 16 + x \cdot 16 = 29$$

$$\Leftrightarrow 16x = 13$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{13}{16} = 0,8125$$

ANTWOORD: Het aantal overlijdens steeg met 81,25%.

I

$$0,8 + x \cdot 0,8 = 1$$

$$\Leftrightarrow 0,8x = 0,2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{0,2}{0,8}$$

$$\Leftrightarrow x = 0,25$$

ANTWOORD: Om opnieuw de oorspronkelijke prijs te bekomen, moet je de prijs met 25% verhogen.

J

– Fout: iemand die 1000 euro verdient, heeft 20 euro opslag. Iemand die 2000 euro verdient, heeft 40 euro opslag.

– Fout: – Iemand die 1000 euro verdient, heeft 20 euro opslag en heeft in totaal 1020 euro.
– Verdien je 2000 euro, dan heb je 40 euro opslag en in totaal 2040 euro.

K

Winst na 1 dag per aandeel:

$$0,08 \cdot 40 \text{ euro} = 3,2 \text{ euro}$$

nieuwe koers: 43,20 euro

Winst na 2 dagen per aandeel:

$$0,08 \cdot 43,20 \text{ euro} = 3,456 \text{ euro}$$

nieuwe koers: 46,656 euro

Totale winst per aandeel: 6,656 euro

Winst in %:

$$40 + x \cdot 40 = 46,656$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6,656}{40} = 0,1664$$

ANTWOORD:

Het aandeel wordt met 16,64% winst verkocht.

- 16 Op het examen wiskunde heeft 60% van de leerlingen 60% of meer behaald en heeft 80% van de leerlingen 80% of minder. Hoeveel procent van de leerlingen heeft een percentage in het interval $[60, 80]$ behaald?

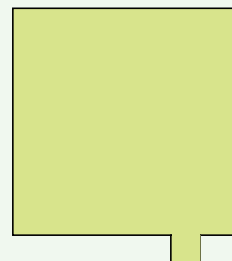
(A) 20 (B) 40 (C) 50 (D) 60 (E) 70

JWO 2020 tweede ronde, vraag 7 © Vlaamse Wiskunde Olympiade vzw

Uit het eerste gegeven volgt dat 40% van de leerlingen minder dan 60% behaalt. Uit het tweede gegeven volgt dat 20% van de leerlingen meer dan 80% behaalt. Het aandeel van de leerlingen met een percentage in het interval $[60\%, 80\%]$ bedraagt dus $100\% - 40\% - 20\% = 40\%$.

- 17 De kasteelheer van Quadronië bezit een kasteel en wil het vergroten door aan één zijkant een donjon bij te bouwen. Daardoor is de omtrek van het kasteel met 10% toegenomen. Zowel het kasteel als de donjon heeft een vierkant grondplan, zoals in de figuur. Met hoeveel procent is de grondoppervlakte van het kasteel toegenomen?

(A) 1% (B) 2% (C) 3% (D) 4% (E) 5%



JWO 2021 eerste ronde, vraag 16 © Vlaamse Wiskunde Olympiade vzw

- 18 Waaraan is $\frac{10^{(2^8)} - 10^{(3^5)}}{10^{(7^2)} - 10^{(6^2)}}$ gelijk?

(A) 1 (B) 10 (C) $\frac{1000}{11}$ (D) 10^{206} (E) 10^{207}

VWO 2021 eerste ronde, vraag 13 © Vlaamse Wiskunde Olympiade vzw