6 Oefeningen

1 Bereken uit het hoofd.

a $\sqrt{49} = 7$

b $-\sqrt{121} = -11$

c $\sqrt{1{,}44} = 1{,}2$

d $-\sqrt{2500} = -50$

e $3 \cdot \sqrt{0{,}36} = 3 \cdot 0{,}6 = 1{,}8$

f $-\sqrt{0{,}04} = -0{,}2$

g $\sqrt{(-7)^2} = 7$

h $-\sqrt{(-3)^4} = -9$

i $\sqrt{625} \cdot \sqrt{121} = 275$

2 Bereken met ICT (tot 0,001 nauwkeurig).

a $\sqrt{5329} = 73$

b $\sqrt{0{,}0014} = 0{,}037$

c $\sqrt{17} + \sqrt{23} = 8{,}919$

d $2\left(\sqrt{63} - \sqrt{12}\right) = 8{,}946$

e $\dfrac{\sqrt{31} + \sqrt{15}}{\sqrt{6}} = 3{,}854$

f $\left(\sqrt{61} + \sqrt{153}\right)^2 = 407{,}215$

3 Bereken uit het hoofd.

a $\sqrt[3]{8} = 2$

b $\sqrt[3]{-8} = -2$

c $\dfrac{\sqrt[3]{64}}{2} = 2$

d $\sqrt[3]{\dfrac{27}{64}} = \dfrac{3}{4}$

e $\sqrt[3]{-27} - 2 \cdot \sqrt[3]{8} = -7$

f $\left(\sqrt[3]{125}\right)^3 = 125$

g $\sqrt{121} \cdot \sqrt[3]{125} = 55$

h $\left(\sqrt{36} - 2 \cdot \sqrt[3]{64}\right)^2 = 4$

i $\sqrt{25 - 16} + \sqrt[3]{2^3} = 5$

4 Bereken met behulp van ICT en rond (indien nodig) af op vijf decimalen.

a $\sqrt[3]{54\,872} = 38$

b $\sqrt[3]{182} = 5{,}66705$

c $\sqrt[3]{3} = 1{,}44225$

d $\sqrt[3]{-111} = -4{,}80590$

e $\sqrt{\sqrt[3]{2}} = 1{,}12246$

f $\sqrt[3]{\sqrt{2}} = 1{,}12246$

g $\sqrt[3]{\dfrac{216}{343}} = \dfrac{6}{7} = 0{,}85714$

h $\sqrt[3]{10^{-6}} = 0{,}01$

i $\sqrt[3]{-1\,860\,867} = -123$

5 Vul in met $\in$ of $\notin$.

a $\sqrt{8}$ $\notin$ $\mathbb{N}$

b $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\notin$ $\mathbb{Q}$

c $-\sqrt{8}$ $\notin$ $\mathbb{N}$

d $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ $\in$ $\mathbb{Q}$

e $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$ $\notin$ $\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$

f $\sqrt{9}\cdot\sqrt{3}$ $\notin$ $\mathbb{Q}$

g $\sqrt[3]{2}+\sqrt{3}$ $\in$ $\mathbb{R}$

h $\sqrt[3]{-1}+\sqrt[3]{1}$ $\in$ $\mathbb{N}$

i $-\sqrt[3]{-8}$ $\in$ $\mathbb{N}$

j $\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$ $\in$ $\mathbb{Q}$

k $\frac{\sqrt[3]{-8}}{\sqrt[3]{-4}}$ $\notin$ $\mathbb{N}$

l $\sqrt[3]{-2(3-8)^2}$ $\in$ $\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$

* **6** Bepaal x.

a $x^2 = 9$

b $3x^2 = 24$

c $x^2 - 1 = 19$

d $(x-2)^2 = 16$

e $(x-3)^2 = (2x-1)^2$

f $2x^2 - 3 = 4x^2 + 1$

7 Bepaal de middelevenredigen van:

a 4 en 5

b -3 en -1

c 12 en 48

d -8 en -2

e $\frac{3}{4}$ en $\frac{5}{9}$

f $-2,5$ en -4

6 a
$$\begin{aligned} x^2 &= 9 \\ &\Updownarrow \\ x = -3 \text{ of } x &= 3 \\ V &= \{-3, 3\} \end{aligned}$$

b
$$\begin{aligned} 3x^2 &= 24 \\ &\Updownarrow \\ x^2 &= 8 \\ &\Updownarrow \\ x &= \pm\sqrt{8} \\ V &= \{\pm\sqrt{8}\} \end{aligned}$$

