

# 计算机视觉与模式识别

## ——图像变换实验

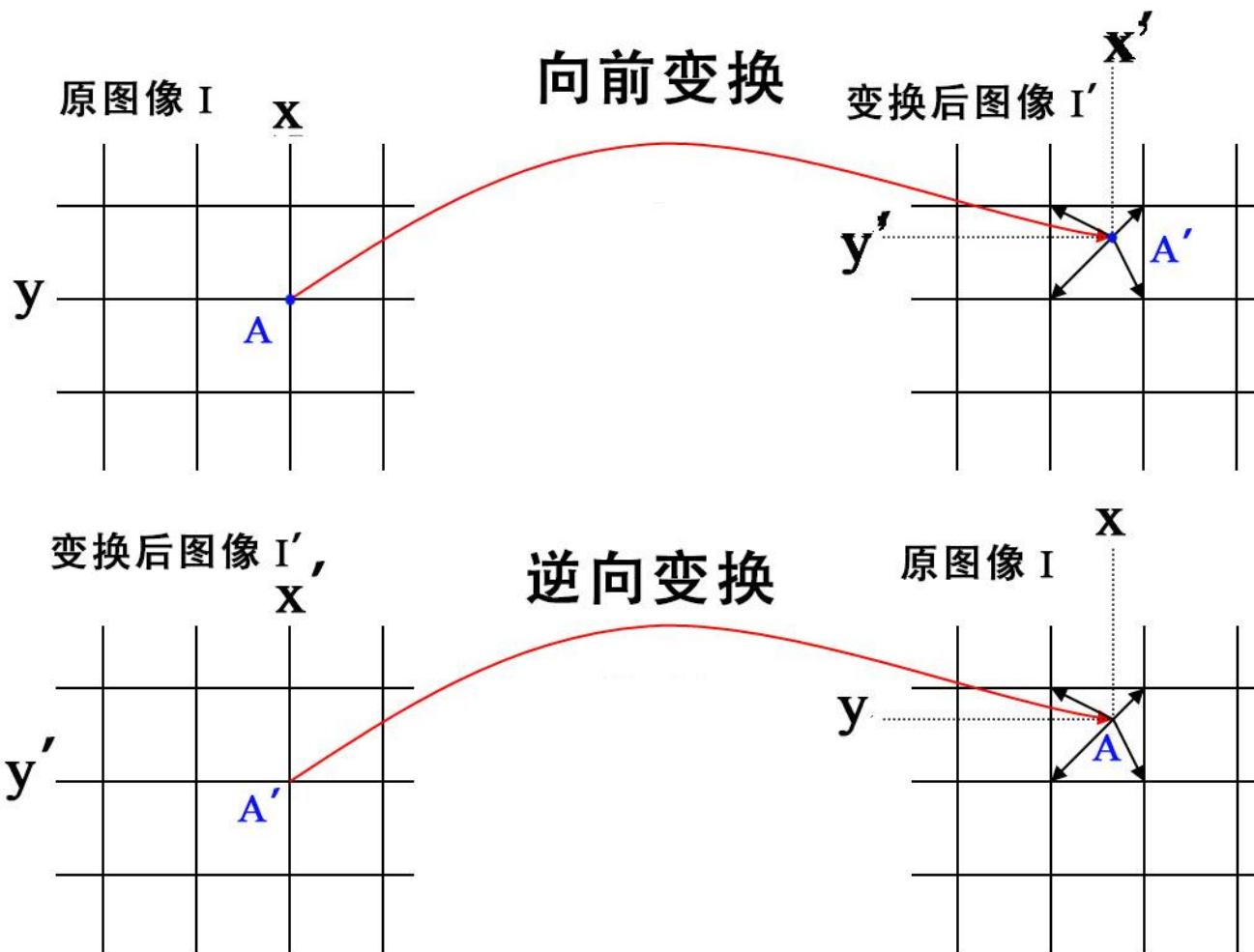
2020年11月25日

# 实验内容

1. 图像的向前变换与逆向变换
2. 图像的内插方法
  - ✓ 近邻插值
  - ✓ 双线性插值
3. 图像的几何变换

# 图像的向前变换与逆向变换

- 向前变换的缺点：
  - 1) 空洞,
