2016 华为软件精英挑战赛
寻路算法-思路总结

队　　伍：六院八队

作　　者：王东旭、易惠康、韩　晗

完成时间：2016.6.6

版权声明

1、代码和本文章作者：王东旭、易惠康、韩　晗，完成时间：2016.6.6

2、未经作者同意，请勿将代码和本文章转发、搬运至互联网其它平台

3、在代码和本文章中，提到的由作者自己想出的算法思路，未经作者同意请勿私自用于自己 paper 中

4、参赛作品版权归属

以下内容摘自 http://codecraft.huawei.com/home/introduce 。

依据国家有关法律法规，凡主动提交作品的参赛者或参赛团体，主办方认为其已经对所提交的作品版权归属作如下不可撤销声明：

4.1 原创声明：

参赛作品是参赛者原创作品，未侵犯任何他人的任何专利、著作权、商标权及其他知识产权。

该作品未在报刊、杂志、网站（含开源社区）及其他媒体公开发表，未申请专利或进行版权登记的作品，未参加过其他比赛，未以任何形式进入商业渠道。入围奖以上的参赛者保证参赛作品终身不以同一作品形式参加其他的设计比赛或转让给他方。否则，主办单位将取消其参赛、入围与获奖资格，收回奖品及并保留追究法律责任的权利。

4.2 参赛作品知识产权归属：

入围奖以上的获奖作品的版权归大赛组委会所有，大赛组委会独家拥有包括但不限于以下方式行使著作权：享有对所属大赛作品方案进行再设计、生产、销售、展示、出版、开源和宣传等权利。

4.3 免责声明：

比赛中所涉及肖像权、名誉权、隐私权、著作权、商标权等引起的纠纷，一律由参赛者 或参赛团体承担法律责任（主办方概不负责）

1 概述

1.1 写在前面的话

首先，感谢比赛的工作人员们，比赛的成功举办离不开你们在比赛背后的努力与付出，为我们选手保驾护航。这次深圳之行也见到了出题人，出 case 的博士，回答问题的版主大人。作为选手，见到大牛们和 HR 在为我们不辞辛苦地奔波真的感到非常感动。让我们再看他们英俊的身影看 ，快戳我。

我们作为参加比赛的老司机，本科时候也是参加过各种比赛，拿过各种奖，在我们看来，比赛有三点好处：

1、收获一群志同道合的小伙伴。

2、获得知识、技能，锻炼自己。人的潜力在比赛中、在竞争中才会更加凸显。所谓 deadline 是第一生产力。

3、拿奖、拿钱、拿 offer。

至于公平性、开源代码、跨赛区等撕逼话题，请转 http://www.znczz.com/thread-105261-1-1.html，其中的“传承”可以替换为“开源代码”，意思差不多。这是本人（王）本科做了三年的某比赛的论坛某贴，一直珍藏。虽然比赛不一样，可是里面写的话我感觉不仅适用于比赛，也适用于工作生活，拿来与大家分享。附上当年参加比赛的身影：http://v.youku.com/v_show/id_XNzQ3MDUzODQ0.html，链接：http://pan.baidu.com/s/1o7SK8yQ 密码：ihbn。 这个比赛是偏硬件、控制，为期更长，需要付出更多，会有更大的不确定性，由于学校传承、裁判的偏心或失误会造成更大的不公平性。

回到华为比赛，我感觉才举办第二届就办成这么有模有样已经很成功了。现实中没有十全十美的事情，组委会既然制定了规则，只有没有 bug，大家在同一规则下竞技就好了，失败了的原因只有一个：技不如人。少找客观原因，多找找代码的 bug 和新的思路才是正道。经常看到论坛的楼盖着盖着就歪了，也是醉了。。。

写着写着又写多了，总之一句话：少些撕逼多些技术交流，付出多少和获得多少成正相关。大家通常看到的只是结果，但看不到比赛背后选手没日没夜的付出。从赛题公布到比赛结束，我们队三个人休息的日子一只手可以数的过来，一起往返于寝室、食堂、实验室，感谢两位妹子队友，一起走过比赛的日子。Ps，不要看低妹子哦，写代码也是不比男生差的。

题外话 1：我们认为 8 强中的 Freedom 队应该是前三的水准，谁知被我们队坑死在 8 强中，尤其是官方 case4 求解出权值在 2000 内，佩服佩服。可惜啦，orz...

题外话 2：武长赛区三只队伍分到一个小组，如果没分到一个小组的话很可能武长拿到 4 个 16 强，可惜啦，orz...

顺带推荐一个 download 论文的利器，传送门：http://www.sci-hub.cc/。具体是什么大家自行百度，一般人我不告诉他。

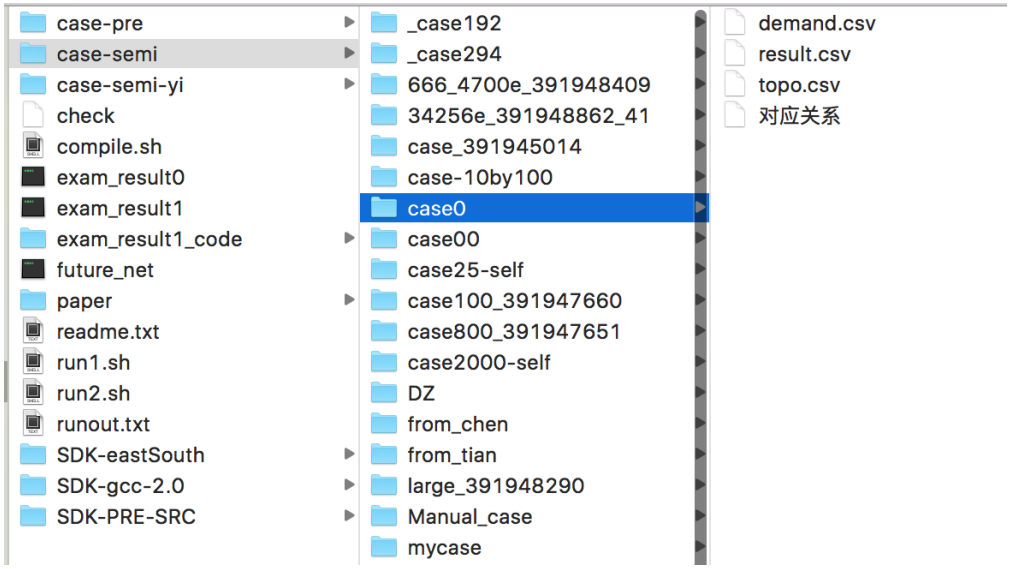
关于本项目的所有编码上的、算法上的、case 上的问题，欢迎邮件或 QQ 等方式同我们交流。QQ：452570607(易) 912385457(王) 799279601(韩)。

1.2 工程使用方法&目录结构

工程使用方法：将整个工程 download，放到 linux 系统下，cd 到 run1.sh 和 run2.sh 所在文件夹下，终端输入./run1.sh 或./run2.sh 即可。

run1.sh： 编译、执行、检测三合一脚本（测试零散的 case，方便精细测试），对应的 case 位于 case-semi 文件夹下，如果想增加例子可以依照脚本写的那样增加 N[${#N[@]}]="yourcase"，在 case-semi 下增加 yourcase 文件夹，放入 topo.csv 和 demand.csv，目录结构如下图。并且 run1.txt 中有很多 case 的最优解记录，供大家参考。