c
$$\begin{aligned} x^2-1 &= 19 \\ &\Updownarrow \\ x^2 &= 20 \\ &\Updownarrow \\ x &= \pm\sqrt{20} \\ V &= \{\pm\sqrt{20}\} \end{aligned}$$

d
$$\begin{aligned} (x-2)^2 &= 16 \\ &\Updownarrow \\ x-2 = -4 \text{ of } x-2 &= 4 \\ &\Updownarrow \\ x = -2 \text{ of } x &= 6 \\ V &= \{-2, 6\} \end{aligned}$$

e
$$\begin{aligned} (x-3)^2 &= (2x-1)^2 \\ &\Updownarrow \\ x-3 = 2x-1 &\text{ of } x-3 = -(2x-1) \\ &\Updownarrow \\ x-2x = -1+3 &\text{ of } x-3 = -2x+1 \\ &\Updownarrow \\ -x = 2 &\text{ of } 2x+x = 1+3 \\ &\Updownarrow \\ x = -2 &\text{ of } x = \frac{4}{3} \\ V &= \left\{-2, \frac{4}{3}\right\} \end{aligned}$$

f
$$\begin{aligned} 2x^2-3 &= 4x^2+1 \\ &\Updownarrow \\ -2x^2 &= 4 \\ &\Updownarrow \\ x^2 &= -2 \\ V &= \varnothing \end{aligned}$$

7 a
$$\begin{aligned} \frac{4}{x} &= \frac{x}{5} \\ &\Updownarrow \\ x^2 &= 20 \\ &\Updownarrow \\ x = -\sqrt{20} \text{ of } x &= \sqrt{20} \\ V &= \{-\sqrt{20}, \sqrt{20}\} \end{aligned}$$

b
$$\begin{aligned} \frac{-3}{x} &= \frac{x}{-1} \\ &\Updownarrow \\ x^2 &= 3 \\ &\Updownarrow \\ x = -\sqrt{3} \text{ of } x &= \sqrt{3} \\ V &= \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\} \end{aligned}$$

c
$$\begin{aligned} \frac{12}{x} &= \frac{x}{48} \\ \Longleftrightarrow x^2 &= 576 \\ \Longleftrightarrow x = -\sqrt{576} \text{ of } x &= \sqrt{576} \\ \Longleftrightarrow x = -24 \text{ of } x &= 24 \\ V &= \{-24, 24\} \end{aligned}$$

d
$$\begin{aligned} \frac{-8}{x} &= \frac{x}{-2} \\ &\Updownarrow \\ x^2 &= 16 \\ &\Updownarrow \\ x = -4 \text{ of } x &= 4 \\ V &= \{-4, 4\} \end{aligned}$$

e
$$\begin{aligned} \frac{\frac{3}{4}}{x} &= \frac{x}{\frac{5}{9}} \\ \Longleftrightarrow x^2 &= \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9} \\ \Longleftrightarrow x^2 &= \frac{15}{36} \\ \Longleftrightarrow x = -\sqrt{\frac{15}{36}} \text{ of } x &= \sqrt{\frac{15}{36}} \\ \Longleftrightarrow x = -\frac{\sqrt{15}}{6} \text{ of } x &= \frac{\sqrt{15}}{6} \\ V &= \left\{-\frac{\sqrt{15}}{6}, \frac{\sqrt{15}}{6}\right\} \end{aligned}$$

f
$$\begin{aligned} \frac{-2{,}5}{x} &= \frac{x}{-4} \\ \Longleftrightarrow x^2 &= 10 \\ \Longleftrightarrow x = -\sqrt{10} \text{ of } x &= \sqrt{10} \\ V &= \{-\sqrt{10}, \sqrt{10}\} \end{aligned}$$

8 * Bereken x.

