Aula Aplicada

Exemplo: Uma companhia de cigarro anuncia que o índice médio de nicotina dos cigarros que fabrica apresenta-se abaixo de 23mg (máximo permitido). Um laboratório realiza 25 análises e obtém uma média 21.2 mg. Assumindo normalidade e que a verdadeira variância é 4, desejamos testar a um nível $\alpha = 5\%$ a afirmação do fabricante.

a) Obtenha o TUMP;

b) Represente graficamente:

b1) densidade da estatística do teste; b2) Região de Rejeição de Ho;

b3) Função Poder

c) Use o p-valor (nível descritivo) para testar as hipóteses. Consideres também o caso em que a media observada foi 24mg.

Resposta:

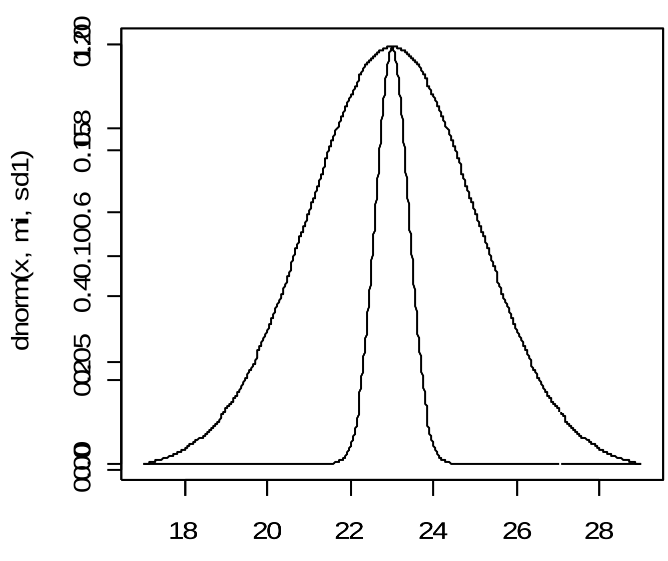
a) TUMP

Desejamos testar as hipóteses: Ho: $\mu \geq 23$ contra H_1: $\mu < 23$

Vimos que o Teste Uniformemente mais poderoso de nível 5% neste caso é definido pela região critica (região de rejeiçao de Ho) $A_1 = \{\underline{x};\ xb \leq 22{,}34\}$

b1) Densidade da estatística do teste

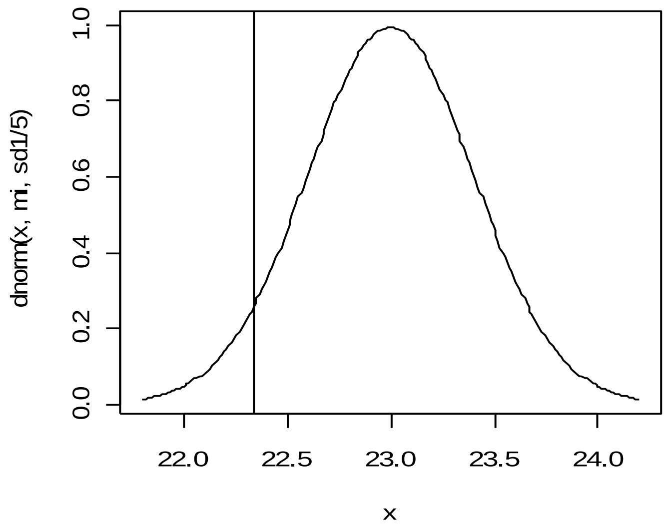
Curiosidade: Seja Xb a média amostral, que sob Ho tem distribuição normal com média 23 e variância 4. Graficamente temos