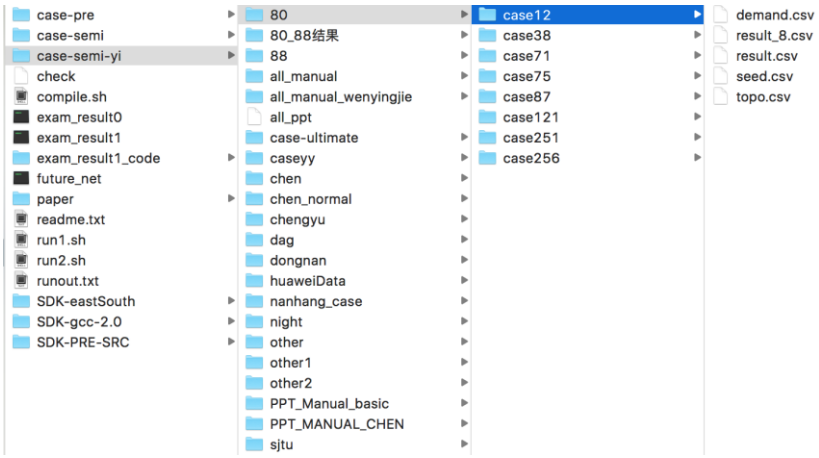
case-semi：复（决）赛 case，里面的每个子文件夹就是一个 case，所有 case 起名必须是 topo.csv 和 demand.csv。类似 case800_391947651 或 case100_391947660 这样的 case，后面的那个数字是论坛网址，例如第一个是 http://bbs.csdn.net/topics/391947651。



run2.sh：编译、执行、检测三合一脚本（测试整个文件夹 case，方便整个文件夹例子的测试，其实主要用于决赛前和很多队伍交流 case 的测试），对应的 case 位于 case-semi 文件夹的子文件夹下，如果想增加例子可以依照脚本写

的那样增加 NAME[0]="case-semi-yi/yourcaseFolder/"，在 case-semi-yi 下增加 yourcaseFolder 文件夹，将含有 topo.csv 和 demand.csv 的多个文件夹放进去，如下图所示。

case-semi-yi：复（决）赛 case，里面的每个子文件夹包含 n 个 case，所有 case 起名必须是 topo.csv 和 demand.csv。



compile.sh：用于编译，输入参入为 0、1、2，默认为 1。代表的含义是 0：开源代码 SDK-PRE-SRC/，1：自己的代码 2：南京苏州赛区“司机小胖”队代码。

runout.txt：是每次运行时候程序 stdout（即 printf）的输出结果（执行 future_net 时做了输出重定向）

future_net：程序的可执行文件

check：来自 dz 队的 result.csv 检查程序，感谢之

exam_result0：自己的 result.csv 检查程序的可执行文件，用于初赛检测单条路的合法性

exam_result1：自己的 result.csv 检查程序的可执行文件，用于复赛和决赛检测两条路的合法性，无 argv 参数则输出简略结果，随便增加一个 argv 参数就可以输出详细结果

exam_result1_code/：自己的 result.csv 检查程序源码

data_generator/：随机用例生成 matlab 脚本

case-pre：初赛 case，里面的每个子文件夹就是一个 case，所有 case 起名必须是 topo.csv 和 demand.csv

SDK-PRE-SRC/：使用 LKH 开源代码实现的复（决）赛程序

SDK-gcc-2.0/：自己完全重写的 LKH 复（决）赛程序（和原版 lkh 最大区别在于 K-opt 是有向的）

SDK-eastSouth/：南京苏州赛区“司机小胖”队代码，同样用的 LKH 算法。在求一些 case 时结果非常棒，但是代码不是很健壮，某些例子会 segmentation fault。个人感觉程序再做的健壮和完善一些，是很有实力进四强的，惋惜~

paper/：几篇很有用的文献

paper/opt-pictures/：有向 K-opt 的图解

1.3 程序结构

声明：由于源码过多，以下每个图片中的代码仅仅是源代码中的一部分，部分代码用文字替代，可以看成是个框架，这样做只是方便大家阅读和顺下思路，具体细节请看源文件。

1.3.1 coding 分工

整个工程会出现两种风格的代码。如遇到相应代码读不懂的情况请对号找人。

易：MinimunSpanningTree.cpp、Minimun1Tree.cpp 、KM.cpp、candidate.cpp、Heap.cpp，手造特例说明.pptx。

王、韩：其它 cpp 文件和 shell 脚本。

1.3.2 search_route 函数

```
void search_route(char *topo[MAX_EDGE_NUM], int edge_num, char *demand[MAX_DEMAND_NUM], int demand_num)
{
    G.initial(topo,edge_num);
    Road0.initial(demand[0], &G, 0);
    Road1.initial(demand[1], &G, 1);
    Road::search_double_route();
}
```

1.3.3 search_double_route 函数

```
void Road::search_double_route()
{
    setPunishMethod();//设置惩罚方式和迭代轮数
    for(routeCn = 0; routeCn < routeCnMax; routeCn++)
    {
        初始化两个road;
        Rp和Rpo赋值;
        for(iteration = 0; iteration < iter[routeCn] ;iteration++)
        {
            //寻找单条路
            Rp->search_single_route(Rpo);
            if(寻找单条路失败)
                break;

            //求出两条路重复边的数量和id号
            setReIdList(&Road0,&Road1);

            //如果找到更好的解就重写结果字符串
            if(iteration>=1 && findBetterResult)
                reWriteResult(Road0.VtourCn,Road0.VtourId,Road1.VtourCn,Road1.VtourId);

            //满足(超时、无重边、和上次迭代路权值一样、和上上次迭代路权值一样)则输出、跳出,否则继续迭代
            if(breakAvailable)
                break;
            SWAP(Rp,Rpo);
        }
        if(超时) break;
    }
}
```

1.3.4 search_single_route 函数

```
void Road::search_single_route(Road *Rpo)
{
    给当前要求的这个road设置惩罚;
    if(之前带形同的惩罚求过这条路)
    {
        从hash列表里面取出结果;
        return ;
    }

    初始化initial isMust、num、list、roadCost、solveTspCn、isUseCopy、cost;

    //转化为tsp问题,每次都是新的tsp
    while(1)
    {
        solveTspCn++;        //tsp求解次数+1
        setVcost_SPFA();     //find shortest path and record path in V
        setCost();           //Vcost到cost值的转换
        roadCost[0] = LKH();
        if(road有解)     setTour();

        if(road无解)
        {
            if(solveTspCn == 1) break;       //case A:第一次就没求出路径直接退出
            if(不使用double重复non-must点方案) //case B:上次没使用复制点导致没有解,恢复有复制点的状态
            {
                设置:使用double重复non-must点方案;
                恢复使用前的状态;
                continue;
            }
            else break;                  //case C:上次使用复制点了仍然没有求出解(其实不太可能)就跳出吧
        }
        else
        {
            设置:不使用double重复non-must点方案;
            //有路径条件下:记录最终路径,包含所有must-node和部分non-must-node
            setVtour();
            //有路径条件下:没有重复点则跳出,正常输出路径;有重复点则把重复点加入VV,继续找
            if(examRepeatNode() == 0)   break;
            //还有重复点,但是time out,then break,output NA
            if(超时) {break;}
        }
    }
    if(road有解)
        setVtourId();        //设置解得路径上的id
    swapGraphCostBack(Rpo); //将Graph的权值矩阵恢复设置惩罚前的状态
    if(road有解)
        setVtourCost();      //设置解得路径的cost
}
```

