

**4ª LISTA DE EXERCÍCIOS**

1. Sejam  $X_1, \dots, X_n$  amostra aleatória de  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , com  $\mu$  conhecido. Obtenha um intervalo de confiança para  $\sigma^2$  pelo método da quantidade pivotal. Use para isso (ao menos duas) diferentes quantidades pivotaís e compare o comprimento dos intervalos.
2. Use o exemplo 7.2.3 de CB(2002) (Aproximação de Satterhwaite) para justificar a distribuição da quantidade pivotal usada para obter o intervalo de confiança para a diferença de médias, em duas amostras normais independentes, com variâncias diferentes e desconhecidas.
3. Prove que no caso especial do Teorema 9.3.2 do Casella & Berger (2002), considerando  $X \sim f(x)$  uma fdp **simétrica** unimodal, temos com resultado que  $a$  e  $b$  são tais que  $P(X < a) = P(X > b) = \alpha/2$ .
4. Seja  $X \sim f(x)$  sendo  $f$  uma fdp estritamente decrescente em  $[0, \infty)$ . Mostre que para um valor fixo  $1 - \alpha$ , de todos os intervalos  $[a, b]$  satisfazendo  $P(a < X < b) = 1 - \alpha$ , o mais curto é obtido pela escolha de  $a = 0$  e  $b$  tal que  $P(0 < X < b) = 1 - \alpha$ .
5. Sejam  $X_1, \dots, X_n$  amostra aleatória de  $X \sim U(0, \theta)$ . Obtenha um intervalo de confiança de nível  $1 - \alpha$  com base na quantidade pivotal  $Y/\theta$ , sendo  $Y = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$ . Obs. Considere o intervalo simétrico.
6. Considerando a questão acima e o intervalo aleatório  $[Y; Y/(\alpha^{1/n})]$ , encontre o seu coeficiente de confiança e compare com o obtido na questão 6.
7. BS(2001) pág 88 : *exercícios 5.6.*
8. BS(2001) pág 88 : *exercício: 5.8 (i)*
9. Sejam  $X_1, \dots, X_{20}$  amostra aleatória de  $X \sim N(\theta, \sigma^2)$ , com  $\sigma^2$  desconhecido. Qual a probabilidade (aproximada) de que o comprimento de um intervalo de 90% de confiança para  $\theta$  seja menor que  $\sigma$ ?
10. Sejam  $X_1, \dots, X_n$  amostra aleatória de  $X \sim N(\theta, 1)$  e seja  $I$  o intervalo com 95% confiança para a média. Seja  $p$  a probabilidade de que uma nova observação (variável aleatória)  $X_{n+1}$  caia dentro do intervalo  $I$ . O valor de  $p$  é maior, menor ou igual a 0.95? Prove sua resposta.
11. Sejam  $X_1, \dots, X_n$  amostra aleatória de  $X \sim \text{Bernoulli}(\theta)$ 
  - a) Obtenha uma aproximação para intervalo com 95% confiança para com base na distribuição assintótica do EMV de  $\theta$ .
  - b) Obtenha o maior tamanho de amostra tal que a “margem de erro” (comprimento/2) do intervalo obtido acima seja 0.01.

**4ª LISTA DE EXERCÍCIOS**

**(Exercícios Aplicados)**

12. Em um experimento para avaliar a vida média de uma determinada marca de lâmpada, a durabilidade de uma amostra de 30 lâmpadas escolhidas ao acaso foi registrada. Com base nos dados amostrais foram obtidos média de 4.000 horas e desvio padrão de 200 horas. Obtenha um intervalo de confiança para a vida média nesta marca  
a) Assumindo normalidade;    b) Sem a suposição de normalidade;
13. Um zoologista deseja estimar o nível médio de açúcar no sangue de uma espécie de animal quando injetada com uma específica dosagem de adrenalina. Para isso considerou uma amostra de 55 animais que foram submetidos a injeção de adrenalina e tiveram registradas as medidas de açúcar no sangue (unidade de miligrama por 100 mililitros de sangue). A média e o desvio padrão destas medidas foram 126,9 e 10,5, respectivamente. Obtenha um intervalo de 90% de confiança para o nível médio de açúcar.
14. Um analista deseja estudar a aceitação de uma marca de detergente. Através de dados obtidos de várias lojas ele verificou que dentre 425 caixas de detergente vendidas 120 eram da marca de interesse. Calcule um intervalo de 95% de confiança de para a proporção de interesse.
15. Para verificar se um dado era viciado, este foi lançado 120 vezes. Obteve-se 25 vezes o número 5. Calcule um intervalo de confiança para a proporção populacional (probabilidade de se obter o número 5). Comente.

Obs.: BS(2001) denota a referência do livro: Bolfarine e Sandoval (2001); \* Revisão  
CB(2002) denota a referência do livro: Casella e Bergur (2002)