第 1 章

知识点名称：事件之间的关系及其基本运算

主讲人：文春

§1.3 事件之间的关系及其基本运算

一、样本空间

对随机试验的每个基本事件，用包含一个元素的单点集来表示。

基本事件 A_1　　基本事件 A_2　　基本事件 A_3　　…… ……

$\{\omega_1\}$　　$\{\omega_2\}$　　$\{\omega_3\}$　　…… ……

一 一对应

随机事件 $\updownarrow$ 集合

样本空间　$\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\omega_3,\cdots\}$

样本点

必然事件对应样本空间 Ω

不可能事件对应空集 ϕ

复合事件是 Ω 的子集

二、事件之间的关系及其基本运算

随机事件的关系及运算实质上对应集合的关系及运算.

(1) 包含关系

若事件A 发生，必然导致事件B发生，则称事件B 包含事件A，或称A 是 B 的子事件，记为$A\subset B$.

文氏图表示及例

对任意事件A, 有$\phi\subset A\subset \Omega$.

如果两个事件互相包含, 即$A\subset B$ 且 $B\subset A$,则称两事件相等,记为 $A=B$.

(2) 和事件

事件{A与B至少有一个发生}，称为事件A与B的和事件，记为$A\cup B$.

文氏图表示及例

推广：n个事件的和， 以及可列无穷个事件的和.

$$A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n=\boxed{\bigcup_{i=1}^{n}}A_i$$

表示“事件组 $A_1,A_2,\cdots,A_n$中至少有一个发生”这一事件.

$$A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n\cup\cdots=\boxed{\bigcup_{i=1}^{\infty}}A_i$$

表示“事件列 $A_1,A_2,\cdots$ 中至少有一个发生”这一事件.

(3) 积事件

事件$\{A$与B 同时发生$\}$，称为事件A与B的积事件，记为$A\cap B$ 或 AB.

文氏图表示及例

推广：n个事件的积，以及可列无穷个事件的积.

$$A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n=\bigcap_{i=1}^{n}A_i$$

表示“事件组 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 同时发生”这一事件.

$$A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n\cap\cdots=\bigcap_{i=1}^{\infty}A_i$$

表示“事件列 $A_1,A_2,\cdots$ 同时发生”这一事件.

(4) 互不相容

若 $AB=\phi$，称A、B为互不相容或互斥事件，即在一次试验中A、B不可能同时发生.

显然，ϕ与任何事件互不相容. 同一试验的基本事件互不相容.

文氏图表示及例

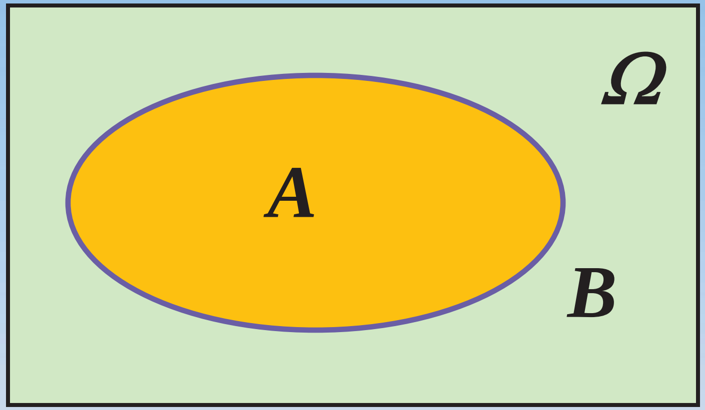
推广：做一次试验，事件组$A_1, A_2, \cdots, A_n$中任意两个互不相容，称此事件组互不相容.

注：事件列 $A_1, A_2, \cdots$互不相容是指其中任意有限个事件互不相容.

(5) 逆事件(对立事件)

若 $AB=\phi$，且 $A\cup B=\Omega$，称事件A与B 互为逆事件或对立事件，记为 $B=\overline{A}$. 等价说法是：事件{A不发生}，即 $\overline{A}$.