1.3.5 LKH 函数

```
long long Road::LKH()
{
    //使用次梯度优化来得到候选集,如果直接得到tour就跳到"存储返回"
    if(creatCandidates(bestCostMin))
        return bestCostMin;

    //使用Trials次findTour(主要是opt边交换操作),记录最好的路
    resetBestSucc();
    for(trial = 0,Trials = num;trial < Trials;trial++)
    {
        bestCost = findTour(bestCostMin<UnReachCost);
        if(bestCost < bestCostMin)
        {
            bestCostMin = bestCost;
            storeBestSucc();
        }
    }
    return bestCostMin;
}
```

1.3.6 findTour 函数

声明：在 findTour 和 3、4、5-opt 等函数中，会使用点的权值（程序变量名为 pi），增加点的权值相关理论请见 2.3.2。

在 LKH 源码中，有一个表示精度“Precision”的概念，在源代码中默认是 100。通常点权 pi 是不太大的，可以把新边权值设为：

Dij= Precision *Cij + Pi(i) + Pi(j);

所以在最后求到路得解得总权值时候，要减去 Pi 的和，再除以 Precision。

我们队的做法是 Dij= Precision <<7u + Pi(i) + Pi(j)；相当于 Precision=128，因为移位操作比乘法省时间。所以 findTour 最后有：减去 sumPi 和>>7u 。

```
long long Road::findTour(unsigned char hasFindTour)
{
    unsigned char KMFindTour = false;
    long long bestCost = initialTour(hasFindTour,KMFindTour);
    if(!KMFindTour)
    {
        while(1)
        {
            _5_OPT(bestCost);
            if(_4_OPT(bestCost))    continue;
            break;
        }
    }
    return (bestCost - sumPi)>>7u;
}
```

1.3.7 其它重要函数

setPunishMethod()：见代码注释。

_3_OPT()、_4_OPT()、_5_OPT()：见/paper/opt-pictures 的图解和 LKH 源代码 LKH-2.0.7 和 LKH report。这里读懂论文理解起来就非常简单了。

initialTour：情况 LKH 源代码的相应文件，注释写的比我清楚。如果在极端情况，最后一次 findTour 还求不出可能解，可以认为出现了 LKH 的短板，使用 KM 算法初始化一个可行解。

setReIdList：这个函数用与求解出两条路得重复边，及其数量。使用了一个 label 变量，使时间复杂度为 O（m+n），m 和 n 分别是两条路的节点数。

1.4 复赛和决赛使用用例

我们复赛使用的 case 是：case-semi/_case192 和 case-semi/_case294。

其中 192 这个 case 是 http：//bbs.csdn.net/topics/391943287 这四个例子的简化版本（去掉最后那个大尾巴）的组合。

其中 294 这个 case 也是小 case 的组合，素材来自于 case-anti/目录下的 4 个 case，这几个是队友手工制造的，详情可参考同一目录的“手造特例说明.pptx”。

决赛使用的两个 case 都是 case-semi/topo1800（同 mycase/case2），来自论坛，网址是：http：//bbs.csdn.net/topics/391939567。感谢分享这个 case 的小伙伴 。

亚军 Spirits 队使用的 case 是 Spirits/case4 和 DZ/up2（同 mycase/case5）。后面这个 case 来源比较曲折，本来是 DZ 队复赛时候的 case，互相交流时候发给我们队进行测试，后来我发给我们武长赛区测试 7 个 case 中就包含这个 case，结果就这一个 case 不如 Spirits 队，结果 Spirits 队就用上了，orz...

1.5 符号描述

全文使用以下符号：

必须点	must-node
非必须点	non-must-node
可达边最大值 MaxReachCost	100
所有点个数上限 MaxV	2000
小无穷不可达 SubUnReachCost	（MaxReachCost*MaxV + 1）
大无穷不可达 UnReachCost	（SubUnReachCost*（MaxV + 1））

1.6 调试环境

主机系统为 mac，虚拟机为官方指定 ubuntu 系统。两个系统使用文件共享，可以在 mac 下高效编程，ubuntu 下真实运行。mac 下 ssh 远程 ubuntu，很方便在 mac 中用命令行（实际使用的是 iTerm+zsh）调试 ubuntu 下的程序。不光是 mac，也推荐 windows 下的小伙伴使用这样的方式，高效编程与调试。

主机 CPU 是 2.7 GHz Intel Core i5，如果机器较慢，如 i3，可以把 future_net.h 中的时限宏定义 TIME_OUT 调大一点，否则将影响运行结果。

推荐一个软件 Understand，查看代码的利器，可以把程序的各种结构用图表示出来，还有代码分析，感觉非常棒。

2　求单条路思路

LKH 算法是 Keld Helsgaun 对于 Lin-Kernighan 算法的改进。

求单条路的精髓在于 LKH 算法中的 K-opt（边交换）操作，初赛时我们在源码（8000 行代码）的基础上进行修改，复赛后我们将 LKH 的核心 K-opt 重写了一遍（核心不到 500 行代码，主要是_3_opt.cpp，_4_opt.cpp，_5_opt.cpp）。

由于原版代码是无向 K-opt（即使是 atsp 问题也是转化为 tsp 来求的），而华为比赛的题目是有向图，所以我们自己实现了有向 3、4、5-opt（不存在有向 2-opt）。6-opt 虽然也搞出来了，但是 5-opt 已经很好了，而且没时间调 6-opt 了，所以最后没有用 6-opt。

原码 LKH-2.0.7 下载地址是 www.akira.ruc.dk/~keld/research/LKH/，理论依据参考这个下载包中的 DOC/LKH_REPORT.pdf，也可以参考 Keld Helsgaun 的几篇论文。另外理论依据还有 DOC/LKH_REPORT.pdf 中参考文献的几篇文献，例如 karp 的最小生成树的两篇篇，atsp 到 tsp 转化的文章，等等，均列在了本文最后的参考文献部分，另外还有《迷茫的旅行商_一个无处不在的计算机算法问题》这本书也不错。

2.1 算法描述

search_single_route 算法描述
1、规模压缩：使用 SPFA 算法求所有 must-node 间最短路，并记录路径（见 setVcost_SPFA()函数）； 2、转化为 atsp 问题：起点 s 和终点 t 合并（新点的出度为 s 的出度，入度为 t 的入度），两个 must-node 间如果没有路则设为 UnReachCost(见 Road::setCost()函数)； 3、使用 LKH 算法求解 atsp 问题：一次 Ascent 操作求候选集（见 creatCandidates 函数），n（必须点个数）次 findTour()操作。每次 findTour 操作包括一次 initialTour()和多次“有向 4-opt”和“有向 5-opt”操作； 4、根据 3 中得到的 atsp 的解和 1 中记录的路径，检查有无“重复使用的 non-must-node”。如果有，“升级”这些重复使用的 non-must-node 为 must-node，转到 1 重新求解；如果没有则求解成功(见 examRepeatNode 函数)。

2.2 规模压缩阶段

通过测试，dijkstra 的 heap 版本和 spfa 性能差不多，都优于 floyd。最后我们使用了 n 次（所有点个数）单点 spfa。具体代码详见 setVcost_SPFA（）函数和 setVcost_DIJ（）函数。

