

MAFYNETTI



Miten opit
parhaiten?

Valmistaudu pitkän- tai lyhyen matematiikan kirjoituksiin ilmaiseksi Mafynetti-ohjelmalla!

- Harjoittelu tehdään aktiivisesti tehtäviä ratkomalla. Tehtävät kattavat kaikki yo-kokeessa tarvittavat asiat.
- Lasket kynällä ja paperilla, mutta Mafynetti opettaa ja neuvoo videoiden ja ratkaisujen avulla.
- Mafynetti huolehtii kertauksesta, joten et unohda oppimiasi asioita.
- Mafynetti on nyt kokonaan ilmainen!

Lataa ilmaiseksi mafyvalmennus.fi/mafynetti

Fysiikka, kevät 2010

Mallivastaukset

Mallivastausten laatimisesta ovat vastanneet filosofian maisteri Teemu Kekkonen ja diplomi-insinööri Antti Suominen. Teemu Kekkonen opettaa lukiossa pitkää ja lyhyttä matematiikkaa sekä fysiikkaa. Hän on tarkastanut matematiikan ja fysiikan yo-kokeita neljän vuoden ajan. Teemu Kekkonen ja Antti Suominen toimivat opettajina MA-FY Valmennus Oy:ssä. Nämä mallivastaukset ovat MA-FY Valmennus Oy:n omaisuutta.

MA-FY Valmennus Oy on Helsingissä toimiva, matematiikan ja fysiikan valmennuskursseihin erikoistunut yritys. Palveluitamme ovat

- TKK-pääsykoekurssit
- abikurssit
- yksityisopetus

Tästä keväästä alkaen olemme julkaisseet kaiken palautteen, jonka asiakkaat antavat kurseistamme. Näin varmistamme, että palveluistamme kiinnostuneilla ihmisillä on mahdollisuus saada tarkka ja rehellinen kuva siitä, mitä meiltä voi odottaa.

Tämä asiakirja on tarkoitettu yksityishenkilöille opiskelukäyttöön ja omien yo-vastausten tarkistamista varten. Kopion tästä asiakirjasta voi ladata MA-FY Valmennuksen internet-sivuilta www.mafyvalmennus.fi. Käyttö kaikissa kaupallisissa tarkoituksissa on kielletty. Lukion fysiikan opettajana voit käyttää näitä mallivastauksia oppimateriaalina lukiokursseilla.

MA-FY Valmennus Oy:n yhteystiedot:

internet: www.mafyvalmennus.fi
s-posti: info@mafyvalmennus.fi
puhelin: 050 338 7098

1. a) Televisiot ja monet muut elektroniikkalaitteet kuluttavat sähköä valmiustilassa, vaikka niitä ei käytetä. Kodin elektroniikkalaitteet ovat keskimäärin $\frac{3}{4}$ ajasta valmiustilassa, jolloin ne kuluttavat energiaa yhteensä 45 W:n teholla. Kuinka paljon kotitalous voi vuodessa säästää sähkölaskussa, jos valmiustilassa olevat elektroniikkalaitteet sammutetaan? Sähkön hinta on 0,10 €/kWh.

b) Mainitse muita käyttökelpoisia tapoja pienentää kotien energiankulutusta.

Ratkaisu. a) Energiankulutus

$$\begin{aligned} E &= Pt \\ &= 45 \text{ W} \cdot \frac{3}{4} \cdot 365 \cdot 24 \text{ h} \\ &= 295\,650 \text{ Wh} \\ &= 295,65 \text{ kWh} \end{aligned}$$

Valmiustilassa kuluneen sähkön hinta on

$$0,10 \text{ €/kWh} \cdot 295,65 \text{ kWh} = 29,565 \text{ €}$$

V: Sähkölaskussa voi säästää 30 €, jos
valmiustilassa olevat sähkölaitteet sammutetaan.