  - 2) 整幅图遍历完之后才能得到该点的像素值



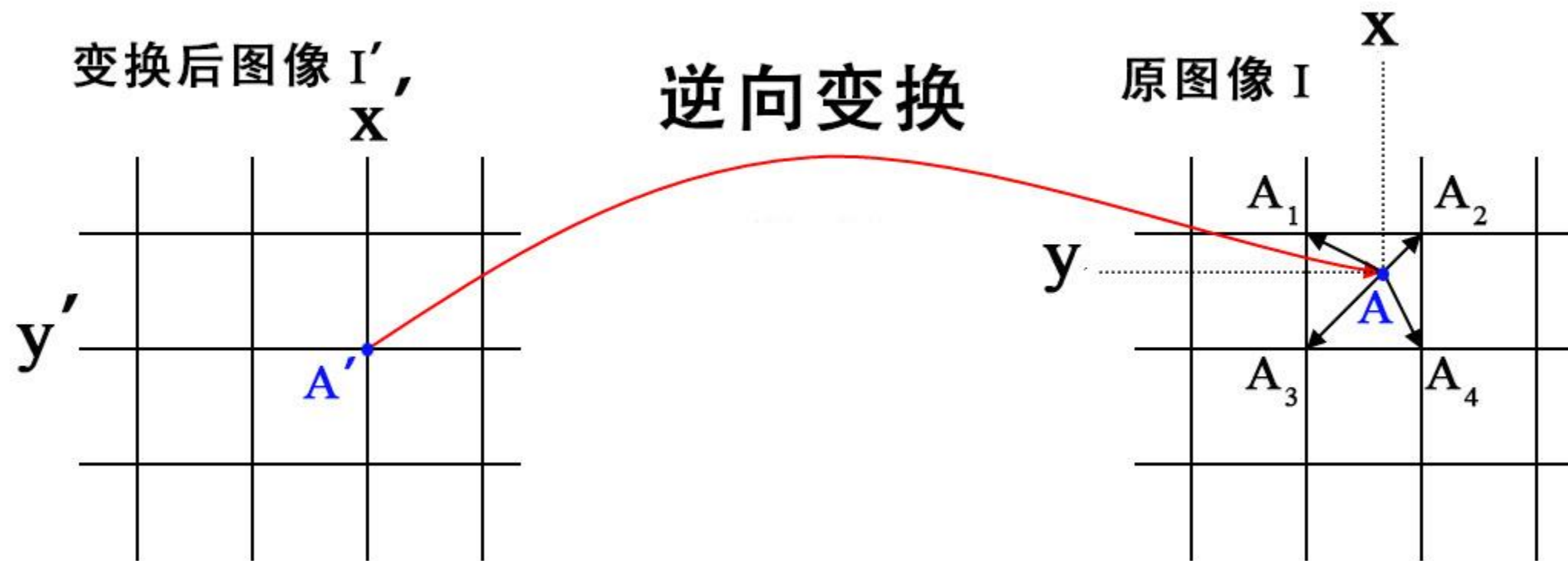
- 逆前变换就是图像插值过程

# 实验内容

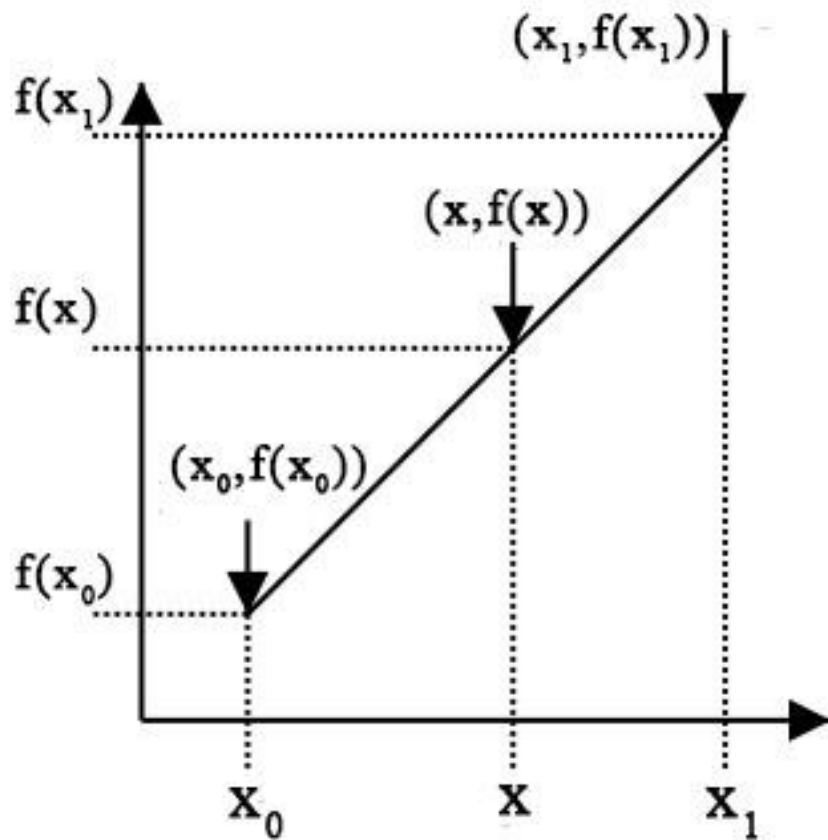
1. 图像的向前变换与逆向变换
2. 图像的内插方法
  - ✓ 近邻插值
  - ✓ 双线性插值
3. 图像的几何变换

