

MAFYNETTI



Miten opit
parhaiten?

Valmistaudu pitkän- tai lyhyen matematiikan kirjoituksiin ilmaiseksi Mafynetti-ohjelmalla!

- Harjoittelu tehdään aktiivisesti tehtäviä ratkomalla. Tehtävät kattavat kaikki yo-kokeessa tarvittavat asiat.
- Lasket kynällä ja paperilla, mutta Mafynetti opettaa ja neuvoo videoiden ja ratkaisujen avulla.
- Mafynetti huolehtii kertauksesta, joten et unohda oppimiasi asioita.
- Mafynetti on nyt kokonaan ilmainen!

Lataa ilmaiseksi mafyvalmennus.fi/mafynetti

Arviomme tehtävien pisteytyksestä
on merkitty sinisellä tekstillä.

Fysiikka, syksy 2012

Mallivastaukset, 26.9.2012

Mallivastausten laatimisesta ovat vastanneet filosofian maisteri Teemu Kekkonen ja diplomi-insinööri Antti Suominen. Teemu Kekkonen on opettanut lukiossa viiden vuoden ajan pitkää ja lyhyttä matematiikkaa sekä fysiikkaa. Antti on toiminut neljä vuotta tuntiopettajana Teknillisessä korkeakoulussa ja sen jälkeen lukiossa. Antti ja Teemu ovat perustaneet MAFY-valmennuksen ja opettavat sen kaikilla kursseilla ympäri vuoden. Nämä mallivastaukset ovat Antti Suominen Oy:n omaisuutta.

MAFY-valmennus on Helsingissä toimiva, valmennuskursseihin sekä matematiikan ja luonnontieteiden opetukseen erikoistunut yritys. Palveluitamme ovat

- lääketieteellisen valmennuskurssit
- DI-valmennuskurssit
- yo-kokeisiin valmentavat kurssit
- arkkitehtuurin valmennuskurssit
- Mafynetti - sähköinen oppimateriaali

Julkaisemme internet-sivuillamme kaiken palautteen, jonka asiakkaat antavat kurseistamme. Näin varmistamme, että palveluistamme kiinnostuneilla ihmisillä on mahdollisuus saada tarkka ja rehellinen kuva siitä, mitä meiltä voi odottaa.

Tämä asiakirja on tarkoitettu yksityishenkilöille opiskelukäyttöön. Kopion tästä asiakirjasta voi ladata MAFY-valmennuksen internet-sivuilta www.mafyvalmennus.fi. Käyttö kaikissa kaupallisissa tarkoituksissa on kielletty. Lukion fysiikan opettajana voit käyttää tätä tehtäväpakettia oppimateriaalina lukiokursseilla.

MAFY-valmennuksen yhteystiedot:

internet: www.mafyvalmennus.fi
s-posti: info@mafyvalmennus.fi
puhelin: (09) 3540 1373

Lääkis valmennuskurssit — DI-valmennuskurssit — yo-valmennuskurssit

1. Ovatko seuraavien lauseiden väittämät Newtonin mekaniikan mukaisia? Perustele.

- a) Pöydällä levossa olevaan kirjaan ei vaikuta voimia.
- b) Polttoaineen loputtua kaukana kaikista taivaankappaleista avaruusalus jatkaa matkaansa muuttumattomalla nopeudella.
- c) Kahden kappaleen törmätessä kevyempään kohdistuu suurempi voima.

Ratkaisu.

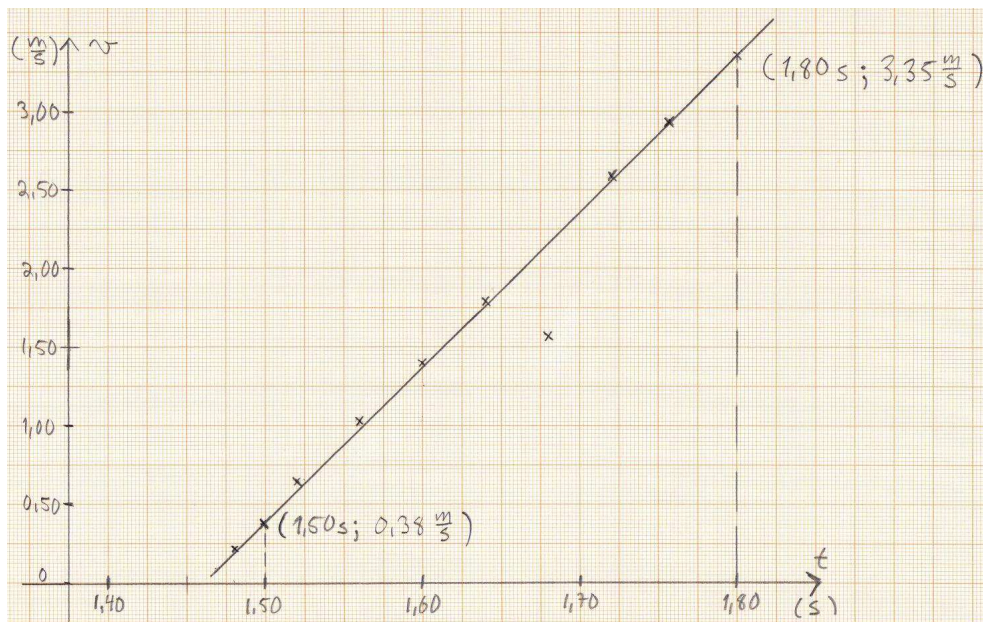
- a) Pöydällä levossa olevaan kirjaan vaikuttaa ainakin kaksi voimaa: gravitaatiovoima ja pöydän tukivoima. Jos pöytä ei ole aivan vaakasuorassa, kirjaan voi kohdistua kitkavoima. Mahdolliset ilmavirtaukset aiheuttavat myös kirjaan vaikuttavia voimia.
Näiden voimien summa on Newtonin mekaniikan mukaisesti kuitenkin nolla, koska kirja pysyy levossa. Siis väite ei ole Newtonin mekaniikan mukainen. 2 p
- b) Periaatteessa gravitaatiovuorovaikutus yltää myös ”kauas”, mutta likimain väite on totta. Kaukana mikään voima ei enää vaikuta, joten NI:n mukaisesti liiketila ei muutu. Väite on Newtonin mekaniikan mukainen. 2 p (4 p)
- c) Väite ei ole Newtonin mekaniikan mukainen. Kosketuksessa on kyse yhdestä vuorovaikutuksesta, joten NIII:n mukaisesti molempiin kohdistuu yhtäsuuri, mutta vastakkaissuuntainen voima. 2 p (6 p)

Huom! Pelkästä vastauksesta ilman perusteluja ei anneta pisteitä.

2. Fysiikan työkurssilla annettiin tehtäväksi mitata putoamiskiihtyvyys. Lukiolainen kuvasi videokameralla putoavaa palloa, määrittä videolta pallon nopeuksia ja kirjasi ne oheisen taulukon mukaisesti. Määritä tuloksista graafisesti pallon putoamiskiihtyvyys.

t (s)	1,48	1,52	1,56	1,60	1,64	1,68	1,72	1,76
v (m/s)	0,22	0,64	1,04	1,40	1,79	1,57	2,57	2,95

Ratkaisu. Piirretään mittaustulokset (t, v) -koordinaatistoon.



2 p, josta suoran sovitus 1 p.

Mittaustuloksessa $(1,68 \text{ s}; 1,57 \frac{\text{m}}{\text{s}})$ on selvästi mittausvirhe, joten se jätetään huomioimatta. 1 p (3 p)

Sovitetaan suora mittauspisteisiin. Suoran kulmakerroin (t, v) -koordinaatistossa ilmoittaa pallon kiihtyvyyden, koska tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä $v = at$. 2 p (5 p)

Määritetään kulmakerroin.

$$\begin{aligned}
 k &= \frac{\Delta v}{\Delta t} \\
 k &= \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \\
 k &= \frac{3,35 \text{ m/s} - 0,38 \text{ m/s}}{1,80 \text{ s} - 1,50 \text{ s}} \\
 k &= 9,9 \text{ m/s}^2
 \end{aligned}$$

Tietokoneella tai laskimella saadaan kulmakertoimeksi $9,69 \text{ m/s}^2$. Oman arviomme mukaan tässä tehtävässä voi sallia arvon välillä $9,5\text{--}9,9 \text{ m/s}^2$. Lopullisen pisteytyksen päättää tietysti YTL.