b) Merkittävin osa kotien energiankulutuksesta muodostuu huoneiden lämmityksestä ja lämpimän käyttöveden lämmityksestä. Näin ollen suurin säästö saadaan aikaan vähentämällä lämpimän veden kulutusta ja vaikuttamalla huoneiden lämmitystarpeeseen. Keinoja tähän ovat esimerkiksi:

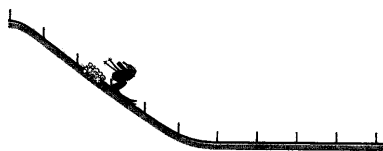
- huoneilman lämpötilan laskeminen
- viallisten termostaattien vaihto tai korjaaminen
- hallittu ilmanvaihto (riittävä, mutta ei tarpeettoman suurta tuuletusta)
- mikäli talossa on koneellinen ilmanvaihto, niin se on pidettävä kunnossa huoltamalla
- suihkun vaihtaminen vettä säästävään malliin ja erityisesti nopeampi käynti suihkussa
- tiputtavien vesihanojen korjaaminen

Muita asioita, joilla voidaan vähentää kodin energiankulutusta

- valojen ja muiden sähkölaitteiden kuten tietokoneen kytkeminen pois päältä, jos ne ovat pitkän aikaa käyttämättä

- tietokone kannattaa sammuttaa tai laittaa valmiustilaan ainakin yöksi ja kotoa poissa ollessa
- veden- ja sähkönkulutuksen huomioiminen pesukonetta ostaessa
- sähkönkulutuksen huomioiminen muita sähkölaitteita hankittaessa
- tietokoneen virransäästöominaisuuksien käyttö

2. Suksien luisto-ominaisuuksia testaava hiihtäjä liikuu ohessa kuvatun tapaista rinnettä. Kun hiihtäjän nopeus mitataan valoporteilla, jotka ovat ratakäyrää pitkin mitattuna 10,0 m:n etäisyydellä toisistaan, saadaan seuraavan taulukon mukaiset tulokset:



s/m	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$v/(\text{m/s})$	0,0	6,2	8,9	10,7	12,2	12,2	11,4	10,5	9,6	8,8	8,0

- Esitä graafisesti hiihtäjän nopeus paikan funktiona (3 p.)
- Missä kohdassa hiihtäjän nopeus on suurimmillaan? (1 p.)
- Minkä voimien vuoksi hiihtäjän nopeus alkaa pienentyä? (2 p.)

Ratkaisu. a)



Kuvaajan huipulla oleva pyöristys voi olla loivempikin. Mäki ei kuvan perusteella muutu äkillisesti tasaiseksi. Toisaalta ei voida tietää millä matkalla kaltevuuskulma muuttuu.

- b) Kuvaajan perusteella arvioiden hiihtäjän nopeus on suurimmillaan kohdassa 44 m.
- c) Hiihtäjän nopeus alkaa pienentyä, koska hiihtäjään kohdistuu liikkeen suunnalle vastakkainen suksen ja lumen välinen liukukitkavoima sekä koko hiihtäjään vaikuttava ilmanvastusvoima.

3. Auton vauhti pudotetaan jarruttamalla nopeudesta 120 km/h nopeuteen 80 km/h. Kuinka paljon nousee teräksisten jarrulevyjen lämpötila, jos 50 % auton liike-energian muutoksesta ilmenee levyjen lämpenemisenä? Auton massa on 1 300 kg ja jarrulevyjen kokonaismassa 11 kg.