参见示图 $B=\overline{A}$



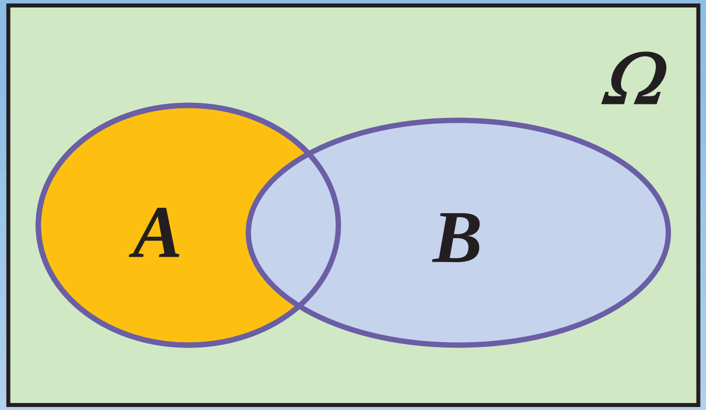
例子

在一次试验中 $\overline{A}$ 与A 必发生且仅发生一个，非此即彼.

(6) 差事件

事件{A发生并且B不发生}，称为<u>事件A与B的</u><u>差事件</u>，记为$A-B$或$A\overline{B}$.

参见 $A-B$ 示图



例子

对任意事件A、B，有

$$A-A=\phi,\quad A-\phi=A,\quad A-\Omega=\phi$$

$$A-B=A\overline{B},\quad \overline{A}=\Omega-A$$

(7) 随机事件（集合）运算律

交换律： $A\cup B=B\cup A$，$A\cap B=B\cap A$;

结合律： $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$; $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$.

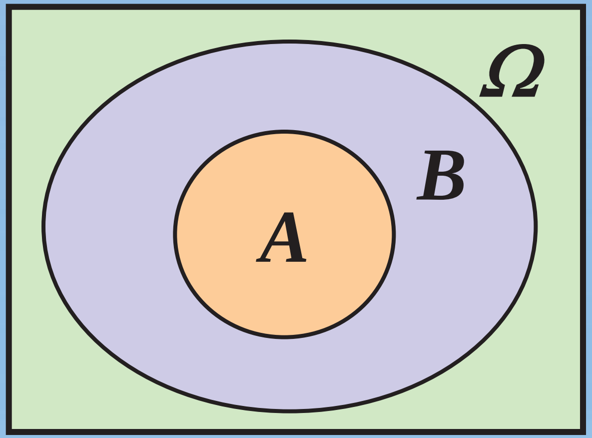
分配律： $(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$; $(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$.

德· 摩根律： $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$.

吸收律： 如果 $A\subset B$, 则 $A\cup B=B$, $AB=A$.

参见

示图



E_1 从10个标有号码1, 2,…, 10的小球中任取一个, 记录所得小球的号码, 考虑随机试验中的事件:

A = {球的号码为4的倍数}={4, 8},

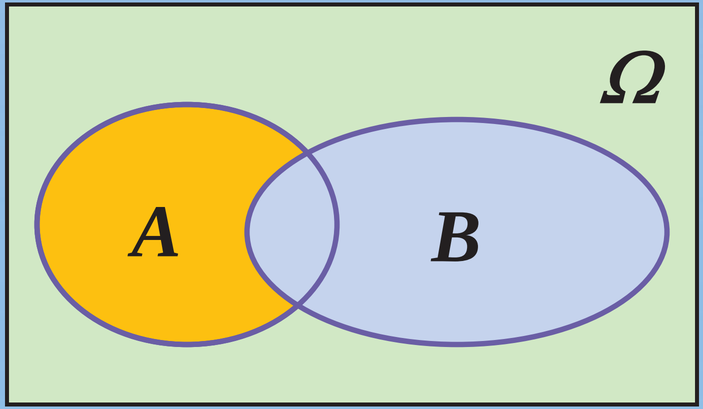
B = {球号码为偶数}={2, 4, 6, 8, 10}.