我们组的理解：non-must 点用做松弛操作的中间点，must 点不用做松弛操作的中间点。

2.3 解决 atsp 问题

解决 tsp 的算法中，LKH 很厉害，求解速度和权值都很棒，而且还能解决 atsp 问题（atsp 转化为 tsp）。

atsp 到 tsp 转化的理论依据为：TRANSFORMING ASYMMETRIC INTO SYMMETRIC TRAVELING SALESMAN PROBLEMS.pdf。这个论文可以把 tsp 问题方便地转化为 atsp 问题，顶点只需要 double 下。理解起来很简单：每个点都有个复制点，原点与复制点间距离设置为-∞（可以在程序中设置为一个绝对值很大的负数），原点只保留入度，舍弃的出度给复制点。（吐槽下，LKH report 里写的是原点保留入度，但是代码里原点保留出度）。

2.3.1 ascent 阶段-求候选集

LKH 对于 LK 的最大改进有两点：每个点求 x 个候选集，opt 操作从 2、3opt 变成 5-opt。

候选集个数 x 默认为 5，LKH 通过大量的实验测试过 5 个应该足够，有时候甚至 4 个就足够。论文原话为(LKH report Page27 最下)：Thus, in all test problems the algorithm was able to find optimal tours using as candidate edges only edges the 5 α-nearest edges incident to each node. Most of the problems could even be solved when search was restricted to only the 4 α-nearest edges。

Ascent 阶段就是求候选集的阶段，在这一阶段我们使用的是求 2*n 个节点的候选集(我们只在求候选集的阶段转化为 2*n 个节点了，opt 操作时是 n 个)。求出 2*n 个节点的候选集后：

原点（包含出度的点）的候选集（实际是出度候选集）作为真实的候选集

复制点（包含入度的点）的候选集（实际是入度候选集）放入相应入度节点的真实候选集。

如果没有读过 LKH 的 report 和上面提到的 atsp 到 tsp 转化的文章，上面写的比较难理解。

举个简单的例子：如果有三个点 A，B，C，经过 atsp 到 tsp 的转化，有 A，A’，B，B’，C，C’（带’的是复制点，包含入度的点）。

假设经过 ascent 求得候选集如下（由于 X 到 X’的距离为-∞，所以 X 到 X’互相出现在对方的候选集里面）：

A：A’

A’：A，B

B：B’，C’

B’：B，A

C：C’，A’

C’：C

使用①，得到“出度候选集”：

A：A’

B：B’，C’

C：C’，A’

使用②，以 A’：A，B 为例，由于 A’是包含入度的节点，所以 A 和 B 是 A’的“入度候选集”，可以把 A’放到 A 和 B 的“出度候选集”。所以扩充的“出度候选集”如下：

A：A’，A’

B：B’，C’，A’

C：C’，A’

然后把 B’：B，A 和 C’：C 也扩充进去，最后得：

A：A’，A’，B’

B：B’，C’，A’，B’

C：C’，A’，C’

去掉重复的，去掉自己到自己的，得到

A：B’

B：C’，A’

C：A’

去掉’，得到

A：B

B：C，A

C：A

至此，候选集已经求出，为下面的 opt 操作做好了准备。上面的例子只是随便举得，很多不得当的地方，勿较真，理解就好，如不理解请去看论文。

2.3.2 LKH report 几个非常重要的理论

1-tree（report P18 页）：在最小生成树上加一条边，会出现一个环。

α-nearness（report P20 页）：可以简单理解为某一条边成为最优解的一条边的可能性，值越小，可能性越大。

增加点权，最优路不变原理（report P24 页上半页）：dij=cij+πi+πj，就是说新的边权=原来的边权+两端点的点权，在 report 中点权表示为 π。

次梯度优化（report P25 页）：不断求 1-tree，优化节点的“点权”。简单地理解就是：不断用力挤压 1-tree，目的是形成一棵 thin tree，最好的情况下是形成只有一个环的 1-tree。

当然还有好多理论也必将重要，如果想弄懂 LKH 的原理，精读 LKH 的 report 是最快最有用的。

2.3.3 无向 K-opt

原版 LKH 使用的是无向 K-opt，具体可以参考 report 的 P8-P16 和 P28-P30，或者通读 LK 的文章 An Effective Heuristic Algorithm for the Travelling-Salesman Problem。

简单理解 K-opt：可以打个简单的比喻，在有一条初始化路的前提下，可以把这个环路看成一条绳子，K-opt 操作就是把绳子剪 K 刀，然后把这 K 小段重新组合在一起。可以看下图，分别是无向 2、3、4-opt：

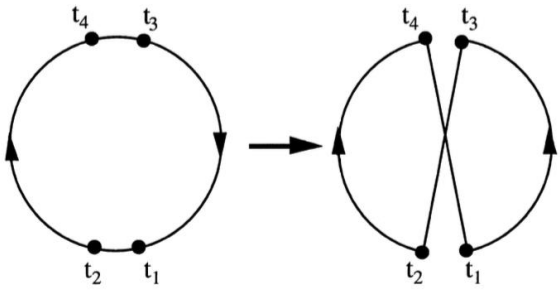


Fig. 1. A 2-opt move.

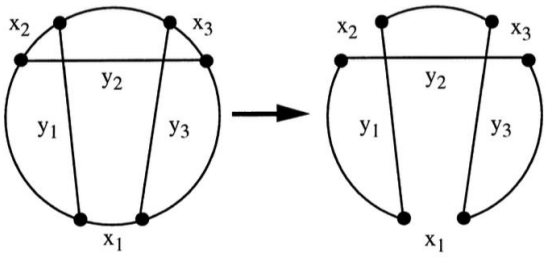


Fig. 2. A 3-opt move.

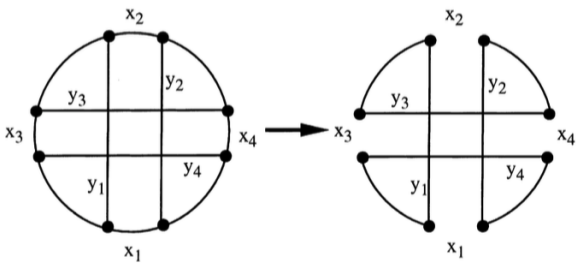


Fig. 4. Non-sequential exchange ($r = 4$).

2.3.4 关于有向 K-opt 和无向 K-opt

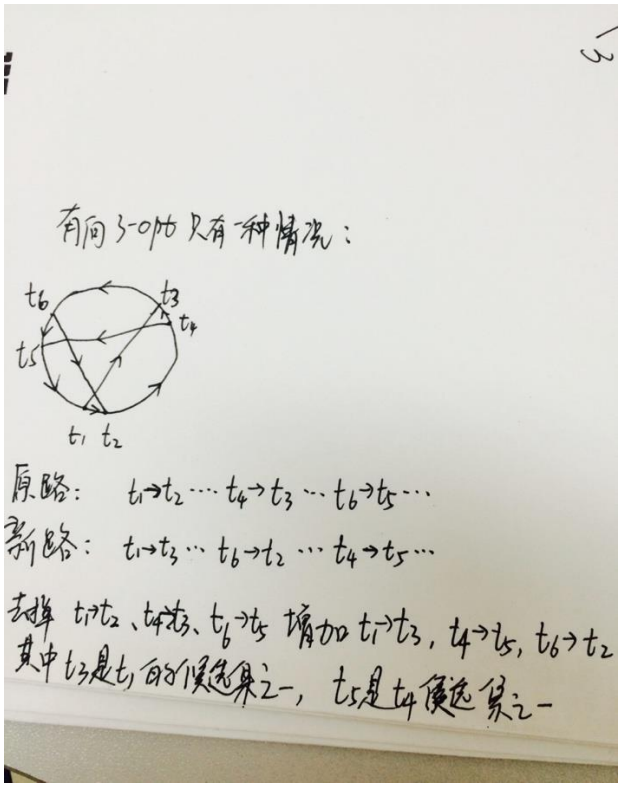
有向 K-opt 就是环路是有方向的，每个小段也是有方向的，不能反过来。而无向 K-opt 则可以随便将每个小段反过来。

