# Metody numeryczne zadanie nr 3

Mateusz Miotk
Sylwia Kaczmarczyk
Michał Kulesz

December 16, 2012

## 1 Treść zadania

**Zadanie 3.1** Zagadnienie różniczkowe: $y' = 2y^2 - 2x(x^3 - 1), y(1) = 1$
rozwiązać na przedziale $[1, 3]$ metodą Eulera oraz zmodyfikowaną metodą Eulera zwaną metodą punktu środkowego.
Wyniki porównać z rozwiązaniem dokładnym $y(x) = x^2$.

## 2 Podstawy teoretyczne

### 2.1 Metoda Eulera

Niech będzie dane równanie różniczkowe zwyczajne $y' = f(x, y(x))$ z warunkiem początkowym $y(x_0) = y_0$
Metoda Eulera polega na zastąpieniu krzywej całkowej $y = y(x)$ przechodzącej przez punkt $M_0(x_0, y_0)$, odpowiadający warunkom początkowym, łamaną $M_0, M_1, M_2, ..,$ o wierzchołkach $M_i(x_i, y_i), i = 0, 1, 2, ...,$ składającą się z odcinków prostych.
Wykorzystywane jest tutaj dane rownanie rekurencyjne:

$$\begin{cases} y_0 = y(x_0) \\ y_1 = y_0 + hf(x_0, y_0) \\ y_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i) \end{cases}$$

gdzie h jest krokiem na osi x.

### 2.2 Zmodyfikowana metoda Eulera

Idea jest podobna ale wykorzystywany jest inny wzór rekurencyjny:

$$\begin{cases} y_0 = y(x_0) \\ y_1 = y_0 + hf(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + f(x_0, y_0) \cdot \frac{h}{2}) \\ y_{i+1} = y_i + hf(x_i + \frac{h}{2}, y_i + f(x_i, y_i) \cdot \frac{h}{2}) \end{cases}$$

## 3 Algorytm realizujący zadanie

### 3.1 Algorytm

1.Program będzie wymagał od użytkownika "dopóki mu się nie znudzi" parametru h gdzie $h \in [0, 1]$
2.Następnie dla danego parametru h w przedziale $[1, 3]$ będzie liczone rozwiązanie metodą Eulera oraz Zmodyfikowaną metodą Eulera.

### 3.2 Przykładowe rozwiązanie

Dla h = 0.5 rozwiązanie wynosi:
Metoda Eulera:
$X_0 == 1.500000 Y_0 == 2.000000 Dokl = 2.250000 Blad == 0.250000$
$X_0 == 2.000000 Y_0 == 2.437500 Dokl = 4.000000 Blad == 1.562500$
Metoda Mid-Point
$X_0 == 1.500000 Y_0 == 2.058594 Dokl = 2.250000 Blad == 0.191406$
$X_0 == 2.000000 Y_0 == 0.171691 Dokl = 4.000000 Blad == 3.828309$

Dla h = 0.25 rozwiązanie wynosi:
Metoda Eulera:
$X_0 == 1.250000 Y_0 == 1.500000 Dokl = 1.562500 Blad == 0.062500$
$X_0 == 1.500000 Y_0 == 2.029297 Dokl = 2.250000 Blad == 0.220703$
$X_0 == 1.750000 Y_0 == 2.307070 Dokl = 3.062500 Blad == 0.755430$
$X_0 == 2.000000 Y_0 == 1.153902 Dokl = 4.000000 Blad == 2.846098$
$X_0 == 2.500000 Y_0 == -3.451778 Dokl = 6.250000 Blad == 9.701778$
Metoda Mid-Point
$X_0 == 1.250000 Y_0 == 1.542847 Dokl = 1.562500 Blad == 0.019653$
$X_0 == 1.500000 Y_0 == 2.136079 Dokl = 2.250000 Blad == 0.113921$
$X_0 == 1.750000 Y_0 == 2.309015 Dokl = 3.062500 Blad == 0.753485$
$X_0 == 2.000000 Y_0 == -1.428743 Dokl = 4.000000 Blad == 5.428743$
$X_0 == 2.250000 Y_0 == -0.800476 Dokl = 5.062500 Blad == 5.862976$
$X_0 == 2.500000 Y_0 == 5.506390 Dokl = 6.250000 Blad == 0.743610$

## 4 Opis programu

### 4.1 Opis struktur danych oraz funkcji w programie

### 4.2 Opis wejścia-wyjścia

### 4.3 Treść programu

### 4.4 Zrzuty wybranego programu