$$A \subset B$$

$A \cup B$

参见

示图



$\mathbf{E_1}$ 从10个标有号码 1, 2,…, 10的小球中任取一个, 记录所得小球的号码,

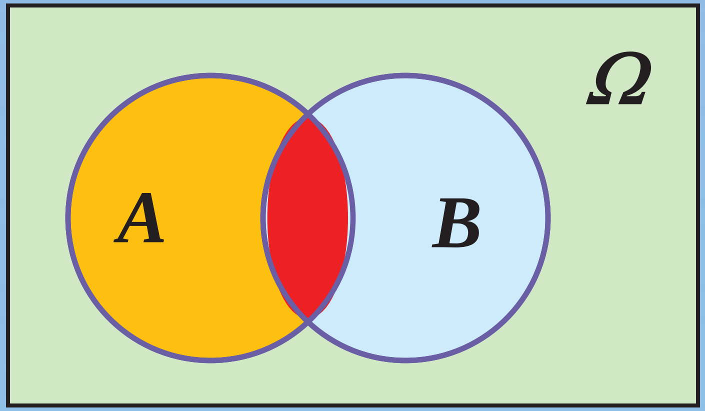
设 $A=\{$球的号码是不大于3的奇数$\}=\{1, 3\}$

$B=\{$球的号码是不大于4的偶数$\}=\{2, 4\}$

$A \cup B=\{$球的号码不超过4$\}=\{1, 2, 3, 4\}.$

$A \cap B$

参见示图



E_1 从10个标有号码 1, 2,…, 10的小球中任取一个, 记录所得小球的号码,

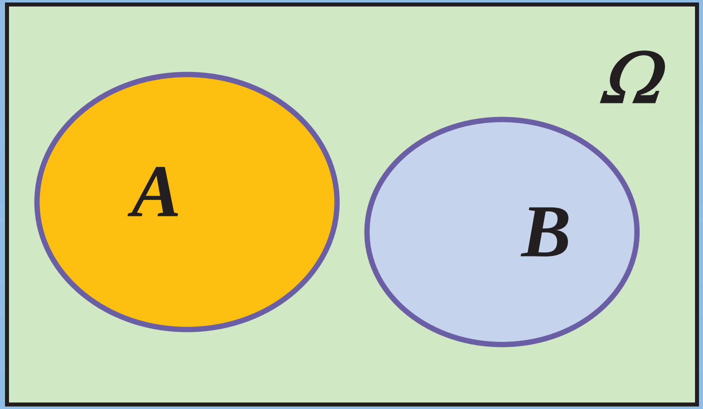
设 $A =$ {球的号码是奇数} $= \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$B =$ {球的号码大于5} $= \{6, 7, 8, 9, 10\}$

$A \cap B =$ {球的号码是7或9} $= \{7, 9\}$.

参见

示图



E$_1$ 从10个标有号码 1, 2,…, 10的小球中任取一个, 记录所得小球的号码,

设 $A=\{$球的号码是奇数$\}=\{1, 3, 5, 7, 9\}$

$B=\{$球的号码是不大于4的偶数$\}=\{2, 4\}$

$AB=\phi \Longrightarrow$ A与B是互不相容的事件.

E_1 从10个标有号码 1, 2,…, 10的小球中任取一个, 记录所得小球的号码,

设 $A = \{$球的号码是奇数$\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$B = \{$球的号码是偶数$\} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$AB = \phi$, 且 $A \cup B = \Omega$ $\Longrightarrow$ A与B互为对立事件.

E_1 从10个标有号码 1, 2,…, 10的小球中任取一个, 记录所得小球的号码,

设 $A=\{$球的号码是奇数$\}=\{1, 3, 5, 7, 9\}$

$B=\{$球的号码不大于4$\}=\{1, 2, 3, 4\}$

则 $A-B=\{5, 7, 9\}$.