现实中的 tsp 问题大多是无向的，也就对称的 tsp 问题（stsp），比如说欧氏距离上的 tsp 问题，a->b->c->d 这样的小段可以反过来走，d->c->b->a。

而华为比赛的图是有向图，可以转化为非对称的 tsp（atsp）解决，然后作为输入给 LKH。实际上 LKH 内部也是将 atsp 转化为 tsp 问题求的，所以我们组就想到可以直接用有向 K-opt 操作，就省去了 LKH 内部的 atsp 到 tsp 的转化(但是 ascent 阶段转化了，因为未来得及改成不转化版本的）。

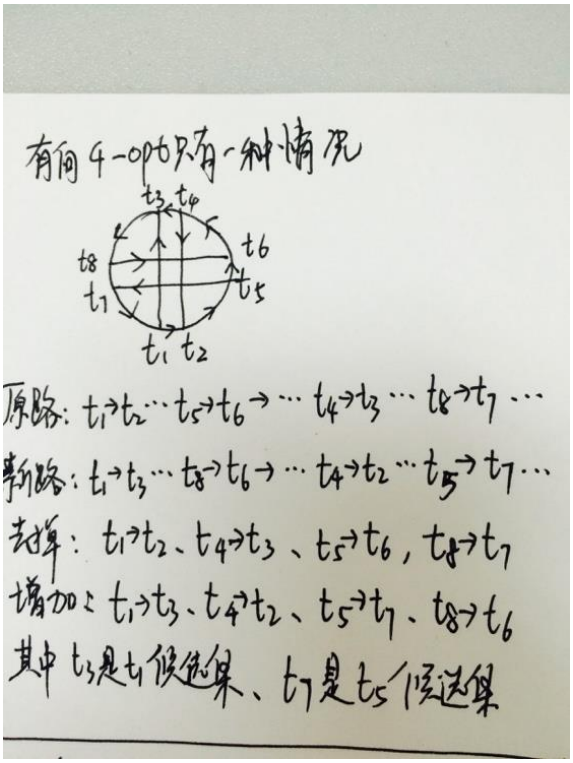
（1）有向 3-opt

如果原来的环路是 1->2>3->，其中 1，2，3 是三小段路，切三刀后重组，只能是 1->3>2->，具体看下图（高清原图在/paper/opt-pictures 中）。相关代码请看_3_OPT.cpp。



（2）有向 4-opt

如果原来的环路是 1->2>3->4->，其中 1，2，3，4 是四小段路，切四刀后重组，只能是 1->4>3->2，具体看下图（高清原图在/paper/opt-pictures 中）。相关代码请看_4_OPT.cpp。



（3）有向 5-opt

如果原来的环路是 1->2>3->4->5->，其中 1，2，3，4，5 是五小段路，切五刀后重组，有八种情况，具体看下图（高清原图在/paper/opt-pictures 中），相关代码请看_5_OPT.cpp。