Distribuição Normal X e Xb, mi=23, sd = 2

b2) **Região de Rejeição de Ho**

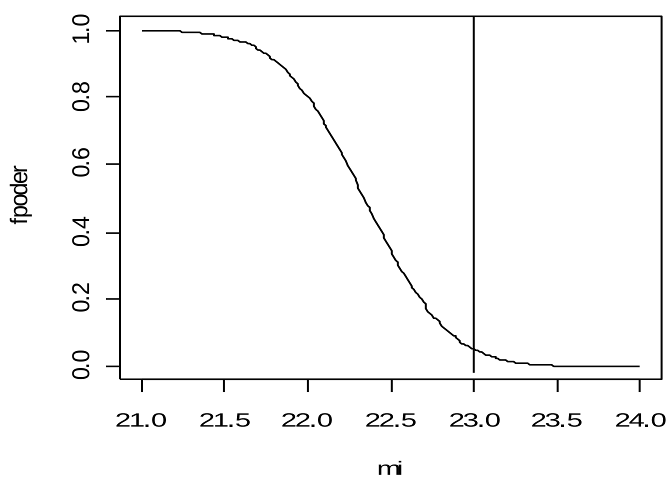
A **Região de rejeição** fica representada pela figura abaixo, valores menores que 22,34, ou seja $A_1 = \{\underline{x};\ xb \leq 22{,}34\}$



Distribuição da media amostral Xb~Normal(23,0.4)

b3) Função Poder

Função Poder $\pi(\mu) = P[Z \leq (22.34-\mu)/0.4]$ sendo Z~N(0,1)



Função Poder aula 20/05/09 - Xb~N(23,4) sob Ho

e) Entendendo o P-VALOR :

Caso1. Considerando que a media amostral observada foi 21,2 mg o P-valor é dado por $P[Z \leq (21{,}32 - 23)/0.4] = P[Z \leq -3.6] = 3.397673\varepsilon{-06}$ < 0.001

Assim, sob Ho ou seja, em uma companhia com níveis médios de nicotina superiores a 23mg (que representa a afirmação da hipótese Ho) a probabilidade de obtermos valores médios menores ou iguais a 21.32 (que é o valor de fato observado pelo laboratório) é muito pequeno (inferior a 0.1%.) E isso nos leva a rejeitar Ho (temos fortes evidencias contra Ho)

Caso 2. E se a média amostral observada fosse 24? o P-valor seria

$P[Z \leq (24 - 23)/0.4] = P[Z \leq 2{,}5] = 0.9937903$

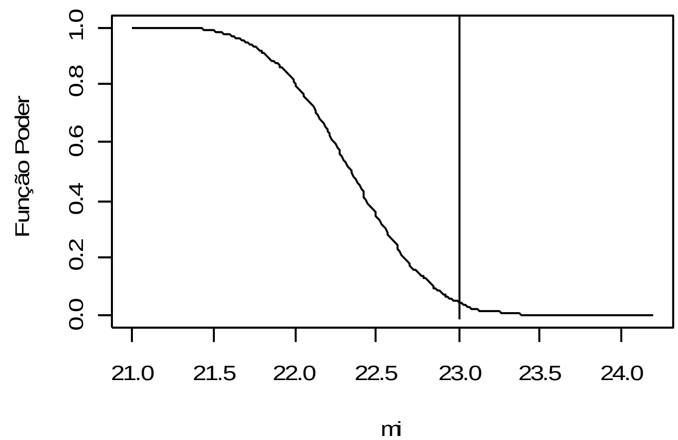
Assim, sob Ho ou seja, em uma companhia com níveis médios de nicotina superiores a 23mg (que representa a afirmação da hipótese Ho) a probabilidade de obtermos valores médios menores ou iguais a 24 (valor observado pelo laboratório) é aprox. 0.994% (muito alto!). E isso nos leva a crer que Ho é uma hipóteses provável!. Não rejeitamos Ho e consequentemente acreditamos que a afirmação da companhia não é verdadeira