Ratkaisu. Liike-energian väheneminen

$$\begin{aligned}\Delta E_k &= E_{ka} - E_{kl} \\ &= \frac{1}{2}mv_a^2 - \frac{1}{2}mv_l^2 \\ &= \frac{1}{2}m(v_a^2 - v_l^2),\end{aligned}$$

jossa

$$\begin{aligned}v_a &= 120 \text{ km/h} && \text{on nopeus alussa,} \\ v_l &= 80 \text{ km/h} && \text{on nopeus lopussa,} \\ m &= 1300 \text{ kg} && \text{on auton massa.}\end{aligned}$$

Jarrulevyyn siirtyvä lämpö

$$\begin{aligned}Q &= 0,5\Delta E_k \\ &= 0,5 \cdot \frac{1}{2}m(v_a^2 - v_l^2) \\ &= \frac{1}{4}m(v_a^2 - v_l^2)\end{aligned}\tag{1}$$

Jarrulevyyn siirtyvä lämpö voidaan lausua myös lämpötilan muutoksen avulla, eli

$$Q = cm_j\Delta t,\tag{2}$$

jossa jarrulevyjen massa $m_j = 11 \text{ kg}$ ja teräkselle $c = 0,46 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$.

Yhtälöistä (1) ja (2) saadaan yhtälö

$$\begin{aligned}cm_j\Delta t &= \frac{1}{4}m(v_a^2 - v_l^2) \quad || : (cm_j) \\ \Delta t &= \frac{m(v_a^2 - v_l^2)}{4cm_j}\end{aligned}$$

Sijoitetaan arvot, saadaan

$$\begin{aligned}\Delta t &= \frac{1300 \text{ kg} \cdot \left[\left(\frac{120}{3,6} \text{ m/s} \right)^2 - \left(\frac{80}{3,6} \text{ m/s} \right)^2 \right]}{4 \cdot 0,46 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}) \cdot 11 \text{ kg}} \\ \Delta t &= 39,647 \dots ^\circ\text{C}\end{aligned}$$

V: Jarrulevyjen lämpötila nousee $40 ^\circ\text{C}$.

4. Perustele, mitkä seuraavista väitteistä pitävät paikkansa ja mitkä eivät:
- a) Ääniaallot voivat kokonaisheijastua tyynen veden pinnasta.
 - b) Ääniaallot polarisoituvat läpäistessään tiheän metallilankahilan.
 - c) Formula-ajojen katsoja havaitsee kilpa-auton moottorin äänen korkeuden nousevan auton ohittaessa hänet.

Ratkaisu. a) Ilma on äänelle aalto-opillisesti tiheämpi aine verrattuna veteen, koska ääni kulkee ilmassa hitaammin kuin vedessä. Kun aaltoliike etenee aalto-opillisesti tiheämmästä aineesta harvempaan päin, niin aaltoliikkeen etenemissuunta taittuu rajapinnassa normaalista poispäin.

Ääniaallon tullessa ilmasta veteen päin tilanne on siis tämä. Taitekulma on tällöin suurempi kuin tulokulma. Kun taitekulma on suorakulma, niin tapahtuu kokonaisheijastuminen. Samoin ääni kokonaisheijastuu, kun tulokulma on suurempi kuin tämä kokonaisheijastuksen rajakulma.

Ääniaallot voivat siis kokonaisheijastua tyynen veden pinnasta, joten väite pitää paikkansa.

b) Ääniaalto saattaa hieman heiketä läpäistessään hilan, mutta ilmassa tai yleensä kaasussa etenevä ääniaalto ei voi koskaan polarisoitua, koska ääniaalto kaasussa on pitkittäistä aaltoliikettä ja sillä on näin ollen vain yksi värähtelysuunta.

Väite ei pidä paikkaansa.

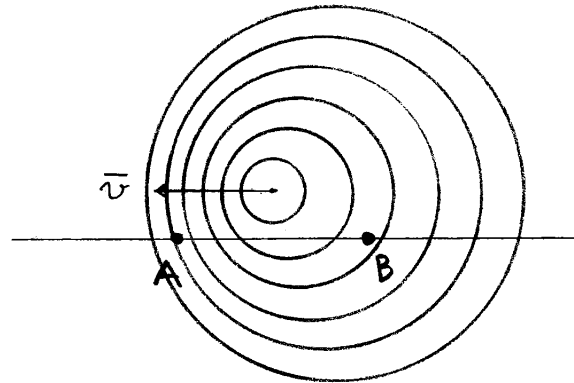
c) Formula-auto on liikkeessä oleva äänilähde. Äänilähteen ollessa liikkeessä tapahtuu Dopplerin ilmiö. Äänen taajuus väliaineessa on tällöin erilainen eri suunnissa verrattuna äänilähteen taajuuteen.