a $x^3 = 27$

$\Longleftrightarrow x = \sqrt[3]{27}$
$\Longleftrightarrow x = 3$
$V = \{3\}$

b $2x^3 = -54$

$\Longleftrightarrow x^3 = -\frac{54}{2}$
$\Longleftrightarrow x^3 = -27$
$\Longleftrightarrow x = \sqrt[3]{-27}$
$\Longleftrightarrow x = -3$
$V = \{-3\}$

c $(-x)^3 = 64$

$\Longleftrightarrow -x^3 = 64$
$\Longleftrightarrow x^3 = -64$
$\Longleftrightarrow x = \sqrt[3]{-64}$
$\Longleftrightarrow x = -4$
$V = \{-4\}$

d $(x-1)^3 = 125$

$\Longleftrightarrow x-1 = \sqrt[3]{125}$
$\Longleftrightarrow x-1 = 5$
$\Longleftrightarrow x = 6$
$V = \{6\}$

e $2(x+3)^3 = 128$

$\Longleftrightarrow (x+3)^3 = 64$
$\Longleftrightarrow x+3 = \sqrt[3]{64}$
$\Longleftrightarrow x+3 = 4$
$\Longleftrightarrow x = 1$
$V = \{1\}$

f $2-x^3 = 218$

$\Longleftrightarrow -x^3 = 216$
$\Longleftrightarrow x^3 = -216$
$\Longleftrightarrow x = \sqrt[3]{-216}$
$\Longleftrightarrow x = -6$
$V = \{-6\}$

9 Rangschik van klein naar groot: π, $1-\pi$, $|1-2\pi|$, $|1-\pi|$

$\pi,\ 1-\pi,\ |1-2\pi|,\ |1-\pi|$

wordt: $\pi,\ 1-\pi,\ 2\pi-1,\ \pi-1$

rangschikking: $1-\pi < \pi-1 < \pi < 2\pi-1$

10 Bereken: $|\sqrt{2}-1| - |\sqrt{2}-2| + |\sqrt{2}-3|$

$$\begin{aligned} |\sqrt{2}-1|-|\sqrt{2}-2|+|\sqrt{2}-3| &= \sqrt{2}-1-\left(2-\sqrt{2}\right)+\left(3-\sqrt{2}\right) \\ &= \sqrt{2}-1-2+\sqrt{2}+3-\sqrt{2} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

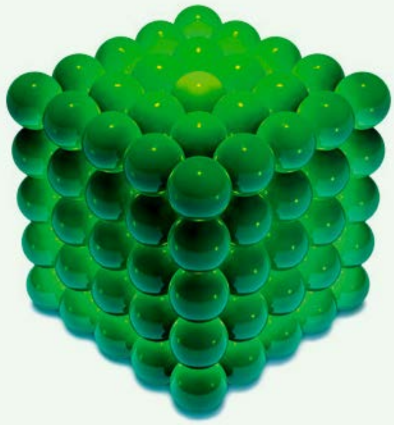
11 Volume van ruimtefiguren.

a Bereken de zijde van een kubus met volume 1728 cm^3.

*b Wat is de straal van een bol met een volume van 5 dm^3.

c Een balk heeft als afmetingen 6 cm, 3 cm en 12 cm. Welke zijde moet een kubus hebben, wil hij hetzelfde volume hebben als de balk?

*d Al deze groene knikkers hebben een volume van 1 cm^3.
Hoeveel knikkers kunnen in een kubusvormige doos van 1 dm^3 als ze gestapeld worden zoals op de tekening?



e Siebe heeft van de Sint 2500 kubusvormige houten speelblokken gekregen. Hoeveel blokken bevat de grootste volledig gevulde kubus die je met deze blokken kan maken door ze op elkaar te stapelen?

*f In de leraarskamer staat een kubusvormige diepvrieskast met een volume van 512 liter.
Een leerkracht wil er kubusvormige doosjes in plaatsen met een ribbe van 12 cm.
Hoeveel van die doosjes kunnen in de diepvrieskast?

a
$$z^3 = 1728\,cm^3$$
$$\iff z = \sqrt[3]{1728}\,cm$$
$$\iff z = 12\,cm$$

ANTWOORD: De kubus heeft een zijde van 12 cm.

b
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$
$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 5\,dm^3$$
$$\iff r^3 = \frac{3\cdot 5}{4\pi}\,dm^3$$
$$\iff r = \sqrt[3]{\frac{15}{4\pi}}\,dm$$
$$\iff r \approx 1{,}06\,dm$$

ANTWOORD: De bol heeft een straal van 1,06 dm.

c
$$V_{balk} = l\cdot b\cdot h$$
$$V_{balk} = 6\cdot 3\cdot 12\,cm^3$$
$$\iff V = 216\,cm^3$$

$$z^3 = 216\,cm^3$$
$$\iff z = \sqrt[3]{216}\,cm = 6\,cm$$

ANTWOORD: De zijde van de kubus is 6 cm.