Vastaus: Putoamiskiihtyvyys on $9,9 \text{ m/s}^2$. 1 p (6 p)

3. Suuren omakotitalon katolle asennettujen aurinkolämpökeräinten kokonaispinta-ala on $9,2 \text{ m}^2$. Keräimissä kiertävän nesteen avulla siirretään lämpöenergiaa lämminvesivaraajaan. Eräänä kesäpäivänä Aurinko paistoi kohtisuorasti keräinten pintaan. Auringon säteilyn intensiteetti oli $1,0 \text{ kW/m}^2$. Varaajaan menevän siirtonesteen lämpötila oli 65°C ja sieltä palaavan 56°C . Virtausmittarin lukema oli 11 kg/min . Lämmönsiirtonesteen ominaislämpökapasiteetti on $3,98 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$.
- Kuinka suuri oli keräinten hyötysuhde?
 - Kuinka paljon nousi 750-litraisen lämminvesivaraajan veden lämpötila tunnissa?

Ratkaisu. Merkitään:

Keräinten kokonaisala	$A = 9,2 \text{ m}^2$
Auringon säteilyn intensiteetti	$I = 1,0 \text{ kW/m}^2$
Menevän veden lämpötila	$\theta_1 = 65^\circ\text{C}$
Palaavan veden lämpötila	$\theta_2 = 56^\circ\text{C}$
Virtauksen nopeus	$r = 11 \text{ kg/min} = \frac{11}{60} \text{ kg/s}$
Lämmönsiirtonesteen ominaislämpökapasiteetti	$c_s = 3,98 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$

- a) Ajassa Δt aurinko luovuttaa keräimiin energian

$$E_{\text{otto}} = P_{\text{otto}} \Delta t = AI \Delta t. \quad 1 \text{ p}$$

Varaajien vastaanottama energia on yhtä suuri kuin siirtonesteen luovuttama lämpö, joten

$$E_{\text{anto}} = Q = c_s m \Delta \theta.$$

Sijoitetaan edelliseen $m = r \Delta t$ ja $\Delta \theta = \theta_1 - \theta_2$, saadaan

$$E_{\text{anto}} = Q = c_s r \Delta t (\theta_1 - \theta_2). \quad 1 \text{ p (2 p)}$$

Hyötysuhde

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{E_{\text{anto}}}{E_{\text{otto}}} = \frac{c_s r \Delta t (\theta_1 - \theta_2)}{AI \Delta t} \\ &= \frac{c_s r (\theta_1 - \theta_2)}{AI} \\ &= \frac{3980 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot \frac{11}{60} \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot (65^\circ\text{C} - 56^\circ\text{C})}{9,2 \text{ m}^2 \cdot 1000 \text{ W/m}^2} \\ &= 0,7138 \dots \approx 0,71 \end{aligned}$$

Vastaus: Keräinten hyötysuhde oli 71 %.

1 p (3 p)

b) Merkitään:

Varaajan lämpötilanmuutos	$\Delta\theta_v$
Veden massa varaajassa	$m_v = 750 \text{ dm}^3 \cdot 0,9982 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$
Veden ominaislämpökapasiteetti	$c_v = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$
Lämmitysaika	$\Delta t = 1 \text{ h} = 60 \text{ min}$

Veden vastaanottama lämpö on

$$Q_v = c_v m_v \Delta\theta_v. \quad 1 \text{ p (4 p)}$$

Toisaalta se on yhtä suuri kuin siirtonesteen luovuttama lämpö E_{anto} .
Siten

$$\begin{aligned} Q_v &= E_{\text{anto}} \\ c_v m_v \Delta\theta_v &= c_s r \Delta t (\theta_1 - \theta_2) \quad || : (c_v m_v) \\ \Delta\theta_v &= \frac{c_s r \Delta t (\theta_1 - \theta_2)}{c_v m_v} \quad 1 \text{ p (5 p)} \\ &= \frac{3,98 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}} \cdot 11 \frac{\text{kg}}{\text{min}} \cdot 60 \text{ min} \cdot (65^\circ\text{C} - 56^\circ\text{C})}{4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}} \cdot 750 \text{ dm}^3 \cdot 0,9982 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}} \\ &= 7,5366 \dots ^\circ\text{C} \approx 7,5^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Vastaus: Lämpötila nousi $7,5^\circ\text{C}$. 1 p (6 p)

4. a) Millaista aaltoliikettä ovat ääni ja ultraääni?
 b) Ääniaalto voi edetä kaasussa, jos sen aallonpituus on vähintään 10 kertaa suurempi kuin kaasumolekyylien keskimääräinen vapaa matka kaasussa. Huoneen lämpötilassa (20°C) ilman molekyylien keskimääräinen vapaa matka on $0,65\ \mu\text{m}$. Laske suurin mahdollinen taajuus, jolla ääniaalto voi edetä ilmassa.
 c) Yllä olevassa esimerkissä kyseessä on ultraääniaalto. Millaisiin sovelluksiin ultraääntä voidaan hyödyntää? Mainitse kaksi esimerkkiä.

Ratkaisu.

1 p

- a) Ääni ja ultraääni ovat mekaanista pitkittäistä aaltoliikettä. 1 p (2 p)
 b) Merkitään:

$$\begin{aligned} \text{Ilman lämpötila} & & 20^{\circ}\text{C} \\ \text{Äänen nopeus ilmassa} & & v = 343\ \text{m/s} \quad (t = 20^{\circ}\text{C}) \\ \text{Molekyylien keskimääräinen vapaa matka} & & s_v = 0,65 \cdot 10^{-6}\ \text{m} \end{aligned}$$

Lasketaan pienin aallonpituus äänelle, joka voi edetä ilmassa.

$$\begin{aligned} \lambda_{\min} - s_v &= 10s_v \quad (\lambda_{\min} \text{ 10 kertaa suurempi kuin } s_v) \\ \lambda_{\min} &= 11s_v \end{aligned}$$

Ratkaistaan kysytty maksimitaajuus aaltoliikkeen perusyhtälöstä.

$$\begin{aligned} v &= f_{\max} \cdot \lambda_{\min} \quad || : \lambda_{\min} & 1\ \text{p} \ (3\ \text{p}) \\ f_{\max} &= \frac{v}{\lambda_{\min}} \\ f_{\max} &= \frac{v}{11s_v} \\ f_{\max} &= \frac{343\ \text{m/s}}{11 \cdot 0,65 \cdot 10^{-6}\ \text{m}} \\ &= 4,7972 \dots \cdot 10^7\ \text{s}^{-1} \\ &\approx 4,8 \cdot 10^7\ \text{Hz} \end{aligned}$$

Puhekielessä ilmaus "10 kertaa suurempi kuin" tulkitaan usein samoin kuin "10 kertaa niin suuri kuin". Näin tulkittuna aallonpituus on $10s_v$ ja vastaus on 53 MHz. Fysiikan tehtävissä kieli täytyy kuitenkin tulkita täsmällisesti, joten tästä vastauksesta ei välttämättä saa täysiä pisteitä.

Vastaus: Suurin mahdollinen taajuus on 48 MHz. 1 p (4 p)

- c) Lääketieteessä ultraääntä käytetään sikiötukimuksiin sekä sisäelinten tutkimiseen.
 Ultraääniantureihin perustuvilla laitteilla voidaan mitata kappaleen nopeutta ja liikettä tai esimerkiksi veren virtausnopeutta. Mittaustekniikka perustuu Doppler-ilmiöön.

Ultraääntä käytetään rakenteiden virheiden tutkimisessa, esimerkiksi hitsausnaamojen tarkastamiseen. Ultraäänellä voidaan myös mitata aineiden paksuuksia tarkimmillaan millimetrin tuhannesosan tarkkuudella.

Ultraäänihitsauksella liitetään toisiinsa metallisia, keraamisia ja muovisia materiaaleja. Ultraäänihitsaus soveltuu myös eri sulamispisteen omaavien materiaalien yhteenliittämiseen.

Ultraääntä käytetään myös pesemiseen. Ultraäänellä voidaan irrottaa pestävän kappaleen pinnasta epäpuhtauksia.

2 p (6 p)

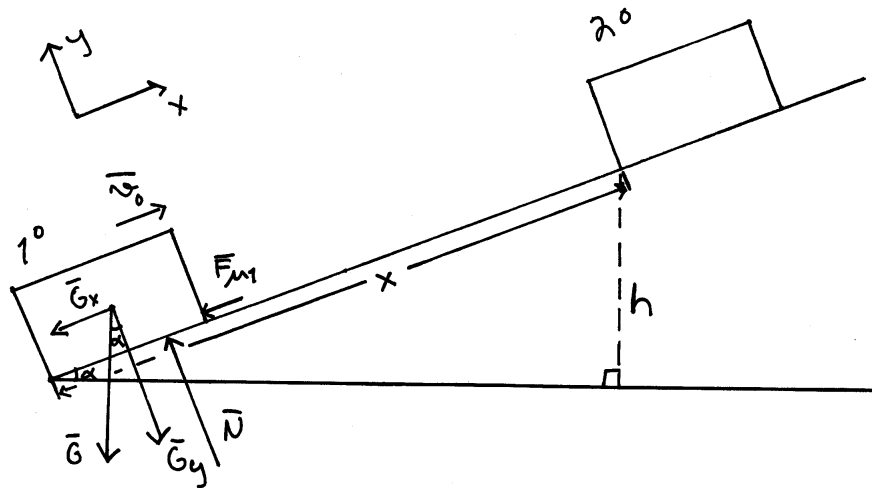
Kustakin esimerkistä 1 p, enintään 2 p.