Comandos R

```
# Curiosidade: Grafico da média amostral e da variável X original (Distribuição Normal)
mi=23
sd1=2
x=seq(mi-3*sd1,mi+3*sd1,by=0.01)
win.metafile(width = 4, height = 4, pointsize = 10)
plot(x,dnorm(x,mi,sd1),type="l", sub="Distribuição Normal  X e Xb, mi=23,
sd = 2")
par(new=T)
plot(x,dnorm(x,mi,sd1/5),type="l",xlab=" ", ylab= " ")
#concluir com:
dev.off()

#Regiao de rejeiçao
mi=23
sd1=2
x=seq(mi-3*sd1/5,mi+3*sd1/5,by=0.01)
win.metafile(width = 4, height = 4, pointsize = 10)
plot(x,dnorm(x,mi,sd1/5),type="l", sub="Distribuição da média amostral
Xb~Normal(23,0.4)")
abline(v=22.34)
dev.off()

#Função poder

mi=seq(21,24,by=0.01)
a=(22.34-mi)/0.4
fpoder = pnorm(a)
win.metafile(width = 4, height = 4, pointsize = 10)
plot(mi,fpoder,type="l",sub= "Função Poder aula 20/05/09 - Xb~N(23,4) sob
Ho")
dev.off()

#P-valor
a=(21.2 -23)/(2/4)
pnorm(a)
```

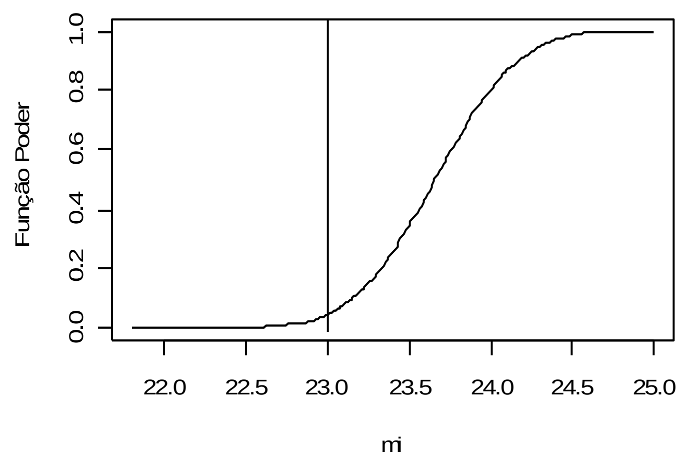
```
##########################################################################
# Comandos do  R para o gráfico da função poder para testes unilaterais e
bilateral sobre a média de uma normal, com sigma conhecido.
##########################################################################

######Entrada de dados
mo=23
sigma=2
n= 25
alfa = 0.05 # tamanho do teste
dp = sigma/sqrt(n)
##########################################################################
# Caso1=> Ho: mi >= mo   contra H1:mi < mo
##########################################################################

###### Criando a sequencia de valores para mi
mi=seq(mo-5*dp,mo+3*dp,by=0.01)
zalfa = qnorm(1-alfa)
kmi= (mo-mi)/dp
####### funçao poder
fpoder = pnorm(kmi -zalfa)
##### grafico
win.metafile(width = 4, height = 3, pointsize = 8)
plot(mi,fpoder,type="l",ylab="Função Poder",sub= "Função Poder. Caso1:
Normal,sigma conhecido, Ho: mi >= mo x H1:mi < mo")
abline(v=mo,lty=2)
dev.off()

########################################################################
# Caso2=> Ho: mi <= mo   contra H1:mi > mo
########################################################################

###### Criando a sequencia de valores para mi
mi=seq(mo-3*dp,mo+5*dp,by=0.01)
zalfa = qnorm(1-alfa)
kmi= (mo-mi)/dp
####### funçao poder
fpoder = 1-pnorm(kmi +zalfa)
##### grafico
win.metafile(width = 4, height = 3, pointsize = 8)
plot(mi,fpoder,type="l",ylab="Função Poder",sub= "Função Poder. Caso2:
Normal,sigma conhecido, Ho: mi <= mo x H1:mi > mo")
abline(v=mo,lty=2)
dev.off()

########################################################################
# Caso3=> Ho: mi = mo   contra H1:mi:= mo
########################################################################

###### Criando a sequencia de valores para mi
mi=seq(mo-5*dp,mo+5*dp,by=0.01)
zalfa.meio = qnorm(1-alfa/2)
kmi= (mo-mi)/dp
####### funçao poder
fpoder = pnorm(kmi -zalfa.meio) + 1-pnorm(kmi + zalfa.meio)
##### grafico
win.metafile(width = 4, height = 3, pointsize = 8)
plot(mi,fpoder,type="l",ylab="Função Poder",sub= "Função Poder. Caso3:
Normal,sigma conhecido, Ho: mi = mo x H1: mi := mo")
abline(v=mo,lty=2)
dev.off()
```

Caso1.