# 近邻插值

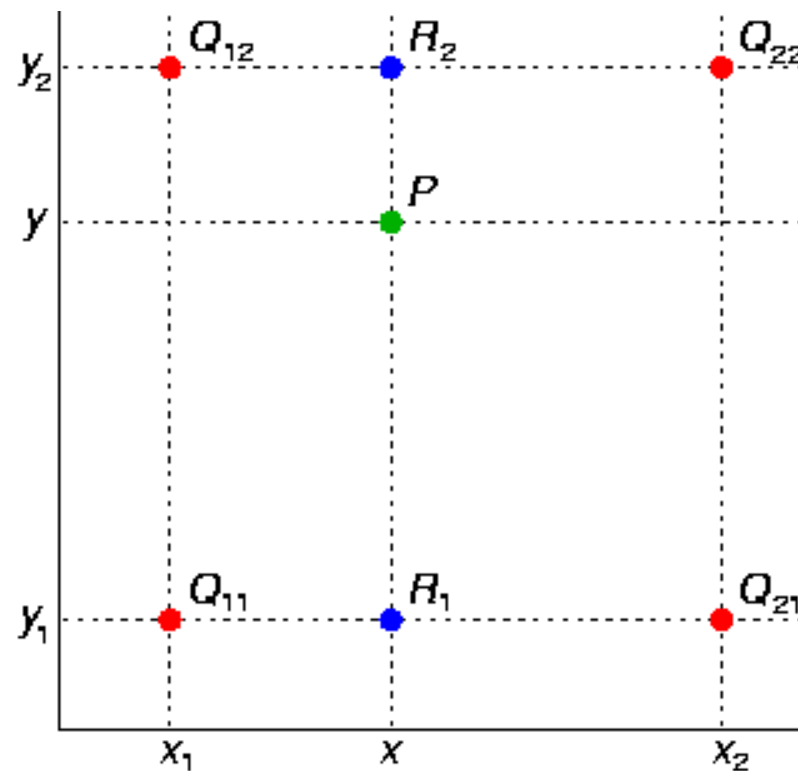
$$I'(A') = I(A_2)$$



# 双线性插值



$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$



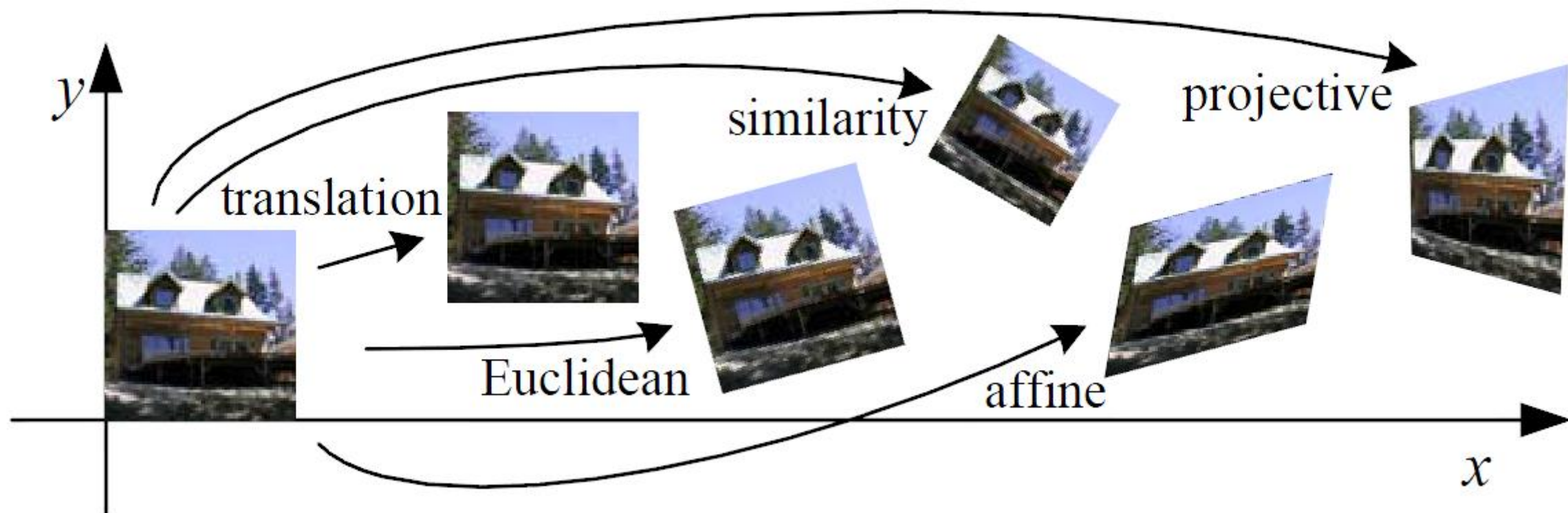
$$f(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

# 实验内容

1. 图像的向前变换与逆向变换
2. 图像的内插方法
  - ✓ 近邻插值
  - ✓ 双线性插值
3. 图像的几何变换

# 图像的几何变换

计算机视觉——算法与应用 3.6章节



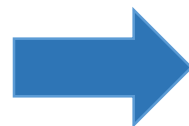


# 图像的几何变换——平移变换

平移向量

$$(t_x, t_y)$$

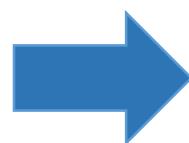
$$\begin{cases} x' = x + t_x \\ y' = y + t_y \end{cases}$$



$$\begin{cases} x = x' - t_x \\ y = y' - t_y \end{cases}$$



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

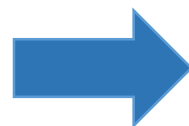


$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -t_x \\ 0 & 1 & -t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix}$$

# 图像的几何变换——尺度变换

缩放尺度  
 $(c_x, c_y)$

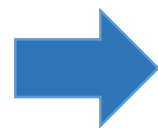
$$\begin{cases} x' = c_x x \\ y' = c_y y \end{cases}$$



$$\begin{cases} x = x'/c_x \\ y = y'/c_y \end{cases}$$



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/c_x & 0 & 0 \\ 0 & 1/c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix}$$

# 图像的几何变换——旋转变换

逆时针旋转角度 $\theta$

$$\begin{cases} x' = x \cos \theta - y \sin \theta \\ y' = x \sin \theta + y \cos \theta \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} x = x' \cos \theta + y' \sin \theta \\ y = -x' \sin \theta + y' \cos \theta \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad \longrightarrow \quad \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix}$$