5. Puinen vihanneslaatikko, jonka massa on 2,5 kg, sysätään liukumaan ylöspuista lastaussillaa alkunopeudella 3,4 m/s. Lastaussillan kaltevuuskulma vaakatasoon nähden on 21° . Liukukitkakerroin laatikon ja sillan välillä on 0,32 ja lepokitkakerroin 0,50.
- Kuinka pitkälle laatikko liukuu siltaa pitkin ylöspäin ennen kuin se pysähtyy? (2 p.)
 - Laatikko jää paikalleen pysähtyttyään. Kuinka suuri kitkavoima vaikuttaa tällöin laatikkoon? (4 p.)

Ratkaisu. Merkitään:

Laatikon massa	$m = 2,5 \text{ kg}$
Alkunopeus	$v_0 = 3,4 \text{ m/s}$
Kaltevuuskulma	$\alpha = 21^\circ$
Liukukitkakerroin on	$\mu_1 = 0,32$
Lepokitkakerroin on	$\mu_2 = 0,50$

- a) Piirretään kuva tilanteesta:



Työperiaatteen mukaan kitkavoiman F_μ tekemä työ on

$$\begin{aligned}
 W_\mu &= E_2 - E_1 \\
 -F_{\mu_1} x &= E_{k_2} + E_{p_2} - (E_{k_1} + E_{p_1}) \quad \parallel E_{p_1} = E_{k_2} = 0 \\
 -F_{\mu_1} x &= E_{p_2} - E_{k_1}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Liike-energia alussa on

$$E_{k_1} = \frac{1}{2} m v_0^2. \tag{2}$$

Potentiaalienergia on

$$E_{p_2} = mgh. \quad (3)$$

Lausutaan korkeus h x :n avulla:

$$h = \sin \alpha x.$$

Yhtälö (3) saadaan muotoon

$$E_{p_2} = mg \sin \alpha x = \sin \alpha mgx. \quad (4)$$

Määritetään kitkavoima F_{μ_1} .

y -suunta:

$$\begin{aligned} \text{NII: } \overline{G}_y + \overline{N} &= \overline{0} \\ -G_y + N &= 0 \\ N &= G_y \\ N &= \cos \alpha G \\ N &= \cos \alpha mg \end{aligned}$$

Kitkavoiman suuruus on

$$F_{\mu_1} = \mu_1 N = \mu_1 \cos \alpha mg. \quad 1 \text{ p} \quad (5)$$

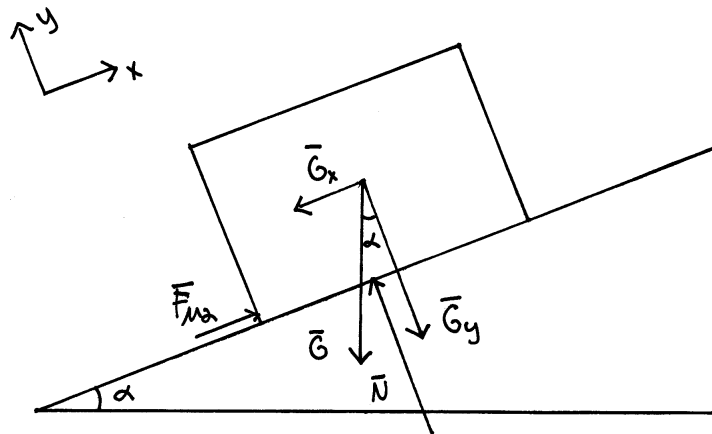
Sijoitetaan (2), (4) ja (5) yhtälöön (1), saadaan

$$\begin{aligned} -\mu_1 \cos \alpha mgx &= \sin \alpha mgx - \frac{1}{2}mv_0^2 \quad || : m \\ -\mu_1 \cos \alpha gx &= \sin \alpha gx - \frac{1}{2}v_0^2 \\ \sin \alpha gx + \mu_1 \cos \alpha gx &= \frac{1}{2}v_0^2 \\ (\sin \alpha + \mu_1 \cos \alpha)gx &= \frac{1}{2}v_0^2 \quad || : (\sin \alpha + \mu_1 \cos \alpha)g \\ x &= \frac{v_0^2}{2(\sin \alpha + \mu_1 \cos \alpha)g} \\ x &= \frac{(3,4 \text{ m/s})^2}{2(\sin 21^\circ + 0,32 \cdot \cos 21^\circ) \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} \\ &= 0,8966 \dots \text{ m} \\ &\approx 0,90 \text{ m}. \end{aligned}$$

Vastaus: Laatikko liukuu 0,90 m ylöspäin.

1 p (2 p)

b) Piirretään kuva tilanteesta, jossa laatikko on pysähtynyt.



1 p (3 p)

x -suunta:

$$\begin{aligned} \text{NII: } \bar{F}_{\mu_2} + \bar{G}_x &= \bar{0} \\ F_{\mu_2} - G_x &= 0 \\ F_{\mu_2} &= G_x \end{aligned} \quad \begin{array}{l} 1 \text{ p (4 p)} \\ (6) \end{array}$$

Painovoiman x -komponentti on

$$G_x = \sin \alpha G = \sin \alpha mg. \quad (7)$$

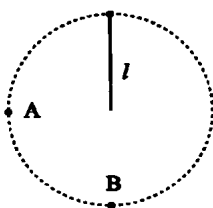
Sijoitetaan (7) yhtälöön (6), saadaan

$$\begin{aligned} F_{\mu_2} &= \sin \alpha mg & 1 \text{ p (5 p)} \\ &= \sin 21^\circ \cdot 2,5 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \\ &= 8,7889 \dots \text{ N} \\ &\approx 8,8 \text{ N.} \end{aligned}$$

Vastaus: Laatikkoon vaikuttavan kitkavoiman suuruus on 8,8 N.

1 p (6 p)

6. Ohueen lankaan (pituus l) kiinnitetty pieni lyijykuula (massa m) on ympyräliikkeessä pystytasossa oheisen kuvan mukaisesti. Ympyräradan ylimmässä kohdassa langan jännitysvoima on nolla. Kuinka suuri on langan kuulaan kohdistama voima, kuulan nopeus sekä kuulan normaali- ja tangentialikihtyvyys kuvan kohdissa A ja B?



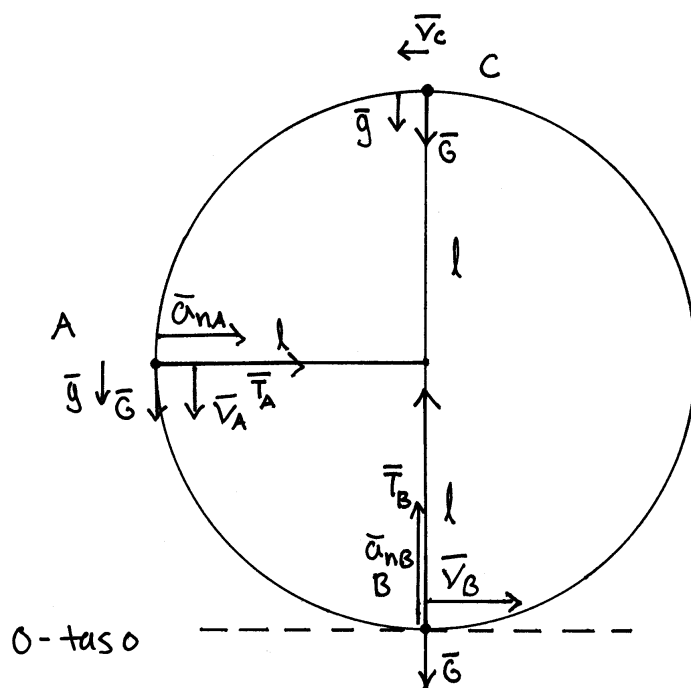
Ratkaisu. Merkitään:

Ympyräradan säde

$$r = l$$

Punnuksen massa

$$m$$



Lasketaan kuulan nopeuden neliö pisteessä C. Pisteessä C langan jännitysvoima on nolla ja punnus on ympyräradalla, joten

y -suunta:

$$\begin{aligned}
 \text{NII: } \sum \bar{F} &= m\bar{a}_n \\
 \bar{G} &= m\bar{a}_n \\
 mg &= m \frac{v_C^2}{r} \quad || : m, \quad \text{sij. } r = l \\
 g &= \frac{v_C^2}{l} \quad || \cdot l \\
 v_C^2 &= gl \quad \quad \quad \mathbf{1 \text{ p}}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Punnuksen mekaaninen energia säilyy pisteissä C ja A, joten

$$\begin{aligned}
 E_A &= E_C \\
 E_{k_A} + E_{p_A} &= E_{k_C} + E_{p_C} \\
 \frac{1}{2}mv_A^2 + mgl &= \frac{1}{2}mv_C^2 + mg2l \quad || \cdot \frac{2}{m} \\
 v_A^2 + 2gl &= v_C^2 + 4gl \\
 v_A^2 &= v_C^2 + 4gl - 2gl \quad || \text{ sij. (1)} \\
 v_A^2 &= gl + 4gl - 2gl \\
 v_A^2 &= 3gl \quad \quad \quad \mathbf{(2)} \\
 v_A &= (\pm) \sqrt{3gl} \quad \quad \quad \mathbf{1 \text{ p (2 p)}}
 \end{aligned}$$

Normaalikiihtyvyys on

$$\begin{aligned}
 a_{n_A} &= \frac{v_A^2}{l} \quad || \text{ sij. (2)} \\
 a_{n_A} &= \frac{3gl}{l} \\
 a_{n_A} &= 3g. \quad \quad \quad \mathbf{1 \text{ p (3 p)}}
 \end{aligned} \tag{3}$$

Langan jännitysvoima on ainoa ympyräradan keskipisteeseen suuntautuva voima, joten se on keskeisvoima.

$$\begin{aligned}
 \bar{T} &= m\bar{a}_{n_A} \\
 T &= ma_{n_A} \quad || \text{ sij. (3)} \\
 T &= m3g \\
 T &= 3mg
 \end{aligned}$$

Punnuksen nopeuden tangentin suuntainen kiihtyvyys on putoamiskiihtyvyys, joten

$$a_t = g. \quad \quad \quad \mathbf{1 \text{ p (4 p)}}$$

Punnuksen mekaaninen energia säilyy myös pisteissä A ja B, joten

$$\begin{aligned}
 E_B &= E_A \\
 E_{k_B} + E_{p_B} &= E_{k_A} + E_{p_A} \quad \parallel \text{ sij. } E_{p_B} = 0 \\
 \frac{1}{2}mv_B^2 &= \frac{1}{2}mv_A^2 + mgl \quad \parallel \cdot \frac{2}{m} \\
 v_B^2 &= v_A^2 + 2gl \quad \parallel \text{ sij. (2)} \\
 v_B^2 &= 3gl + 2gl \\
 v_B^2 &= 5gl \\
 v_B &= (\pm) \sqrt{5gl}.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Normaalikiihtyvyys on

$$\begin{aligned}
 a_{n_B} &= \frac{v_B^2}{l} \quad \parallel \text{ sij. (4)} \\
 a_{n_B} &= \frac{5gl}{l} \\
 a_{n_B} &= 5g.
 \end{aligned} \tag{5}$$

1 p (5 p)

Ratkaistaan langan jännitysvoima.

y -suunta:

$$\begin{aligned}
 \text{NII: } \sum \bar{F} &= m\bar{a}_{n_B} \\
 \bar{T} + \bar{G} &= m\bar{a}_{n_B} \\
 T - G &= ma_{n_B} \quad \parallel \text{ sij. (5)} \\
 T - mg &= m5g \\
 T &= 6mg.
 \end{aligned}$$

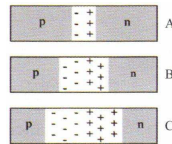
Punnuksella ei ole pisteessä B tangenttikiihtyvyyttä, sillä kaikki voimat vaikuttavat y -suunnassa.

Vastaus: Kohdassa A on nopeus $\sqrt{3gl}$, normaalikiihtyvyys $3g$, tangenttikiihtyvyys g ja langan jännitysvoiman suuruus on $3mg$.

Kohdassa B on nopeus $\sqrt{5gl}$, normaalikiihtyvyys $5g$, tangenttikiihtyvyys 0 m/s^2 ja langan jännitysvoiman suuruus on $6mg$.

1 p (6 p)

7. Oheiset kuvat esittävät diodin pn-liitosta. Kuviin on merkitty tyhjennysalue. Mikä kuvista esittää päästösuuntaan kytkettyä, mikä estosuuntaan kytkettyä diodia ja mikä kytkemätöntä diodia? Perustele.



Ratkaisu. Kuva A esittää päästösuuntaan kytkettyä diodia.

1 p

Kuva C esittää estosuuntaan kytkettyä diodia.

1 p (2 p)

Kuva B esittää kytkemätöntä diodia.

1 p (3 p)

Kuvien A, B ja C keskellä oleva valkoinen alue on tyhjennysalue. Se syntyy, kun pn-rajapinnassa n-tyypin puolijohteen vapaat varauksenkuljettajat (elektronit) rekombinoituvat p-tyypin puolijohteen varauksenkuljettajien (aukkojen) kanssa.

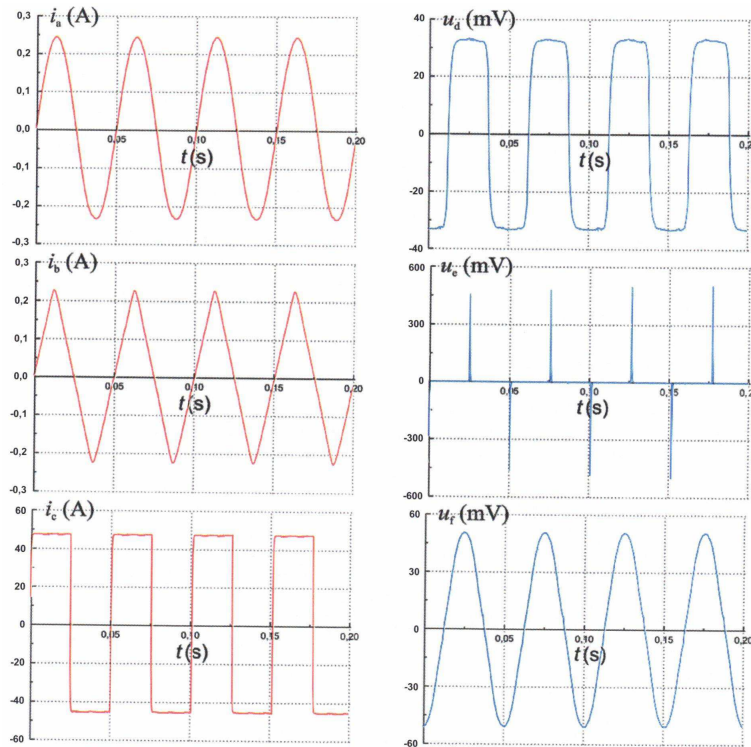
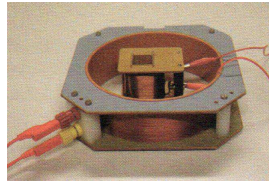
Siirtyneet elektronit aiheuttavat siten alunperin varauksettomalle p-puolelle negatiivisen ja n-puolelle positiivisen sähkövarauksen. Kuvien merkit + ja – esittävät näitä sähkövarauksia.

Kun diodi kytketään päästösuuntaan, eli p-puoli korkeampaan potentiaaliin kuin n-puoli, aiheuttaa kytkennän sähkökenttä vapaisiin varauksenkuljettajiin – n-puolella elektroneihin (–) ja p-puolella aukkoihin (+) – voiman kohti tyhjennysaluetta, jolloin tyhjennysalue kapenee ja sähkövirta pääsee kulkemaan. 2 p (5 p)

Estosuunnassa kytkennän sähkökenttä vaikuttaa juuri päinvastoin, jolloin vapaat varauksenkuljettajat siirtyvät reunoille ja tyhjennysalue levenee. Virta ei kulje (ennen läpilyöntiä). 1 p (6 p)

Siten kuvien kytkennät voitiin päätellä tyhjennysalueiden leveyksiä vertailemalla.

8. Laitetaan kuvan mukaisesti pieni käämi ison käämin sisään. Iso käämi kytketään signaaligeneraattoriin, jolla voidaan tuottaa usean muotoista vaihtosähköä. Mitataan ison käämin läpi kulkevaa virtaa ja pieneen käämiin indusoituvaa jännitettä ajan funktiona. Mikä kuvaajien mukaisista virroista $i_a \dots i_c$ indusoi minkäkin jännitteistä $u_d \dots u_f$? Perustele jokainen vastaavuus induktiolain $u = -N \frac{d\Phi}{dt}$ avulla.



Ratkaisu. Selvitetään, mikä on magneettivuon tiheys suuremman käämin keskipisteessä, kun siinä kulkee sähkövirta i .

