

**5ª LISTA DE EXERCÍCIOS**

- Uma importante tarefa de um controlador de voo é evitar que duas aeronaves se choquem. Quando surge alguma coisa estranha na tela, ele deve decidir sobre as hipóteses:
  - Existe uma aeronave clandestina muito próxima de um avião de passageiros;
  - É apenas uma leve interferência;
 Na situação acima escolha como hipótese nula aquela que torne o erro tipo I mais importante (na sua opinião). Descreva quais os dois tipos de erro.
- Sejam  $X_1, \dots, X_n$  amostra aleatória de  $X \sim \exp(\theta)$ .
  - Obtenha o teste uniformemente mais poderoso para testar  $H_0: \theta = 2$  contra  $H_1: \theta > 2$ ;
  - Para  $n = 35$  e fixando  $\alpha = 0.01$  use o Teorema Limite Central para especificar o valor crítico do teste.
  - Considerando a situação acima ( $n = 35, \alpha = 0.05$ ) e que a média amostral observada foi 1, calcule o p-valor e diga qual a sua conclusão com respeito ao teste.
- Sejam  $X_1, \dots, X_n$  amostra aleatória de  $X \sim f(x | \theta)$  sendo  $F = \{f(x | \theta), \theta \in \Theta\}$ , sendo  $\Theta$  um intervalo. Verifique para os modelos abaixo que a família tem *razão de verossimilhanças monótona*.
  - $X \sim \text{Geométrica}(\theta)$
  - $X \sim \text{Bernoulli}(\theta)$
- Seja  $f(x; \cdot)$  a densidade da v.a. com distribuição logística, dada abaixo. Considere uma amostra de tamanho 1 de  $X$  e mostre que esta família tem razão de verossimilhanças monótona (RVM).
 
$$f(x; \theta) = \exp(x - \theta) / [1 - \exp(x - \theta)]^2, \quad \text{para } x \in \mathbb{R}, \theta \in \mathbb{R}$$
- Mostre que se  $\theta$  é um parâmetro de posição da distribuição de  $T$ , para qualquer número  $c$ , se  $\theta_1 \leq \theta_2$ , então  $P_{\theta_1}(T > c) \leq P_{\theta_2}(T > c)$ . Observação: Isto também vale se a família de  $T$  tem RVM.
- Sejam  $X_1, \dots, X_n$  amostra aleatória de  $X \sim \text{Poisson}(\theta)$ .
  - Use o Lema de Neyman - Pearson para obter o teste mais poderoso para testar  $H_0: \theta = \theta_0$  contra  $H_1: \theta = \theta_1$  com  $\theta_1 > \theta_0$ .
  - Para  $\theta_0 = 1, n = 36$  e fixando  $\alpha = 0.05$  use o Teorema Limite Central para especificar o valor crítico do teste.
  - Obtenha o teste uniformemente mais poderoso para testar  $H_0: \theta \leq \theta_0$  contra  $H_1: \theta > \theta_0$ . Sejam  $X_1, \dots, X_n$  amostra aleatória de  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , com  $\mu$  conhecido. Obtenha o teste uniformemente mais poderoso para testar  $H_0: \sigma^2 \leq \sigma_0^2$  contra  $H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$ .
- Sejam  $X_1, \dots, X_n$  amostra aleatória de  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , com  $\sigma^2$  desconhecido. Obtenha o teste da razão de verossimilhanças generalizada para testar  $H_0: \mu \leq \mu_0$  contra  $H_1: \mu > \mu_0$ .
- Faça um resumo dos resultados de testes para testar os parâmetros da distribuição  $N(\mu, \sigma^2)$  (uma única amostra). Compare como os resultados para obtidos para intervalos de confiança.
- Sejam  $X_1, \dots, X_n$  amostra aleatória de  $X \sim \text{Poisson}(\theta)$ . Obtenha o teste da razão de verossimilhanças generalizado para testar  $H_0: \theta \leq \theta_0$  contra  $H_1: \theta > \theta_0$ .