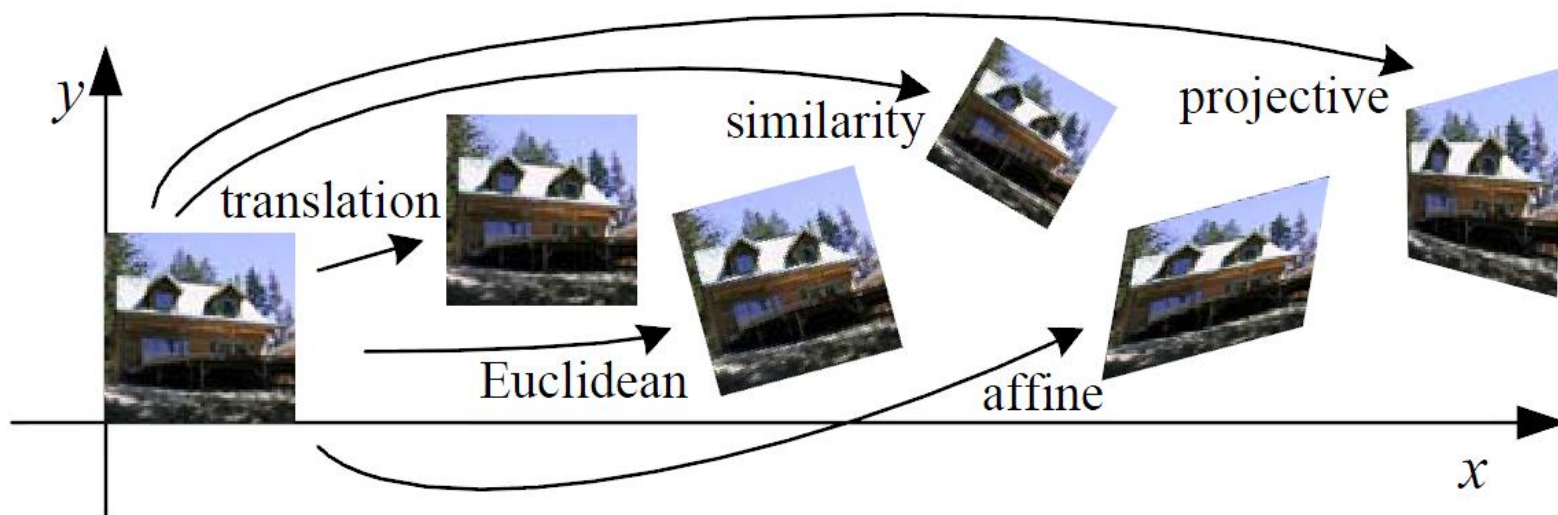
# 欧式变换和相似变换

欧式变换=平移+旋转

相似变换=平移+旋转+缩放

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & t_x \\ \sin \theta & \cos \theta & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} c_x \cos \theta & -c_x \sin \theta & t_x \\ c_y \sin \theta & c_y \cos \theta & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



# 图像的几何变换——仿射变换

$$\begin{cases} x' = a_{11}x + a_{12}y + t_x \\ y' = a_{21}x + a_{22}y + t_y \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = \frac{1}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} (a_{22}x' - a_{12}y' - a_{22}t_x + a_{12}t_y) \\ y = \frac{1}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} (-a_{21}x' + a_{11}y' + a_{21}t_x - a_{11}t_y) \end{cases}$$



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & t_x \\ a_{21} & a_{22} & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} & -a_{22}t_x + a_{12}t_y \\ -a_{21} & a_{11} & a_{21}t_x - a_{11}t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix}$$