Yksittäiselle ympyräjohtimelle pätee

$$B = \frac{\mu_0}{2r} i. \quad (\text{taulukkokirjan kaava})$$

Käämille magneettivuon tiheys on tällöin

$$B = N_1 \frac{\mu_0}{2r} i,$$

missä N_1 on kierrosten lukumäärä. Merkitään

$$\alpha = N_1 \frac{\mu_0}{2r},$$

jolloin saadaan

$$B = \alpha i, \quad 1 \text{ p}$$

missä α on vakio.

Suuremman käämin pienemmän käämin yhteen silmukkaan aiheuttama magneettivuo on muotoa

$$\Phi = AB = A\alpha i,$$

missä A on pienemmän käämin silmukan pinta-ala. Merkitään

$$\beta = A\alpha,$$

jolloin magneettivuo tulee muotoon

$$\Phi = \beta i, \quad 1 \text{ p (2 p)} \quad (1)$$

missä β on vakio. Pienemmän käämin jännite on induktiolain mukaan

$$u = -N \frac{d\Phi}{dt} \quad \parallel \text{ sij. (1)}$$

$$u = -N \frac{d\beta i}{dt}$$

$$u = -N\beta \frac{di}{dt}, \quad \text{merk. } \gamma = N\beta$$

$$u = -\gamma \frac{di}{dt}, \quad \text{missä } \gamma \text{ on vakio.} \quad 1 \text{ p (3 p)}$$

Kuvaajat (t, u) ja $(t, -\frac{di}{dt})$ ovat siis saman muotoisia. Se kuuluuko derivaatan edessä olla miinusmerkki vai ei, riippuu siitä, miten päin jännitemittari on kytketty. Seuraavana oleva tarkastelu osoittaa, että mittaustulokset sopivat yhteen, kun derivaatan edessä on miinusmerkki.

Seuraavat kuvaajat liittyvät toisiinsa:

1) i_c ja u_e

Kuvaajan i_c aikaderivaatta on nolla aikaväleillä $]0; 0,025 \text{ s}[$, $]0,025 \text{ s}; 0,05 \text{ s}[$ jne. Näissä kohdissa kuvaajassa u_e jännite on nolla. Virran noustessa ja laskiessa äkillisesti syntyy jännitepiikit ajanhetkinä $0,025 \text{ s}$, $0,05 \text{ s}$, $0,075 \text{ s}$ jne. 1 p (4 p)

2) i_b ja u_d

Kuvaajan i_b aikaderivaatta väleillä $]0,0125 \text{ s}; 0,0375 \text{ s}[$, $]0,0375 \text{ s}; 0,0625 \text{ s}[$ jne. on likimain vakio. Tämä vastaa kuvaajan u_d vakiojännitteitä kyseisillä väleillä. 1 p (5 p)

3) i_a ja u_f

Virran kuvaaja on sinimuotoinen, eli muotoa $\hat{i} \sin \omega t$. Jännite on siis muotoa $-\gamma \frac{di}{dt} = -\gamma \hat{i} \omega \cos \omega t$. Kuvaaja u_f vastaa tätä, koska sillä on sama jakso kuin virralla i_a ja vaihe-ero virtaan nähden on sama kuin funktioilla $\sin \omega t$ ja $-\cos \omega t$. **1 p (6 p)**

9. Alkuaine kalium on melko yleinen luonnossa ja ihmisen kehossa. Luonnossa esiintyvistä kolmesta kaliumisotoopista yksi, ^{40}K , on radioaktiivinen. Kalium on tärkeä ihmisen aineenvaihdunnalle, ja ravinnon mukana ihminen saa tarvitsemansa kaliumin. Radioaktiivinen kalium on hyvin merkittävä säteilyn lähde ihmisessä. Laske ^{40}K :sta aiheutuva aktiivisuus ihmisessä, jonka keho sisältää 120 g kaliumia. ^{40}K :n osuus luonnon kaliumista on 0,0117 %. Luonnon kaliumin suhteellinen atomimassa on 39,10.

Ratkaisu. Merkitään:

Kaliumin massa	$m = 120 \text{ g}$
Kaliumin moolimassa	$M = 39,10 \text{ g/mol}$
Puoliintumisaika	$T_{1/2} = 1,28 \cdot 10^9 \text{ a}$ $= 1,28 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}$ $= 4,036608 \cdot 10^{16} \text{ s}$

Lasketaan kehossa olevien kaliumytimien lukumäärä.

Ainemäärä on

$$n = \frac{m}{M},$$

joten ytimien lukumäärä on

$$N = N_A n = \frac{N_A m}{M}. \quad 1 \text{ p}$$

^{40}K -ytimien lukumäärä on

$$N_{40} = \frac{0,0117}{100} \cdot N = 1,17 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{N_A m}{M}. \quad 1 \text{ p (2 p)} \quad (1)$$

Lasketaan kalium ^{40}K :n aktiivisuus.

$$A = \lambda N \quad \text{|| sij. (1) ja } \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad 1 \text{ p (3 p)}$$

$$A = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot 1,17 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{N_A m}{M} \quad 1 \text{ p (4 p)}$$

$$A = \frac{1,17 \cdot 10^{-4} \cdot \ln 2 \cdot N_A m}{T_{1/2} \cdot M} \quad 1 \text{ p (5 p)}$$

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1,17 \cdot 10^{-4} \cdot \ln 2 \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \cdot 120 \text{ g}}{4,036608 \cdot 10^{16} \text{ s} \cdot 39,10 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \\
 &= 3713,128 \dots \text{ s}^{-1} \\
 &\approx 3700 \text{ Bq}
 \end{aligned}$$

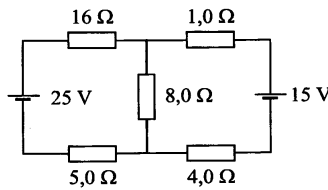
Vastaus: Aktiivisuus on 3700 Bq.

1 p (6 p)

10. Määritä oheisen kuvan virtapiirissä

- virta $8,0\ \Omega$ vastuksessa,
- jännitehäviö $4,0\ \Omega$ vastuksessa ja
- lämpöteho $16\ \Omega$ vastuksessa.

Jännitelähteiden sisäinen resistanssi on hyvin pieni.



Ratkaisu.

$$R_1 = 16\ \Omega$$

$$R_2 = 1,0\ \Omega$$

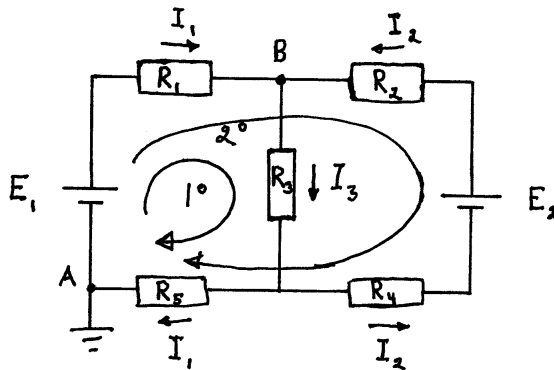
$$R_3 = 8,0\ \Omega$$

$$R_4 = 4,0\ \Omega$$

$$R_5 = 5,0\ \Omega$$

$$E_1 = 25\ \text{V}$$

$$E_2 = 15\ \text{V}$$



Lasketaan virtapiirin sähkövirtojen suuruudet.

K1: Pisteessä B:

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (1)$$

K2: Valitaan piste A potentiaalin nollatasoksi ja tarkastellaan ensin silmukkaa 1°. Nyt

$$\sum V_A = 0$$

$$E_1 - R_1 I_1 - R_3 I_3 - R_5 I_1 = 0$$

Sijoitetaan (1), saadaan:

$$E_1 - R_1 I_1 - R_3 (I_1 + I_2) - R_5 I_1 = 0$$

$$R_3 I_2 = E_1 - (R_1 + R_3 + R_5) I_1 \quad || : R_3$$

$$I_2 = \frac{E_1 - (R_1 + R_3 + R_5) I_1}{R_3} \quad (2)$$

Silmukka 2°:

$$\sum V_A = 0$$

$$E_1 - R_1 I_1 + R_2 I_2 - E_2 + R_4 I_2 - R_5 I_1 = 0 \quad 1 \text{ p}$$

Sijoitetaan (2), saadaan:

$$E_1 - R_1 I_1 + \frac{R_2}{R_3} [E_1 - (R_1 + R_3 + R_5) I_1] - E_2$$

$$+ \frac{R_4}{R_3} [E_1 - (R_1 + R_3 + R_5) I_1] - R_5 I_1 = 0$$

$$R_1 I_1 + \frac{R_2}{R_3} (R_1 + R_3 + R_5) I_1 + \frac{R_4}{R_3} (R_1 + R_3 + R_5) I_1$$

$$+ R_5 I_1 = E_1 + \frac{R_2}{R_3} E_1 + \frac{R_4}{R_3} E_1 - E_2$$

$$\left[R_1 + R_5 + \frac{(R_2 + R_4)(R_1 + R_3 + R_5)}{R_3} \right] I_1 = \left(1 + \frac{R_2 + R_4}{R_3} \right) E_1 - E_2$$