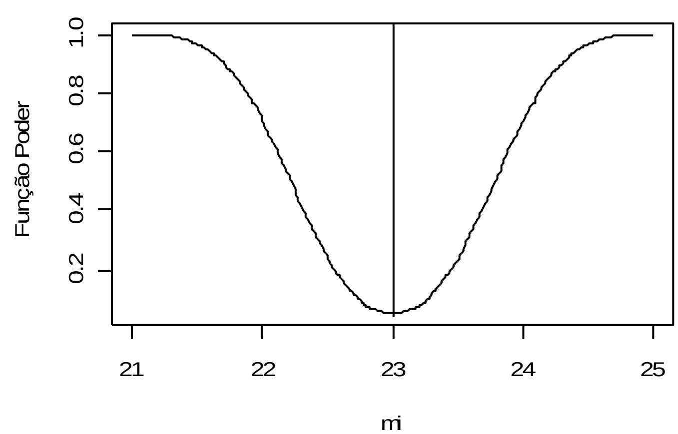
Função Poder. Caso1: Normal,sigma conhecido, Ho: mi >= mo x H1:mi <

Caso 2



Função Poder. Caso2: Normal,sigma conhecido, Ho: mi <= mo x H1:mi >

Caso 3



Função Poder. Caso3: Normal,sigma conhecido, Ho: mi = mo x H1: mi :=

Relação entre Intervalo de confiança e Teste de hipóteses (bilateral) (Usando o R)

Exemplo (Exercício 2 – Lista TH_ aplicada)

O peso médio de uma determinada peça satisfazendo normas de qualidade estabelecidas, deve ser de 300 kg. Colhida uma amostra com o peso de 30 peças obteve-se os seguintes valores:

250	265	267	269	271	275	277	281	283	284
287	289	291	293	293	298	301	303	306	307
307	309	311	315	319	322	324	328	335	339

Teste hipóteses de interesse e argumente se esta amostra satisfaz a especificação (α = 5%).

```
#Entrada de dados no R
> peso=scan()
1: 250
2: 265
3: 267
. . .
28: 328
29: 335
30: 339
31:
Read 30 items
# Outra forma de entrada dos dados
peso =c(250,   265,   267,   269,   271,   275,   277,   281,   283,   284,
287,   289,   291,   293,   293,   298,   301,   303,   306,   307,
307,   309,   311,   315,   319,   322,   324,   328,   335,   339)

# Usando a função t.test para calcular o IC e  o p-valor do teste t (TRVG para a média com sigma desconhecido)

t.test(peso,mu=300)
#RESULTADO:
One Sample t-test

data:  peso
t = -0.8295, df = 29, p-value = 0.4136
alternative hypothesis: true mean is not equal to 300
95 percent confidence interval:
 288.3325 304.9341
sample estimates:
mean of x   296.6333

#DETALHANDO OS RESULTADOS
# TESTE DE HIPÓTESE :
#t = -0.8295, df = 29, p-value = 0.4136
#alternative hypothesis: true mean is not equal to 300

# CHECANDO O CALCULO DO P-VALOR:
(pvalor = 2*pt( -0.8295,df=29))  # [1] 0.4135977

# INTERVALO DE 95% DE CONFIANÇA:
# 95 percent confidence interval: # 288.3325 304.9341
#sample estimates:   #mean of x   296.6333
```

```
teta=seq(0,1,by=0.01)
> plot(teta,pbinom(3, 30, teta, lower.tail = F),type="l")
>
```