**奇异值分解定理:**

设*A*是秩为的矩阵, 则存在阶酉矩阵与阶酉矩阵，使得



其中，为矩阵*A*的全部奇异值.

**证明：**

设矩阵的特征值为，则存在n阶酉矩阵，使



将分块为，其中， 分别是的前*r* 列与后列。并改写：



则有



由的第一式可得，或者 

由的第二式可得，

令，则即的*r*个列是两两正交的单位向量。

记因此可将扩充成标准正交基，

记增添的向量为，并构造矩阵，则



是*m*阶正交矩阵,且有，，于是可得





称上式为矩阵*A*的奇异值分解。

例：求矩阵A的奇异值分解，。

利用矩阵求解。。的特征值为 ，对应的特征向量分别为：，，

取。令

取，则 ，因此可得：