$$I_1 = \frac{\left(1 + \frac{R_2 + R_4}{R_3} \right) E_1 - E_2}{R_1 + R_5 + \frac{(R_2 + R_4)(R_1 + R_3 + R_5)}{R_3}}$$

$$I_1 = \frac{\left(1 + \frac{1,0\Omega + 4,0\Omega}{8,0\Omega} \right) 25 \text{ V} - 15 \text{ V}}{16\Omega + 5,0\Omega + \frac{(1,0\Omega + 4,0\Omega)(16\Omega + 8,0\Omega + 5,0\Omega)}{8,0\Omega}}$$

$$I_1 = 0,65495 \dots \text{ A}$$

Yhtälö (2):

$$I_2 = \frac{25 \text{ V} - (16\Omega + 8,0\Omega + 5,0\Omega) \cdot 0,65495 \dots \text{ A}}{8,0\Omega}$$

$$I_2 = 0,75079 \dots \text{ A}$$

Yhtälö (1):

$$I_3 = I_1 + I_2$$

$$I_3 = 0,65495 \dots \text{ A} + 0,75079 \dots \text{ A}$$

$$= 1,40575 \dots \text{ A}$$

a) Virta $8,0\Omega$:n vastuksessa on

$$I_3 \approx \underline{\underline{1,4 \text{ A}}} \quad 1 \text{ p (2 p)}$$

b) Jännitehäviö $4,0\,\Omega$:n vastuksessa (R_4) on

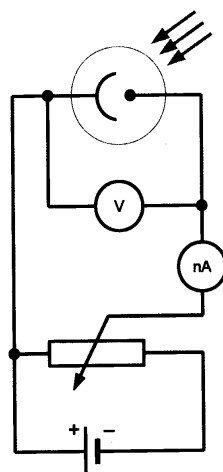
$$\begin{aligned}U_4 &= R_4 I_2 && \text{1 p (3 p)} \\&= 4,0\,\Omega \cdot 0,75079 \dots \text{ A} \\&= 3,00319 \dots \text{ V} \\&\approx \underline{\underline{3,0\text{ V}}} && \text{1 p (4 p)}\end{aligned}$$

c) Lämpöteho $16\,\Omega$:n vastuksessa (R_1) on

$$\begin{aligned}P_1 &= U_1 I_1 \\&= R_1 I_1^2 && \text{1 p (5 p)} \\&= 16\,\Omega \cdot (0,65495 \dots \text{ A})^2 \\&= 6,8633 \dots \text{ W} \\&\approx \underline{\underline{6,9\text{ W}}} && \text{1 p (6 p)}\end{aligned}$$

11. Valosähköisen ilmiön tutkimuslaitteessa on valokenno, jonka katodia valaistaan yksivärisellä valolla. Elektrodien välistä jännitettä voidaan säätää. Taulukossa on valon aallonpituuksia ja vastaavat jännitteet U_0 , joilla sähkövirta lakkaa kulkemasta valokennon läpi. Määritä tulosten perusteella Planckin vakio ja katodimetallin irrotustyö. Mitä metallia katodi on?

λ (nm)	U_0 (V)
611	0,081
588	0,141
525	0,433
505	0,528
472	0,672

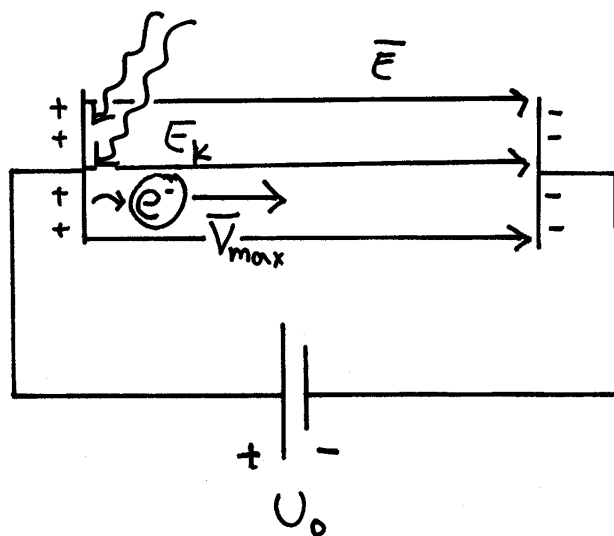


Ratkaisu. Valosähköisessä ilmiössä metallin pinnasta irronneen elektronin liike-energian maksimi on

$$E_{\max} = hf - W,$$

missä f on valon taajuus ja W on metallille ominainen irrotustyö.

Pysäytysjännite kytketään kuvan mukaisesti siten, että sen synnyttämä sähkökenttä pienentää irronneen elektronin liike-energiaa.



Virta lakkaa kulkemasta piirissä, kun sähkökenttä pysäyttää kaikki katodilta irtoavat elektronit ennen niiden osumista anodiin. Näin tapahtuu, kun sähkökentän tekemä työ elektrodien välillä on suurempi kuin elektronien suurin liike-energia. Rajatapauksessa

$$\begin{aligned} W_E = E_{\max} & \quad \text{|| sij.} \quad W = QU_0 \text{ ja } E_{\max} = hf - W \\ QU_0 = hf - W & \quad \text{|| sij.} \quad Q = e \\ eU_0 = hf - W & \end{aligned} \quad (1)$$

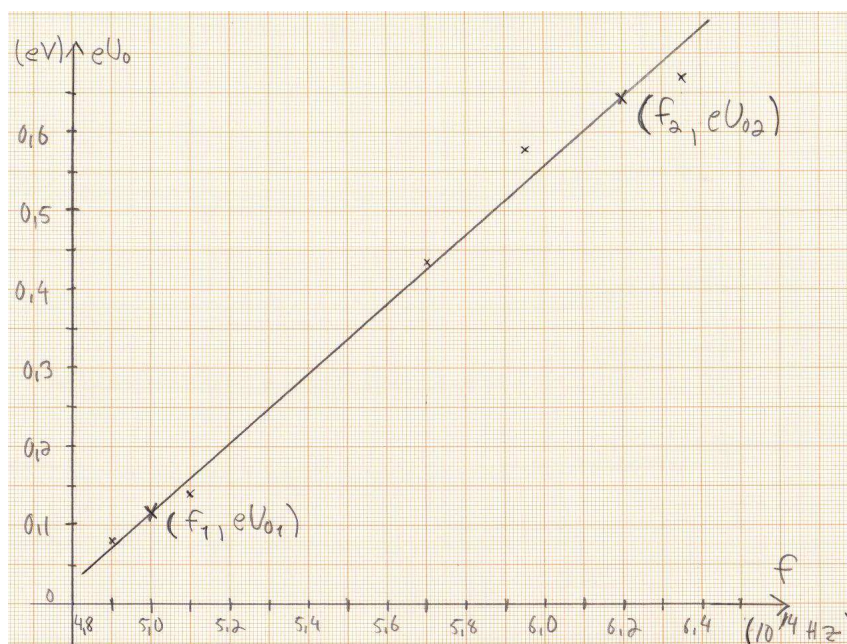
Yhtälö esittää suoraa (f, eU_0) -koordinaatistossa.

Metalliin osuvan valon taajuus on $f = \frac{c}{\lambda}$. Lasketaan aallonpituutta ja pysäytysjännitettä vastaavat f :n ja eU_0 :n arvot taulukkoon.

λ (mm)	$f = \frac{c}{\lambda}$ (Hz)	U_0 (V)	eU_0 (eV)
611	$\frac{2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{611 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 4,907 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$	0,081	$e \cdot 0,081 \text{ V} = 0,081 \text{ eV}$
588	$5,097 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$	0,141	0,141 eV
525	$5,710 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$	0,433	0,433 eV
505	$5,937 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$	0,528	0,528 eV
472	$6,352 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$	0,672	0,672 eV

1 p (2 p)

Piirretään arvot (f, eU_0) -kuvaajaan ja sovitetaan niihin suora.



1 p (3 p)

Otetaan saadulta suorasta kaksi pistettä:

$$\begin{aligned} f_1 &= 5,0 \cdot 10^{14} \text{ Hz} & eU_{01} &= 0,12 \text{ eV} \\ f_2 &= 6,2 \cdot 10^{14} \text{ Hz} & eU_{02} &= 0,64 \text{ eV} \end{aligned}$$

Määritetään Planckin vakio h suoran fysikaalisena kulmakertoimenä.

$$\begin{aligned} h &= k \\ &= \frac{\Delta eU_0}{\Delta f} \\ &= \frac{eU_{02} - eU_{01}}{f_2 - f_1} \\ &= \frac{0,64 \text{ eV} - 0,12 \text{ eV}}{6,2 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1} - 5,0 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} \\ &= 4,333 \dots \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \\ &\approx 4,3 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \end{aligned} \quad \text{1 p (4 p)}$$

Sijoitetaan $h = 4,333 \dots \cdot 10^{-15} \text{ eVs}$, $f_1 = 5,0 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ ja $eU_{01} = 0,12 \text{ eV}$ yhtälöön (1).

