

제 3고지 27단계. 테일러 급수 미분

sin 함수의 미분은 해석적으로 풀림

정공법으로 sin 함수를 구현하여 미분을 테일러 급수를 이용해 계산

- $y = \sin(x)$ 일때 그 미분은 $y'=\cos(x)$ 이다.
- np.sin과 np.cos를 이용하여 구현

```
import numpy as np
from dezero import Function

class Sin(Function):
    def forward(self, x):
        y = np.sin(x)
        return y
    def backward(self, gy):
        x = self.inputs[0].data
        gx = gy * np.cos(x)
        return gx

def sin(x):
    return Sin()(x)
```

테일러 급수 이론

- 테일러 급수
 - 어떤 함수 $f(x)$ 를 다항식으로 근사하는 방법
 - 점 a 를 기준으로 무한히 계속되는 항을 이용해 어느 시점에서 $f(x)$ 값 근사가 가능
 - 당연한 말이지만 항이 많아질수록 근사의 정확도가 높음
 - $a = 0$ 일 때의 테일러 급수를 매클로린 전개(Maclaurin's series)라고 할 수 있음

$$f(x) = f(0) + f'(0)(x) + \frac{1}{2!}f''(0)(x)^2 + \frac{1}{3!}f'''(0)(x)^3 + \dots$$

- $f(x) = \cos(x)$, $f'(x) = -\sin(x)$, $f''(x) = -\cos(x)$, $f'''(x) = \sin(x)$, ... 의 형태가 반복되며 $\sin(0) = 0$, $\cos(0) = 1$ 이므로 다음과 같은 식을 도출할 수 있다.

$$\sin(x) = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{x^{2i+1}}{(2i+1)!}$$

- i 가 커질수록 근사 정밀도가 좋아지며, 시그마 내 식의 절대값은 작아짐
 - 0에 수렴하도록 지그재그 형태가 표현되며, 일정 수준을 지나면 추가해도 함수에 영향을 미치지 않음
 - 적절한 i 값 결정이 필요함
- 구현

```
import math
def my_sin(x, threshold=0.0001):
    y = 0
    for i in range(100000):
        c = (-1) ** i / math.factorial(2 * i + 1)
        t = c * x ** (2 * i + 1)
        y = y + t
        if abs(t.data) < threshold:
            break
    return y
```