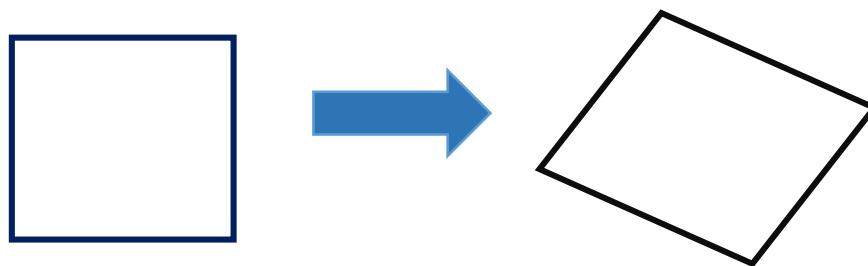
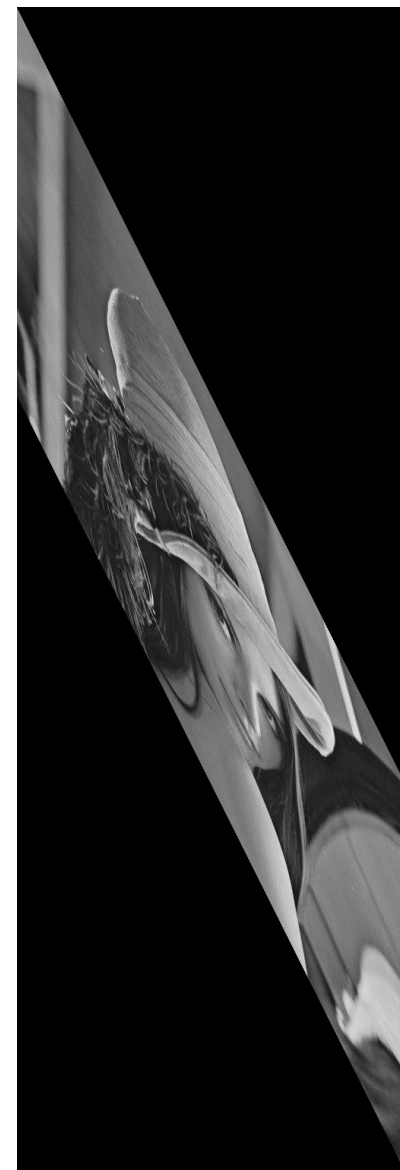
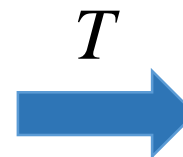
# 仿射变换举例

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = 2x + y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = x' \\ y = -2x' + y' \end{cases}$$

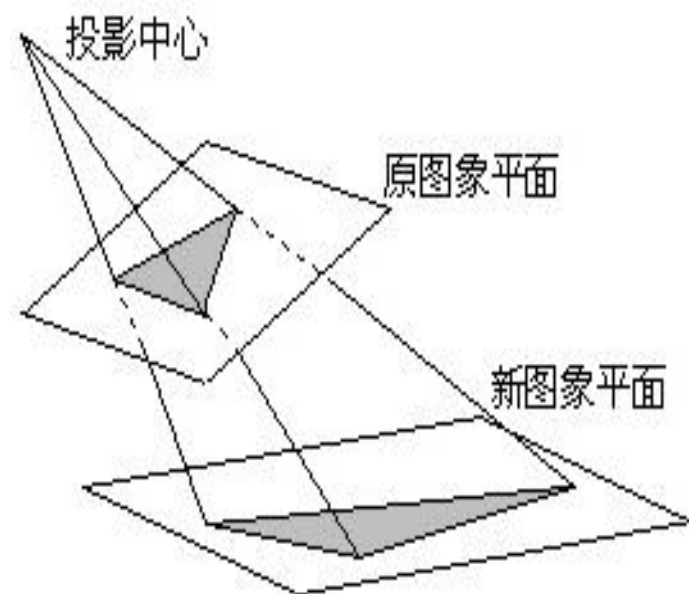
$$T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



# 图像的几何变换——射影变换

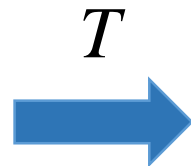
$$\begin{cases} X = h_{11}x + h_{12}y + h_{13} \\ Y = h_{21}x + h_{22}y + h_{23} \\ Z = h_{31}x + h_{32}y + 1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x' = X/Z = \frac{h_{11}x + h_{12}y + h_{13}}{h_{31}x + h_{32}y + 1} \\ y' = Y/Z = \frac{h_{21}x + h_{22}y + h_{23}}{h_{31}x + h_{32}y + 1} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & 1 \end{bmatrix}}_T \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow T^{-1}$$



# 射影变换举例

$$T = \begin{bmatrix} 0.97 & -0.14 & 117 \\ 0.02 & 1.02 & 160 \\ 0.0005 & 0.0005 & 1 \end{bmatrix}$$



$$T^{-1} = \begin{bmatrix} 1.1126 & 0.2349 & -167.7595 \\ -0.0710 & 1.0788 & -180.9208 \\ -0.0006 & -0.0007 & 1.1743 \end{bmatrix}$$



# 实验报告

**12月7日之前**提交本次实验报告;

文件命名: **班级-学号-姓名.pdf**

办 公 室: 科学馆347

电子邮箱: **1150784831@qq.com (王易博)**

**hmyao267@mail.xjtu.edu.cn**