工作日志（3.1 - 3.2）

完成的工作

- 用Matlab对"Multiplierless fast Fourier transform architecture"文中的FFT算法进行了简单的初步仿真。
- 以相同的方法完成了IFFT。
- 进行了简单的测试并通过。

问题

- 关于$w = e^{\frac{2\pi i}{N}}$
  对于DFT的计算：
  $$\hat{f}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n) w^{nk},$$
  在很多教程或教材中，我们一般取$w = e^{-\frac{2\pi i}{N}}$，但不论是在Tukey的文章还是本文中，均采用的是$w = e^{\frac{2\pi i}{N}}$。我认为这种记法其实也没有问题，因为其也可以满足有N个相互垂直、频率不同的正余弦作为基底。但若采用此记法得到的FFT函数与Matlab内置的FFT不相符，故在我的仿真中我还是采用了传统的$w = e^{-\frac{2\pi i}{N}}$。
- 关于文中利用三角函数的符号进行简化
  文中利用$cos(\phi + \pi) = -cos(\phi)$进行了如下简化：

$$\begin{aligned}\alpha(k) &= \sum_{m=0}^{7} x(m) W_8^{mk} \\ &= \left\{ \sum_{m=0}^{7} [x_{RE}(m)\cos(mk\pi/4) + x_{IM}(m)\sin(mk\pi/4)] \right. \\ &\quad \left. + j \sum_{m=0}^{7} [x_{RE}(m)\sin(mk\pi/4) - x_{IM}(m)\cos(mk\pi/4)] \right\} \end{aligned} \tag{4}$$

where, x_{RE} is the real part and x_{IM} is the imaginative part of $x(m)$. Because

$$\sin(\pi + \phi) = -\sin(\phi), \text{ and } \cos(\pi + \phi) = -\cos(\phi) \tag{5}$$

The above formula can be folded to 8-tap FIR format as

$$\begin{aligned}\alpha(k)_{RE} &= \sum_{m=0}^{3} [(x_{RE}(m) - x_{RE}(4+m))\cos(mk\pi/4) \\ &\quad + (x_{IM}(m) - x_{IM}(4+m))\sin(mk\pi/4)] \\ \alpha(k)_{IM} &= j \sum_{m=0}^{3} [(x_{RE}(m) - x_{RE}(4+m))\sin(mk\pi/4) \\ &\quad - (x_{IM}(m) - x_{IM}(4+m))\cos(mk\pi/4)] \end{aligned} \tag{6}$$

作者认为：

$$cos(\frac{(m+4)k\pi}{4}) = -cos(\frac{mk\pi}{4}),$$

但是，$cos(\frac{(m+4)k\pi}{4}) = cos(\frac{mk\pi}{4} + k\pi)$，当$k$为偶数时并不成立，故在我的仿真中也并未采用此步做法。

下一步工作

- 如果仿真存在问题，则继续修改，
- 如果仿真通过，则继续学习FFT，并等待老师下一步的指导。