Äänen taajuus on korkein niillä ääniaalloilla, jotka etenevät samaan suuntaan kuin äänilähde. Taajuus on matalin niillä aalloilla, jotka etenevät vastakkaiseen suuntaan äänilähteen liikesuuntaan nähden. Muissa suunnissa äänen taajuus on tältä väliltä.

Formula-auton lähestyessä katsojaa ääniaallot tulevat katsojaa kohti lähes liikkeen suunnassa ja taajuus on korkeimmillaan. Formula-auton ohitettua katsojan ääniaallot tulevat lähes vastakkaisesta suunnasta formula-auton liikesuuntaan nähden.

Tilanteen muuttuminen on esitetty alla olevassa kuvassa. Katsojan havaitsema formula-auton moottorin äänen taajuus tai toisin sanoen äänen korkeus siis laskee formula-auton ohittaessa katsojan.

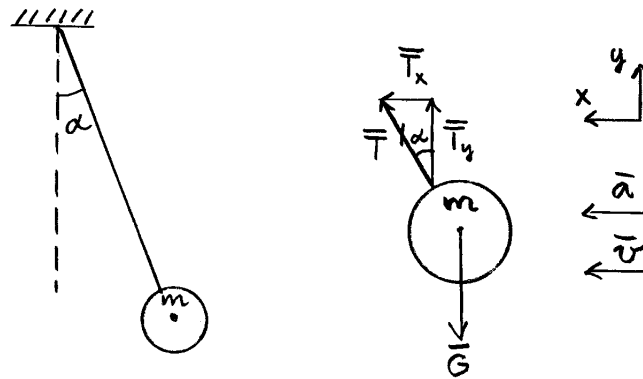
Väite ei pidä paikkaansa.



A on katsojan sijainti autoon nähden ennen ohitusta ja B ohituksen jälkeen.

5. Sähköjunassa matkustava abiturientti päätti mitata junan kiihtyvyyden langassa riippuvan avainnipun avulla. Junan kiihdyttäessä hän arvioi ripustuslangan muodostavan 15° kulman pystysuoraan nähden. Kuinka suuri oli tämän perusteella junan kiihtyvyys? Piirrä selkeä voimakuvio, josta ilmenevät myös nopeuden ja kiihtyvyyden suunnat.

Ratkaisu.



$$\alpha = 15^\circ$$

\bar{T} on langan jännitysvoima.

\bar{G} on avainnippuun kohdistuva painovoima.

Avainnipulla ei ole kiihtyvyyttä pystysuunnassa, joten dynamiikan peruslain mukaan

$$\begin{aligned}\sum \bar{F}_y &= m\bar{a}_y \\ \sum \bar{F}_y &= \bar{0} \\ \bar{T}_y + \bar{G} &= \bar{0} \\ T_y - G &= 0\end{aligned}$$

Sijoitetaan $G = mg$ ja $T_y = T \cos \alpha$, saadaan

$$\begin{aligned}T \cos \alpha - mg &= 0 \\ T \cos \alpha &= mg \quad || : \cos \alpha \\ T &= \frac{mg}{\cos \alpha}\end{aligned}\tag{1}$$

Liikkeyhtälö x -suunnassa

$$\sum \bar{F}_x = m\bar{a}_x$$

$$\bar{T}_x = m\bar{a}$$

$$T_x = ma$$

$$T \sin \alpha = ma$$

Sijoitetaan (1), saadaan

$$\frac{mg}{\cos \alpha} \sin \alpha = ma$$

$$g \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = a$$

$$a = g \tan \alpha$$

Sijoitetaan arvot

$$\begin{aligned} a &= 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot \tan 15^\circ \\ &= 2,6285 \dots \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

V: Kiihtyvyys oli $2,6 \text{ m/s}^2$.