1->3>2->5->4->

1->3>5->2->4->

1->3>5->4->2->

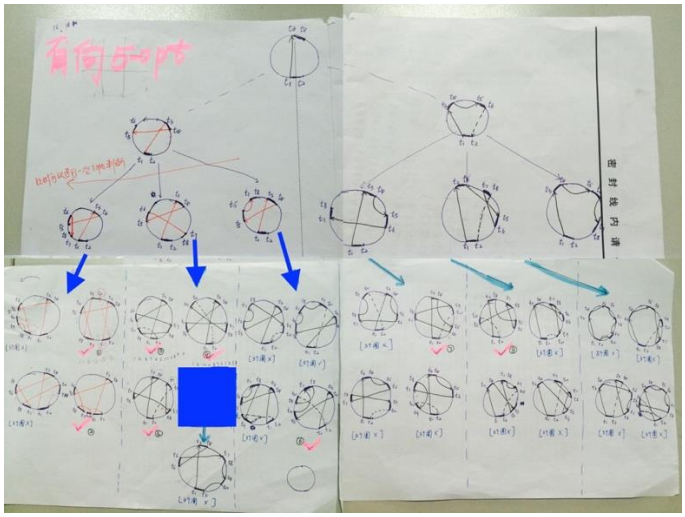
1->4>2->5->3->

1->4>3->5->2->

1->5>2->4->3->

1->5>3->2->4->

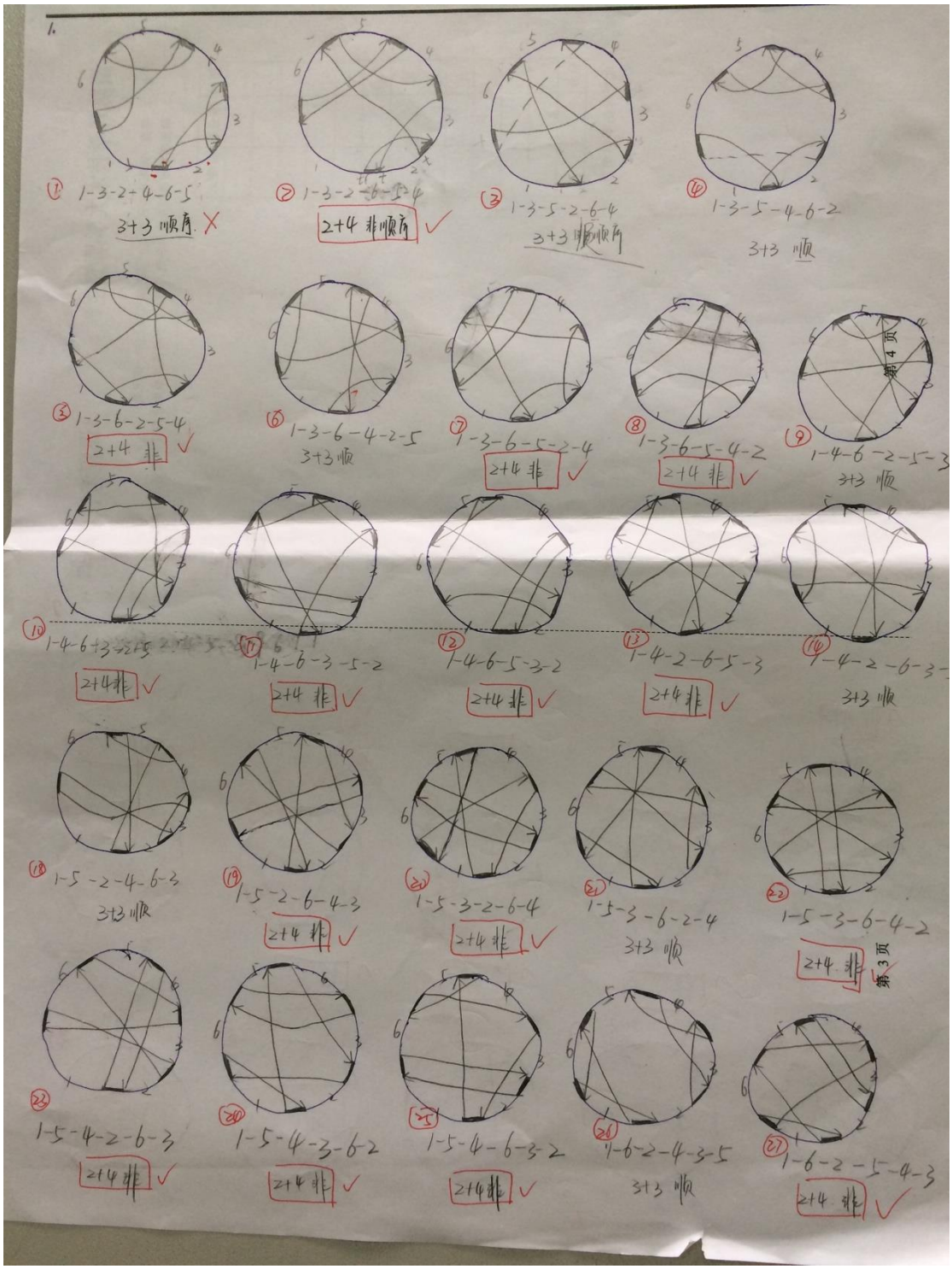
1->5>4->3->2->

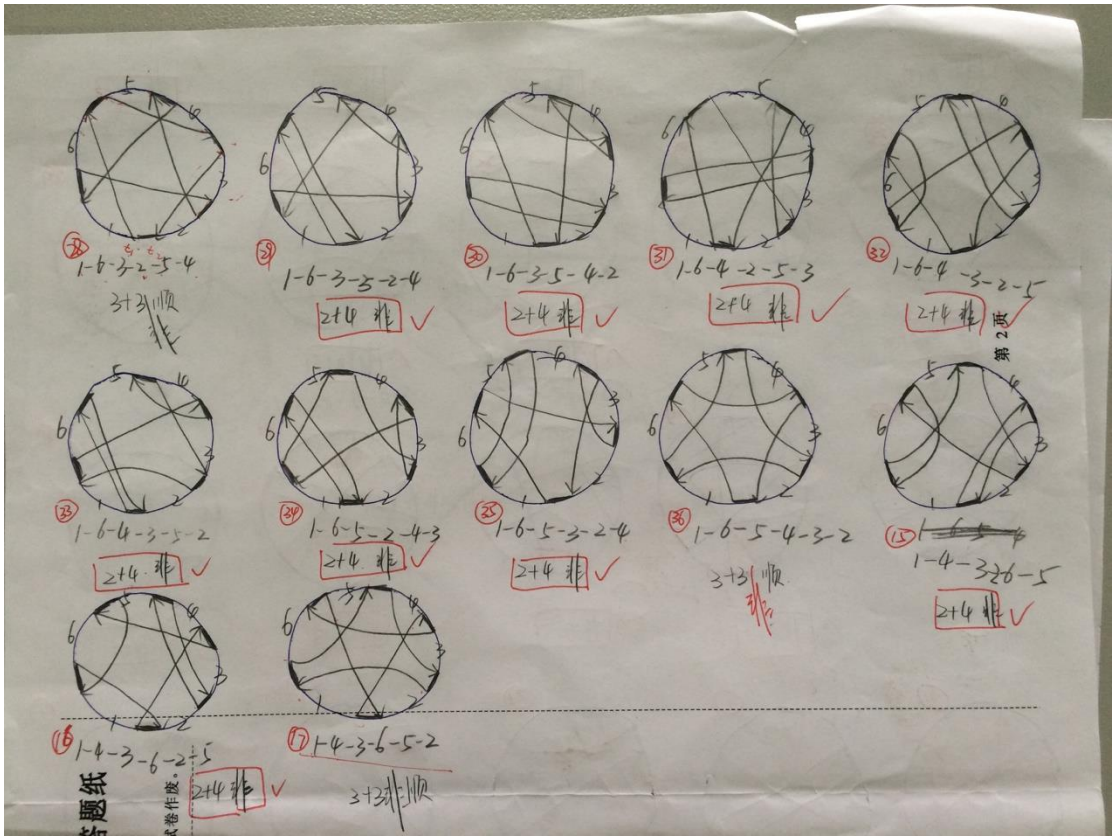


（4）有向 6-opt

虽然程序没有用到，但是也画出来了，主要是因为 LKH 说 5-opt 基本上足够了，而且 6-opt 毕竟复杂，没时间编码调试。

一共有 36 种情况，并且全部是 Non-sequential 的。其中 11 种是 3-sequential-opt 和 3-sequential-opt 的组合，这种情况可以看成是两次有向 3-opt 操作，所以是无效的。剩下的其中 22 种是(2+4)-opt，3 种是(3+3)-opt，是有效的，具体看下图（高清原图在/paper/opt-pictures 中）。


1.
① 1-3-2-4-6-5
3+3 顺序 ✗
② 1-3-2-6-5-4
2+4 非顺序 ✓
③ 1-3-5-2-6-4
3+3 顺序
④ 1-3-5-4-6-2
3+3 顺
⑤ 1-3-6-2-5-4
2+4 非 ✓
⑥ 1-3-6-4-2-5
3+3 顺
⑦ 1-3-6-5-2-4
2+4 非 ✓
⑧ 1-3-6-5-4-2
2+4 非 ✓
⑨ 1-4-6-2-5-3
3+3 顺
第4页
⑩ 1-4-6+3-2+5
2+4 非 ✓
⑪ 1-4-6-3-5-2
2+4 非 ✓
⑫ 1-4-6-5-3-2
2+4 非 ✓
⑬ 1-4-2-6-5-3
2+4 非 ✓
⑭ 1-4-2-6-3-
3+3 顺
⑱ 1-5-2-4-6-3
3+3 顺
⑲ 1-5-2-6-4-3
2+4 非 ✓
⑳ 1-5-3-2-6-4
2+4 非 ✓
㉑ 1-5-3-6-2-4
3+3 顺
㉒ 1-5-3-6-4-2
2+4 非
第3页
㉒ 1-5-4-2-6-3
2+4 非 ✓
㉓ 1-5-4-3-6-2
2+4 非 ✓
㉕ 1-5-4-6-3-2
2+4 非 ✓
㉖ 1-6-2-4-3-5
3+3 顺
㉗ 1-6-2-5-4-3
2+4 非 ✓



2.3.5 关于 Non-sequential K-opt 和 Sequential K-opt

翻译成中文就是“非顺序 K-opt”和“顺序 K-opt”，具体请看 report Page10。

简单理解：Non-sequential 就是，不能顺序地找到要断开的边和新加的边。可以简单对比上面的有向 3-opt 和有向 4-opt，分别是 Sequential 和 Non-Sequential 的，一看便懂得怎么区分。再具体请看相关论文。

2.3.6 LKH 短板：initial tour

initial tour 是 LKH 短板，在 opt（边交换）之前，需要有一个切实可行解或非常接近可行解的解，否则怎么 opt 操作也没用。打个比喻，如果初始化路是 8 个连通的小段组成，且这 8 段之间是不连通的，那么怎么使用 5-opt 也是没用的，即使是 7-opt 也没有，因为 K-opt 就是切 k 刀，如果 k<8，怎么也不会将初始化的 8 段重组为一个完全连通的可行路。

结论就是：LKH 更加适用于稠密图，不适用于非常稀疏的图，或者可以说成是可行解非常非常少的图。

LKH 算法不能解决 http://bbs.csdn.net/topics/391941776 这个 101 条重复边的 case。据我们研究，这个 case 的可行解貌似只有一个，然后 LKH 就呵呵了。。。估计 8-opt 也解决不了这个 case。