**5ª LISTA DE EXERCÍCIOS**

10. Para testar  $H_0: \theta \leq 2$  contra  $H_1: \theta > 2$  com base em uma amostra aleatória  $X_1, \dots, X_n$  de  $X \sim \exp(\theta)$ , Obtenha:
- o teste UMP
  - o teste da razão de verossimilhanças generalizado
11. Um comerciante compra frutas para revenda e seu preço prevê que o percentual de frutas estragadas seja inferior a 5% para que consiga algum lucro. Ele adota a seguinte regra prática: toma de cada lote 30 frutas ao acaso. Se 3 ou mais estiveram estragadas o lote é devolvido caso contrario aceita o lote.
- Qual a tamanho deste teste
  - Esboce a função poder do teste.
  - O teste do comerciante é UMP? Qual o nível?

*Nas questões abaixo, quando possível, calcule o p-valor ( nível descritivo)*

12. Admitindo que a pressão sangüínea arterial em homens siga o modelo Normal, 7 pacientes foram sorteados e tiveram sua pressão medida como os seguintes resultados 84,81,77,85,69,80,79. Teste que a média é no mínimo 82 contra a alternativa de ser menor que este valor com  $\alpha = 5\%$ .
13. O peso médio de uma determinada peça satisfazendo normas de qualidade estabelecidas, deve ser de 300 kg. Colhida uma amostra com o peso de 30 peças obteve-se os seguintes valores:
- |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 250 | 265 | 267 | 269 | 271 | 275 | 277 | 281 | 283 | 284 |
| 287 | 289 | 291 | 293 | 293 | 298 | 301 | 303 | 306 | 307 |
| 307 | 309 | 311 | 315 | 319 | 322 | 324 | 328 | 335 | 339 |

Teste hipóteses de interesse, e argumente se esta amostra satisfaz a especificação. Use  $\alpha = 5\%$ .

14. Em 50 lançamentos independentes de uma moeda forma obtidas 30 caras. A partir de um nível de significância  $\alpha = 4\%$  poderíamos dizer que a moeda é honesta? (considere hipóteses bilaterais)
15. Para verificar se um dado era viciado, este foi lançado 120 vezes. Obteve-se 25 vezes o número 5. Calcule um intervalo de confiança para a proporção populacional (probabilidade de se obter o número 5). Com  $\alpha = 1\%$  você diria que o dado é viciado?
16. Num estudo comparativo do tempo médio de adaptação, uma amostra aleatória de 50 homens e 50 mulheres de um grande complexo industrial, produziu os seguintes resultados:

Estatísticas	Homens	Mulheres
Média	3,2 anos	3,7 anos
Desvio padrão	0,8 anos	0,9 anos

Teste a igualdade entre as médias e argumente sobre que conclusões você poderia tirar para a população de homens e mulheres desta indústria.

**5ª LISTA DE EXERCÍCIOS**

17. Para um particular produto, com base em uma amostra de 10 lojas, a média estimada de vendas no último ano por loja foi de 3.425,00 reais, com desvio padrão de 200,00 reais. Para um produto concorrente, em uma amostra de 12 lojas os resultados foram respectivamente de 3.250,00 e 175,00. Assumindo normalidade para os dados dos dois produtos, teste a igualdade entre o nível médio de vendas para os dois produtos.

18. Estudantes de um determinado país foram comparados com base em notas obtidas em um teste de aptidão musical. Um resumo dos resultados é apresentado na tabela abaixo.

	Rural	Urbano	
Tamanho da amostra	90	100	a) Teste a um nível de significância 10% a igualdade entre as variâncias
Media amostral	76,4	88,2	
Desvio padrão amostral	8,2	7,6	b) Teste a um nível de significância 2% a diferença entre as notas médias

19. Um antibiótico para pneumonia foi injetado em 100 pacientes com mal funcionamento dos rins e em 100 pacientes sem este problema. Alguma reação alérgica foi desenvolvida em 38 dos pacientes com problemas renais e em 21 dos pacientes saudáveis. Teste a diferença entre as proporções das populações ( use um nível de significância 10%.)

20. Medidas da força da mão direita e esquerda de 10 escritores canhotos estão registradas na tabela abaixo.

- a) Construa um intervalo de 90% de confiança para a diferença entre as médias.
- b) Teste hipóteses para avaliar se existe diferença entre a força média das mãos

<b>Mão</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
Direita	140	90	125	130	95	121	85	97	131	110
Esquerda	138	87	110	132	96	120	86	90	129	100

Obs.: Nas questões aplicadas justifique todas as etapas e interprete os resultados práticos.