d hoogte van de doos:
$$z^3 = 1000\,cm^3$$
$$\iff z = 10\,cm$$

diameter van de knikker:
$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 1\,cm^3$$
$$\iff r^3 = \frac{1\cdot 3}{4\pi}\,cm^3$$
$$\iff r = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}}\,cm \approx 0{,}62\,cm$$
Dus: $d \approx 1{,}24\,cm$

aantal knikkers op één rij:
$$\text{aantal} = \frac{10}{1{,}24} \approx 8$$

ANTWOORD: Er kunnen in totaal $8^3 = 512$ knikkers in de doos.

e $\sqrt[3]{2500} = 13{,}572\ldots$
totaal aantal blokken: $13^3 = 2197$

f zijde van de diepvrieskast:
$$z^3 = 512\,dm^3$$
$$\iff z = \sqrt[3]{512}\,dm = 8\,dm$$

aantal kubussen:
$$\frac{80}{12} = 6{,}66\ldots$$

ANTWOORD: Er kunnen in totaal $6^3 = 216$ kubussen in de koelkast.

* **12** De eerste sneeuw dit jaar was de aanleiding voor Koen en Wouter om een grote sneeuwman te maken. Verklaar telkens je antwoord en bereken op 1 mm nauwkeurig.

a Als een sneeuwbal een volume heeft van 1 m^3, kunnen we dan met de bal door een tuinpoortje met een breedte van 1 m?

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$
$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 1\ \text{m}^3$$
$$\Longleftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}}\ \text{m}$$
$$\Longleftrightarrow r = 0{,}62\ldots\ \text{m}$$
$$\Longleftrightarrow d = 1{,}241\ldots\ \text{m}$$

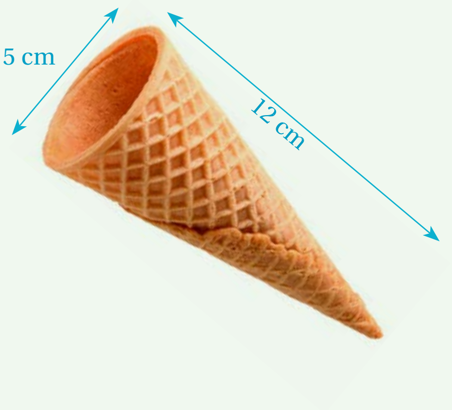
ANTWOORD: De bal kan niet door het poortje.

b Het hoofd van de sneeuwman heeft een diameter van 35 cm. Koen wil op het hoofd van de sneeuwman een kubusvormige doos zetten met een volume van 50 dm^3. Kan hij deze doos als hoed gebruiken of is ze te groot?

$$V = z^3$$
$$z^3 = 50\ \text{dm}^3$$
$$\Longleftrightarrow z = \sqrt[3]{50}\ \text{dm}$$
$$\Longleftrightarrow z = 3{,}68\ldots\ \text{dm}$$
$$= 36{,}8\ldots\ \text{cm}$$

ANTWOORD: De doos is te groot om op het hoofd te plaatsen.

* **13** Miel is verlekkerd op ijs! Als een ijsverkoper hem een ijsje verkoopt, dan heeft zijn ijsschepper de vorm van een halve bol met diameter 4 cm. Hoeveel bollen ijs kunnen er in Miels volledig (tot op de rand) gevulde hoorntje?



volume van het hoorntje:

$$V_h = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$
$$V_h = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot 12\ \text{cm}^3$$
$$\Longleftrightarrow V_h = 78{,}540\ \text{cm}^3$$

volume van de ijsbol in de schep:

$$V_{ij} = \frac{4}{3}\pi r^3$$
$$V_{ij} = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3\ \text{cm}^3$$
$$\Longleftrightarrow V_{ij} = 33{,}510\ \text{cm}^3$$

aantal scheppen ijs:

$$\frac{78{,}540}{33{,}510} = 2{,}3438$$

ANTWOORD: Er kunnen 2,3438 bollen ijs in het hoorntje.

14 Yusuf zit met mollen in zijn tuin! Het zijn wel eigenaardige (wiskundige) beestjes: de molshopen die ze maken zijn halve bollen en hebben een volume van 3620 cm^3. Bereken de diameter van een molshoop. Werk op 1 cm nauwkeurig.

$$V = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) \Longleftrightarrow V = \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$3620 = \frac{2}{3}\pi r^3 \Longleftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3\cdot 3620}{2\pi}} \Longleftrightarrow r = 12{,}001\ \text{cm}$$

ANTWOORD: De diameter van de molshoop bedraagt 24 cm.