2.3.7 指派算法 KM 粗略克服 LKH 短板

在上一小节提到了 LKH 的短板，可以这么说，只要找到一条可行解作为初始解，LKH 基本上是无敌的。

所以我们增加了 KM 指派算法，在 findTour 的最后一轮还无法形成一个可行解，就使用 KM 指派算法强行初始化一个可行解，在这个解得基础上进行 opt 操作。见 initialTour.cpp 的 20-25 行。

如果不使用 KM 算法，有少部分 case 是求解不出的，使用后，除了上节提到的 http：//bbs.csdn.net/topics/391941776 这个 case 解不出，还未遇到其它解不出的 case。

2.3.8 小结

有向 3-opt：只有一种，而且是 Sequential 的。

有向 4-opt：只有一种，而且是 Non-Sequential 的。

有向 5-opt：有 8 种，而且是 Sequential 的。

有向 6-opt：有 36 种，而且是 Non-Sequential 的，11 种是无效的，22 种是（2+4）-opt，3 种是（3+3）-opt，

程序只使用了 4-opt 和 5-opt，不用 3-opt 是因为它被 5-opt 包含进去了（因为 5-opt 在运行中会出现 3-opt 的情况）。不用 6-opt 是因为比较复杂，而且 5-opt 已经足够了（但 6-opt 毕竟没有实际测试过，小伙伴们可以测试下把使用的效果反馈给我）。

2.4 “升级”操作的两种方案

第一种方案：直接将所有的重复 non-must 点升级为 must 点，并配套使用“double 所以重复 non-must 点模型”。

第二种方案：和上一个方案比，使用某一规则有选择性地升级，即只升级一部分点。

复（决）赛使用的是方案一，初赛使用的是方案二。

先说说方案二，有选择性地进行升级有两点缺点：

1、使用什么规则？

2、每次只升级一部分节点，在极端情况下会运行非常多轮 atsp 求解。

针对缺点 1、使用什么规则，经过研究测试，初赛最后使用的规则是：只加入两个 must 点间最边上的 non-must 点。这个规则通用性比较好，但是有一些极端 case 直接造成求不出解，详见 HuaWei_Code/case-pre/case-anti/手造特例说明.pptx 和相同目录下的几个 case。

为了克服方案二的两个缺点，复（决）赛改为使用方案一，升级所有点可以减少求解 atsp 次数，因为一次性把 non-must 点都升级了。但是也会造成

HuaWei_Code/case-pre/case-anti/手造特例说明.pptx 这几个 case 求不出解，此时就配套使用“double 所有重复 non-must 点模型”，相信好多队伍使用了类似的模型“double 所有 non-must 点模型”。所以，我们没有 double 所有的 non-must 点，只是 double 所有的重复 non-must 点。因为 non-must 点最多有 1900 个，double 下变成 3800 个，规模太大了，而只 double 重复的 non-must 点，在大多数情况下，规模很小，因为本身重复的 non-must 点就很少（虽然极端情况下也会出现 3800 的最坏情况）。

为此，我们的程序是默认每次只是升级重复 non-must 点，如果求不出解，还原求解前的状态，再使用“double 所有重复 non-must 点模型”。

2.5 规模压缩阶段-续

整个程序的主要耗时都花在 spfa 上，大约占 70%的时间，在重复"升级重复结点，跑 spfa，跑 tsp"这一步骤中，重复结点只增不减，而且通过测试大量 case 可以发现，每次升级的点（重复 non-must 点）很少。故可以利用上次 spfa 的结果来减少当前 spfa 的计算次数（实现的函数是 setVcost_reduced_SPFA（））， 这一点在决赛中并没有好的效果， 原因在于决赛时官方 case 的规模并不算大。如果对于大规模 case，通常是可以省一些时间的。

代码使用方法为:把 search_single_route.cpp 中第 37 行 setVcost_SPFA(); 改成如下：

```
if(solveTspCn==1)
   setVcost_SPFA();
else
   setVcost_reduced_SPFA();
```

2.6 规模压缩-优点与缺点

优点:非常省时间。规模可以从 2000 降到 100,通常寻路算法至少是 O(n^2)的，所以压缩后的寻路程序执行时间非常短 。

缺点：要重复使用求解 atsp 几次才能求得一条正确的路，而且规模压缩的 spfa 很费时。还有就是，处理小规模的 case，压缩会增加很多静态开销，比如说 300 个点的 case，更适合一次性求解，不适合压缩（为了比赛公平性，我们没有做 case 规模判断，所有 case 都压缩求解）。

对比优点缺点，还是优点更加突出，因为不压缩的话，最大规模的 case 执行时间很可能非常长（尤其是搜索类算法）。

3 迭代求两条路思路

3.1 算法描述

search_double_route 算法描述

1：根据问题难易程度设置惩罚方式（Road：：setPunishMethod（）函数）：

①裸求 Road0，把 Road0 走过的路设为：原来的权值+ SubUnReachCost，然后求 Road1，如果 Road0 或 Road1 无解则转②，否则转③

②裸求 Road1，把 Road1 走过的路设为：原来的权值+ SubUnReachCost，然后求 Road0

③三种情况：

重边数为 0：使用“增量式惩罚”方案（setPunishMethod.cpp 的 38 行）

Road0 或 Road1 无解：使用“增量式惩罚”方案（setPunishMethod.cpp54 行）

重边数不为 0：使用“小无穷惩罚”方案（setPunishMethod.cpp 的 60 行）

2：最大 4*10 次（四轮的迭代次数在 1 中设置了）循环迭代（Road：：search_double_route（）函数）

第一轮：1->2->1->2->1…

第二轮：2->1->2->1->2…

第三轮：使用启发式规则“必经点集合互不侵占” 1->2->1->2->1…

第四轮：使用启发式规则“必经点集合互不侵占” 2->1->2->1->2…

3.1.1 南京苏州赛区-“司机小胖”队算法描述

代码位于 SDK-eastSouth/下，如果想运行这份代码，只需要改 run1.sh 和 run2.sh 的第二行就行了。这份代码在跑某些 case 时候结果非常棒，特地征求“司机小胖”队的同意，把他们代码和思路贴出来。以下为温同学的原始邮件：

我们的算法其实很 Naive,如果你们要借鉴的话感觉还有许多需要改进的地方,下面我介绍一下我们的算法：

1.用初赛的算法找出两条路径,得到两条路径的重复边集合,设重复边集合为 E1-E5;

2.确定重复边的归属,即 E1-E5 分别属于路径 P1 还是 P2,具体做法是进行迭代,每次将这些重复边的权值人工增大,重新计算路径,在迭代过程中,某条边就

可能不再重复(此时可能该边属于 P1 或 P2,也可能都不属于),将其排除考虑范围,直到初始重复边集合 E1-E5 为空为止;

3.此时可能 E1,E3 属于 P1,E2,E4 属于 P2,而 E5 无法确定,这时我们在计算 P1 时保证尽可能不经过 E2,E4,得到 P1 的最终路径信息后,再保证 P2 尽量不经过 P1 上的所有边;同样的方法我们可以优先考虑路径 P2,我们取重复边少权值小的结果输出.

当然正如前面所说,这个算法在某些例子下可能能够得到比较好的结果,但在另一些情况下可能结果就很差,感觉还有很大的改善空间,加油!