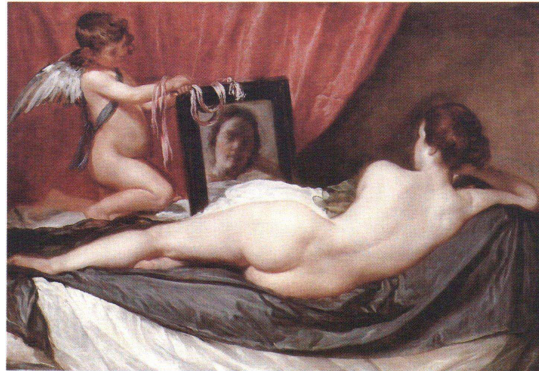
$$\begin{aligned} 0,12 \text{ eV} &= 4,333 \dots \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 5,0 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1} - W \\ W &= 4,333 \dots \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 5,0 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1} - 0,12 \text{ eV} \\ W &= 2,04666 \dots \text{ eV} \\ &\approx 2,0 \text{ eV} \end{aligned} \quad \text{1 p (5 p)}$$

Tämä irrotustyö on lähimpänä cesiumin irrotustyötä ($W = 1,94 \text{ eV}$).

Vastaus: Mittaustulosten perusteella arvio Planckin vakiolle on $4,3 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}$ ja irrotustyölle $2,0 \text{ eV}$. Tämän perusteella metalli on cesiumia.

1 p (6 p)

- +12. a) Oheisessa kuvassa on Diego Velásquezin maalaus Venus peilin edessä. Maalaus esittää sen, mitä maalari näkee. Mitä malli näkee peilistä? Perustelee. (2 p.)



<http://jssgallery.org/Other_Artists/Velazquez/Velazquez_Venus_at_her_Mirror.htm>. Luettu 1.9.2011.

- b) Oheisessa kuvassa on kynttilä monilasisen ikkunan lähellä. Kuvassa näkyy myös ikkunalasien muodostamia kuvia kynttilän liekistä. Kuinka monta lasia ikkunassa on? Perustelee. (2 p.)



Kuva: Jukka Väijä

- c) Kynttilän liekki on 12 cm:n etäisyydellä sisimmästä lasista (vrt. kuva). Kuinka suuria ovat ikkunan lasien välimatkat? Voit olettaa, että kuva on otettu kaukaa. (5 p.)

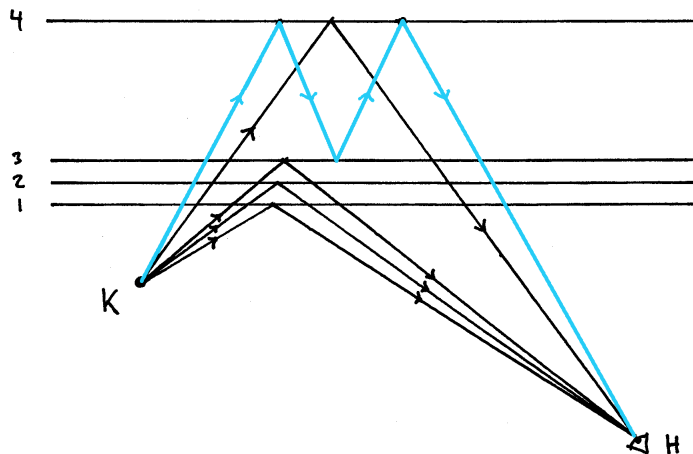
Ratkaisu.

- a) Maalari näkee mallin kasvot peilissä, joten mallin kasvoista lähtevät valonsäteet heijastuvat peilin kautta maalarin silmään. Siten myös erityisesti mallin silmistä lähtevät valonsäteet heijastuvat maalarin silmään. Valonsäteiden käänteisen kulun perusteella edellisestä seuraa, että maalarin silmästä lähtevät valonsäteet heijastuvat peilin kautta mallin silmiin. Näin ollen malli näkee peilistä maalarin silmän. Kuvan mittasuhteiden perusteella malli näkee myös maalarin koko kasvot.

1 p

1 p (2 p)

b)



Kuva 1.

Kun kynttilästä lähtenyt valonsäde kohtaa ikkunalasin, niin suurin osa valosta taittuu ja etenee lasin läpi ja osa valosta heijastuu lasista. Näin ollen jokaisen ikkunalasin kautta heijastuu kynttilästä lähtenyt valonsäde kameran linssiin. Nämä valonsäteet on piirretty kuvaan 1 mustalla. K on kynttilä ja H on havaitsija eli kamera. Jokainen ikkunalasi synnyttää kuvan, jonka havaitaan olevan tulevan valonsäteen suunnassa.

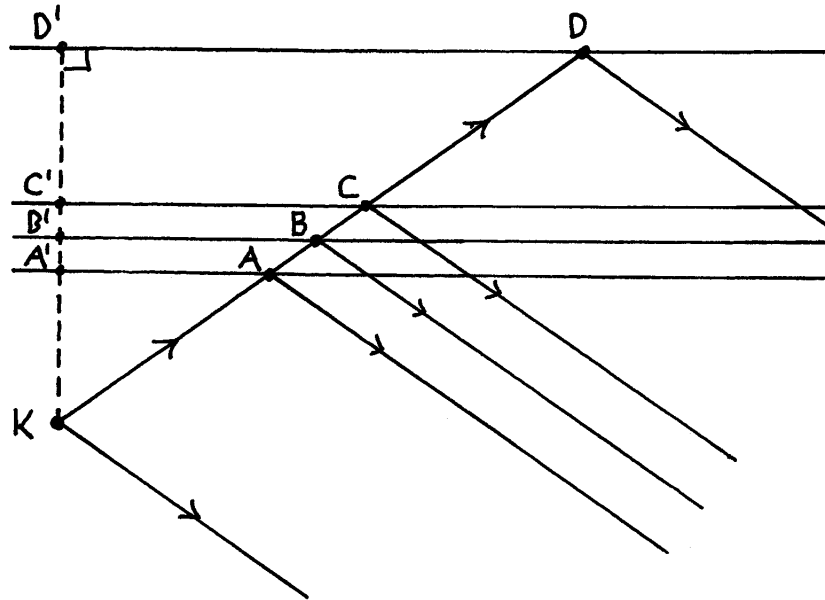
Tehtävänannon kuvassa on neljä kirkasta heijastusta kynttilästä ja joi-takin himmeämpiä heijastuksia. Kirkkaat heijastukset syntyvät edellä esitetyllä tavalla. Himmeät heijastukset syntyvät valonsäteen heijastues-sa useita kertoja, kuten sinisellä piirretty valonsäde kuvassa 1. Tällaiset valonsäteet saapuvat kameraan huomattavasti himmeämpinä, koska jo-kaisessa heijastuksessa suurin osa valosta taittuu lasin läpi.

Tehtävänannon kuvassa on neljä kirkasta heijastusta, joten ikkunalaseja on neljä.

1 p (4 p)

1 p (3 p)
himmeiden
heijastusten
käsittelystä

c)

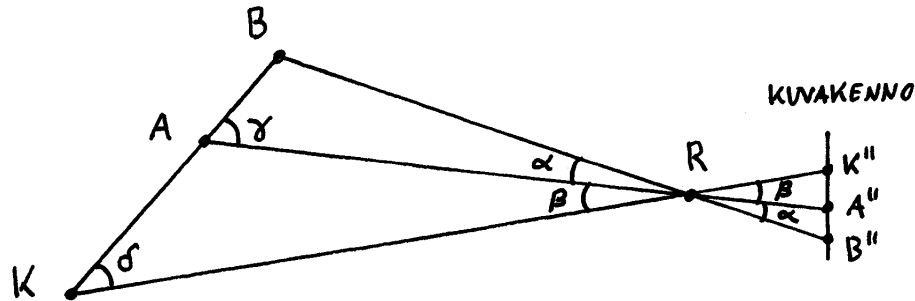


Kuva 2.