3.2 “增量式惩罚”方案

在某一轮迭代中，1->2->1->2->1…，1 和 2 交替惩罚，惩罚值每次加 10，即惩罚值从 10 增长到 100。

“增量式惩罚”方案更加侧重：两条路权值和更小。因此在 3.1 算法描述的步骤 1 中，先预估 case 的重复边数，如果重复边为 0，则使用此惩罚方案，会对权值和有好处(因为此时问题比较简单,预估阶段就出现了重复边个数为 0)。

经验来看，如果 case 规模较小（依据运行时间判断），则只需执行第 1、3 轮，这两轮只迭代 7 次即可。

这个方案在我们测试来看，在无重复边的前提下，是最最好的一个的方案，能够使权值降的很低。

3.3 “小无穷惩罚”方案

在某一轮迭代中，1->2->1->2->1…，1 和 2 交替惩罚，惩罚值=原来边的权值+小无穷 SubUnReachCost 。

“小无穷惩罚”方案更加侧重：两条路重复边个数最优。因此在 3.1 算法描述的步骤 1 中，先预估 case 的重复边数，如果重复边不为 0，则使用此惩罚方案，会对重复边个数有好处。

经验来看，预估阶段（setPunishMethod()）重复边不为 0，如果在 4 轮迭代运行中，出现了重复边个数为 0 的情况，惩罚方案立马转变成 3.2 的 “增量式惩罚”方案会让结果更好。（setPunishMethod.cpp 的 82-86 行）

3.4 启发式规则“必经点集合互不侵占”

按照经验来看，在 1->2->1->2->1…的迭代中，其实其中一条路求出解后，不必所有走过的路都设置惩罚，可以只设置一部分。此思路来自于东南

问题中一共有三个集合，必须点集合 M1、M2 和非必须点集合 N。如果把这三个集合比喻成领土的话，M1、M2 是主权国家，N 是没有主权的第三方土地，M1 和 M2 都想要 N 中的点是情有可原的，因为 N 毕竟是没有主权的（非必须点）。

求解过程中，M1 和 M2 是互为非毕竟点集合的，不可避免造成 M1 和 M2 使用对方的节点，按照国家领土竞争的思维，这就相当于对方国家已经用到我的国家的领土，这是不能忍的，所以启发式规则如下：求出路径 1 后，在给路径 2 设置惩罚时，1 经过了 2 的必经点的边不加惩罚。

这条启发式规则已经被我们测试过，并使用在程序中，效果很棒。在复赛前，官网的两个 case 能得到 756 和 1449。

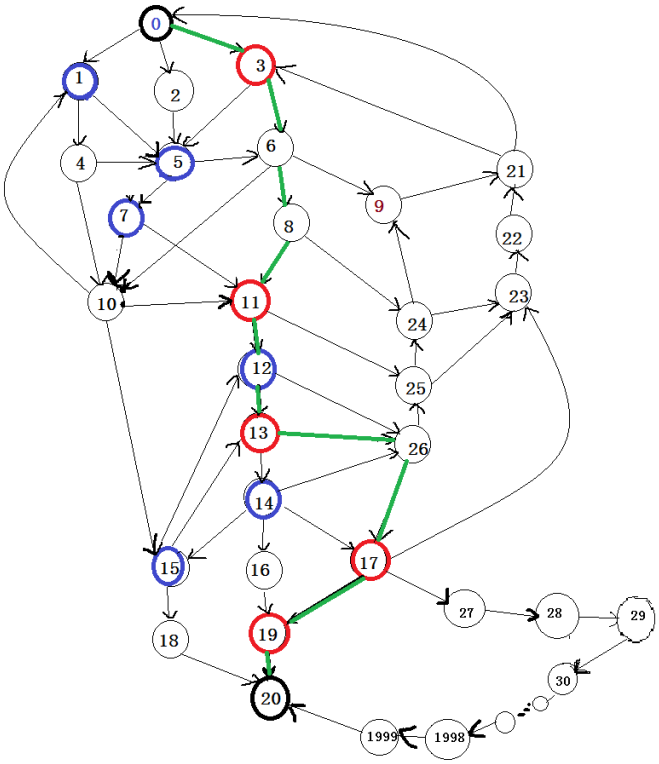
这条启发式规则用于 4 轮迭代中的后两轮（swapGraphCost.cpp 的 36-40 行），前两轮不用这个启发式规则，因为题目毕竟是 np 难的问题，更好的解不一定会出现在哪一轮，所以 4 轮都测试。

3.5 启发式规则“规模压缩阶段不走老路”

在 spfa（规模压缩）过程中，随机选择“顺序”枚举邻接表还是“逆序”枚举邻接表， 这样做的效果是“不走老路”，对于减少两条路得重复边很有好处。

这条启发式规则已经被我们测试过，效果很棒，尤其对于处理这四个例子（如下图）效果非常棒 http：//bbs.csdn.net/topics/391943287，均能达到已知的的最优解。

相关代码出现在，setVcost_SPFA.cpp 的 28 和 44 行。



3.5 使用 hash 保存结果避免重算

在迭代过程中，解会重复出现， 使用 hash 保存结果避免重算。

相关代码出现在 search_single_route.cpp 的 16-22，swapGraphCost.cpp 的 55 行和 85-98 行。

使用的 hash 算法参考自 https://www.byvoid.com/blog/string-hash-compare，最后使用的是 SDBMHash 算法。

3.6 两点间有多条边的处理

我们组数据结构如下，含义见注释，id 和 cost 存两点间最短边，subId 和 subCost 存次短边。

```
class Graph
{
private:
    void setCost();              //used in initial()
public:
    int cost[MaxV][MaxV];        //两点之间最短路径
    int id[MaxV][MaxV];          //两点之间最短路径ID
    int subCost[MaxV][MaxV];     //两点之间第二短路径
    int subId[MaxV][MaxV];       //两点之间第二短路径ID
    VNode Node[MaxV];            //所有点的结构体,used in SPFA
    int num;                     //number of nodes in V

    Graph(){};                                                  //used in route()
    void initial(char *topo[MAX_EDGE_NUM], int edge_num);       //used in route()
};
```

3.6.1 读入阶段

由于只求两个路径，所以只需要保存从 v1 到 v2 最小的两条边即可（Graph.cpp 的 36-53 行）。

3.6.2 两条路迭代阶段

以 1->2->1->2->1…为例，迭代的思路是：首先让 1 占用图中两点间最小的边，1 走过的路设置阻碍求 2。

上面思路的前提是 1 走过的边无“次短边”。特殊地，如果 1 经过[v1,v2]，且[v1，v2]有“次短边”，在给 2 设置阻碍阶段，[v1，v2]这条边权值换成“次短边”的权值。

3.6.3 关于 3.6.2 的进一步思考

以 1->2->1->2->1…为例，如果 1 不完全用最短边，用了一些次短边，会对迭代结果造成影响，有小的几率结果会好，应该是带了一些随机性的原因。

通常按照 2.5.2 那样做就已经足够了，如果有更好的思路处理次短边可联系我。

参 考 文 献

[1] LKH-2.0.7/DOC/LKH_REPORT.pdf

[2] S. Lin & B. W. Kernighan,

“An Effective Heuristic Algorithm for the Traveling-Salesman Problem”, Oper. Res. 21, 498-516 (1973).

[3] R. Jonker & T. Volgenant,

“Transforming asymmetric into symmetric traveling salesman problems”, Oper. Res. Let., 2, 161-163 (1983).

[4] M. Held & R. M. Karp,

“The Traveling-Salesman Problem and Minimum Spanning Trees”, Oper. Res., 18, 1138-1162 (1970).

[5] M. Held & R. M. Karp,

“The Traveling-Salesman Problem and Minimum Spanning Trees: Part II”, Math. Programming, 1, 16-25 (1971).

[6] William_J_迷茫的旅行商_一个无处不在的计算机算法问题