Kuvassa 1 on esitetty tilanne, jossa kamera on melko lähellä ikkunaa. Jos kamera siirretään hyvin kauaksi ikkunasta, niin kaikista kameraan heijastuneista valonsäteistä tulee likimain yhdensuuntaisia. Tämä tilanne on esitetty kuvassa 2. Myös kynttilästä K suoraan kameraan tuleva valonsäde on likimain yhdensuuntainen heijastuneiden valonsäteiden kanssa. **1 p (5 p)**

Heijastukset tapahtuvat pisteissä A , B , C ja D . Koska heijastuneet valonsäteet ovat yhdensuuntaisia, niin myös heijastuskulmat ovat kaikilla valonsäteillä yhtä suuret. Näin ollen kolmiot KAA' , KBB' , KCC' ja KDD' ovat yhdenmuotoisia. Yhdenmuotoisuudesta seuraa, että pisteet K , A , B , C ja D sijaitsevat samalla suoralla. **1 p (6 p)**

Suoraan pisteestä K tuleva sekä pisteiden A , B , C ja D kautta heijastuneet valonsäteet synnyttävät kukin yhden kuvapisteen kameran kuvakennolle. Annetaan kuvakennolle syntyville pisteille nimet K'' , A'' , B'' , C'' ja D'' . Osoitetaan seuraavaksi, että kuvakennolla olevat janat $K''A''$, $A''B''$, $B''C''$ ja $C''D''$ suhtautuvat kuten janat KA , AB , BC ja CD . Kamera voidaan ajatella reikäkameraksi, jolloin tilannetta vastaa kuva 3. Piste R on kameran reikä.



Kuva 3.

Sinilauseen avulla saadaan kuvasta 3

$$\begin{aligned} \frac{AB}{\sin \alpha} &= \frac{BR}{\sin \gamma} & \text{ja} & \quad \frac{KA}{\sin \beta} = \frac{AR}{\sin \delta} \\ \sin \alpha &= \frac{AB \sin \gamma}{BR} & \text{ja} & \quad \sin \beta = \frac{KA \sin \delta}{AR}. \end{aligned}$$

Edelleen

$$\begin{aligned} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} &= \frac{\frac{AB \sin \gamma}{BR}}{\frac{KA \sin \delta}{AR}} \\ &= \frac{AB}{KA} \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \delta} \cdot \frac{AR}{BR}. \end{aligned}$$

Koska piste R on kaukana janasta KB , niin $\gamma \approx \delta$ ja $AR \approx BR$, joten $\sin \gamma : \sin \delta \approx 1$ ja $AR : BR \approx 1$, joten

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \approx \frac{AB}{KA}. \quad (1) \quad 1 \text{ p (7 p)}$$

Koska kulmat α ja β ovat pieniä, niin piste R on janan $K''B''$ pituuteen nähden kaukana siitä. Siten edellistä tarkastelua voidaan soveltaa myös pisteisiin R , K'' , A'' ja B'' , josta saadaan

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \approx \frac{A''B''}{K''A''}. \quad (2)$$

Yhdistämällä (1) ja (2) saadaan

$$\frac{AB}{KA} \approx \frac{A''B''}{K''A''}.$$

Sama voidaan osoittaa mille tahansa kolmelle peräkkäiselle pisteelle pisteistä K , A , B , C ja D . Tästä seuraa, että kuvakennolla olevat janat $K''A''$, $A''B''$, $B''C''$ ja $C''D''$ suhtautuvat kuten janat KA , AB , BC ja

CD . Tehtäväpaperissa oleva kuva on luettu kameran kuvakennolta, joten siinä olevien liekin kuvien etäisyydet suhtautuvat, kuten janat $K''A''$, $A''B''$, $B''C''$ ja $C''D''$. Mitataan etäisyydet kuvasta, jolloin saadaan:

$$\begin{aligned} 3,8 \text{ cm} : 0,25 \text{ cm} : 0,25 \text{ cm} : 1,9 \text{ cm} &= K''A'' : A''B'' : B''C'' : C''D'' \\ &= KA : AB : BC : CD. \end{aligned} \quad (3)$$

Toisaalta kolmioiden yhdenmuotoisuuksista seuraa (kuva 2), että

$$KA' : A'B' : B'C' : C'D' = KA : AB : BC : CD. \quad (4) \quad 1 \text{ p (8 p)}$$

Sijoitetaan yhtälöön (4) yhtälö (3) sekä kynttilän etäisyys ikkunasta $KA' = 12 \text{ cm}$, saadaan

$$12 \text{ cm} : A'B' : B'C' : C'D' = 3,8 \text{ cm} : 0,25 \text{ cm} : 0,25 \text{ cm} : 1,9 \text{ cm}.$$

Tästä saadaan lasien välimatkat

$$\begin{aligned} A'B' &= 12 \text{ cm} \cdot \frac{0,25 \text{ cm}}{3,8 \text{ cm}} = 0,78947 \dots \text{ cm} \approx 0,79 \text{ cm} \\ B'C' &= 12 \text{ cm} \cdot \frac{0,25 \text{ cm}}{3,8 \text{ cm}} = 0,78947 \dots \text{ cm} \approx 0,79 \text{ cm} \\ C'D' &= 12 \text{ cm} \cdot \frac{1,9 \text{ cm}}{3,8 \text{ cm}} = 6,0 \text{ cm} \end{aligned}$$

Vastaus: Lasien välimatkat ovat 0,79 cm, 0,79 cm, 6,0 cm.

1 p (9 p)

- +13. a) Vesi on elämän kannalta tärkeä aine. Mitkä veden fysikaaliset ja kemialliset ominaisuudet ovat elämän kannalta keskeisiä? (3 p.)
- b) Vesi on myös tärkeä erilaisissa teknisissä prosesseissa. Tarkastele veden käyttöä vesivoimalassa, lauhdevoimalassa ja ydinvoimalassa. Kiinnitä huomiota hyödynnettäviin veden fysikaalisiin ominaisuuksiin. (6 p.)

Ratkaisu.

- a) Yksi elämän kannalta tärkeimmistä veden fysikaalisista ominaisuuksista on sen hyvin suuri ominaislämpökapasiteetti. Siten se pystyy sitomaan tai luovuttamaan paljon lämpöenergiaa ilman, että sen oma lämpötila muuttuu merkittävästi. Se siis tasoittaa hyvin lämpötilan vaihteluita. Tärkeitä fysikaalisia ominaisuuksia ovat myös sopivat sulamis- ja kiehumispisteet. Ne mahdollistavat veden kiertokulun luonnossa elämälle suotuisissa lämpötiloissa. Siksi vesi myös esiintyy maapallolla usein nestemäisessä olomuodossa. Vesi on hyvä liuotin, joten nestemäisenä se luo hyvät edellytykset elämän kannalta tärkeiden kemiallisten reaktioiden synnylle. Vesi on itsessään tärkeä lähtöaine elämän kannalta keskeisessä yhteyttämisreaktiossa. Vesi koostuu vedystä ja hapesta, jotka ovat tärkeä osa eliöiden hyödyntämissä yhdisteissä. 1 p
- 1 p (2 p) —
- b) Vesivoimalassa hyödynnetään luonnossa tapahtuvan veden kiertokulun aikaansaamaa veden potentiaalienergiaa. Kuten a-kohdassa todettiin, tämä kiertokulku ei olisi mahdollista maapallolla esiintyvissä lämpötiloissa ilman veden sopivia sulamis- ja kiehumispisteitä. Voimalassa veden potentiaalienergia muuttuu liike-energiaksi, kun altaan pohjalla oleva suuren paineen alainen vesi johdetaan tunnelia pitkin altaan ulkopuolelle. Veden liike-energia on edelleen helppo muuntaa turbiinin liike-energiaksi, koska vesi on nestemäisessä olomuodossa ja sen tiheys on kohtuullisen suuri. 1 p (3 p)
- 2 p (5 p)
- Lauhdevoimalassa ja ydinvoimalassa vettä käytetään muunnettaessa palamisprosessin tai ydinreaktion lämpöenergiaa turbiinin liike-energiaksi. Vapautuva lämpö kuumentaa paineistettua vettä, joka höyrystyy ja paineistuu edelleen. Kuuma ja korkeapaineinen vesihöyry syöksyy turbiiniin ja saa sen pyörimään. Höyry menettää turbiinissa energiaa ja höyry jäähtyy, jonka jälkeen sitä jäähdytetään edelleen erillisellä jäähdytinvesipiirillä lauhduttimessa. Vedeksi tiivistyneenä se pumpataan takaisin kuumennettavaksi jälleen höyryksi. Energiat ehokkuuden kannalta on hyvä, että painetta säätelemällä voidaan vaikuttaa veden höyrystymiseen. Myös veden suuri ominaislämpökapasiteetti vähentää veden kiertonopeuden tarvetta. Suuri ominaislämpökapasiteetti auttaa myös jäähdytysvesipiirin toimintaa. Joissakin ydinvoimaloissa on vielä kolmas veden kiertoprosessi, missä ydinreaktori lämmittää hyvin korkeapaineisen veden erittäin
- 1 p (6 p) — 1 p (7 p)
- 1 p (8 p) —

kuumaksi. Vesi johdetaan höyrystimelle, jossa se luovuttaa lämpöä turbiinia pyörittävälle vesipiirille, joka on matalammassa paineessa. Erityisesti tämän tyyppisessä ydinvoimalassa hyödynnetään veden höyrystymisen riippuvuutta paineesta. 1 p (9 p)