6. Pyörimisliikkeen tutkimiseen tarkoitettussa laitteessa muovikiekko on kiinnitetty herkästi laakeroidun pystysuoran akselin yläpäähän. Kiekko pyörii vapaasti kulmanopeudella $10,0 \text{ rad/s}$. Rautarengas pudotetaan kuvan osoittamalla tavalla vaakasuorassa asennossa keskelle kiekkoa, jonka mukana rengas alkaa pyöriä. Kiekkon hitausmomentti on $9,42 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$. Renkaan massa on $1,43 \text{ kg}$, sisäsäde $5,4 \text{ cm}$ ja ulkosäde $6,4 \text{ cm}$.



Kuva: Ari Hämäläinen

- Kuinka suuri on kiekon ja renkaan yhteinen kulmanopeus pudotuksen jälkeen?
- Laske kiekon ja renkaan yhteenlaskettu pyörimisenergia ennen törmäystä ja törmäyksen jälkeen. Selitä tulos.

Ratkaisu. a) Käytetään alaindeksejä

r: rengas

k: kiekko

y: kappaleet yhdessä

Hitausmomentit

$$J_k = 9,42 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

$$J_r = \frac{1}{2} m_r (r_1^2 + r_2^2), \quad (1)$$

jossa $m = 1,43 \text{ kg}$, $r_1 = 6,4 \text{ cm}$ ja $r_2 = 5,4 \text{ cm}$.

Pyörimismäärä säilyy ja kappaleilla on lopussa sama pyörimisnopeus, joten

$$J_y \omega_y = J_r \underbrace{\omega_r}_{=0 \text{ rad/s}} + J_k \omega_k \quad || : J_y$$

$$\omega_y = \frac{J_k \omega_k}{J_y}$$

Sijoitetaan $J_y = J_r + J_k$ sekä (1), saadaan

$$\omega_y = \frac{J_k \omega_k}{J_k + \frac{1}{2} m_r (r_1^2 + r_2^2)}$$

Sijoitetaan arvot, saadaan

$$\begin{aligned}\omega_y &= \frac{9,42 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2 \cdot 10,0 \text{ rad/s}}{9,42 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2 + \frac{1}{2} \cdot 1,43 \text{ kg} \cdot [(0,064 \text{ m})^2 + (0,054 \text{ m})^2]} \\ &= 6,5264 \dots \text{ rad/s}\end{aligned}$$

$$\underline{\underline{V: 6,5 \text{ rad/s.}}}$$

b) Ennen törmäystä

$$\begin{aligned}E_{k0,r} + E_{k0,k} &= 0 \text{ J} + \frac{1}{2} J_k \omega_k^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 9,42 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2 \cdot (10,0 \text{ rad/s})^2 \\ &= 0,471 \text{ J}\end{aligned}$$

Törmäyksen jälkeen

$$E_{k1,y} = \frac{1}{2} J_y \omega_y = \frac{1}{2} (J_k + J_r) \omega_y^2$$

Sijoitetaan (1), saadaan

$$E_{k1,y} = \frac{1}{2} \left[J_k + \frac{1}{2} m_r (r_1^2 + r_2^2) \right] \omega_y^2$$

Sijoitetaan arvot, saadaan

$$\begin{aligned}E_{k1,y} &= \frac{1}{2} \left[9,42 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2 + \frac{1}{2} \cdot 1,43 \text{ kg} \cdot [(0,064 \text{ m})^2 + (0,054 \text{ m})^2] \right] \\ &\quad \cdot (6,5264 \dots \text{ rad/s})^2 \\ &= 0,3073 \dots \text{ J}\end{aligned}$$

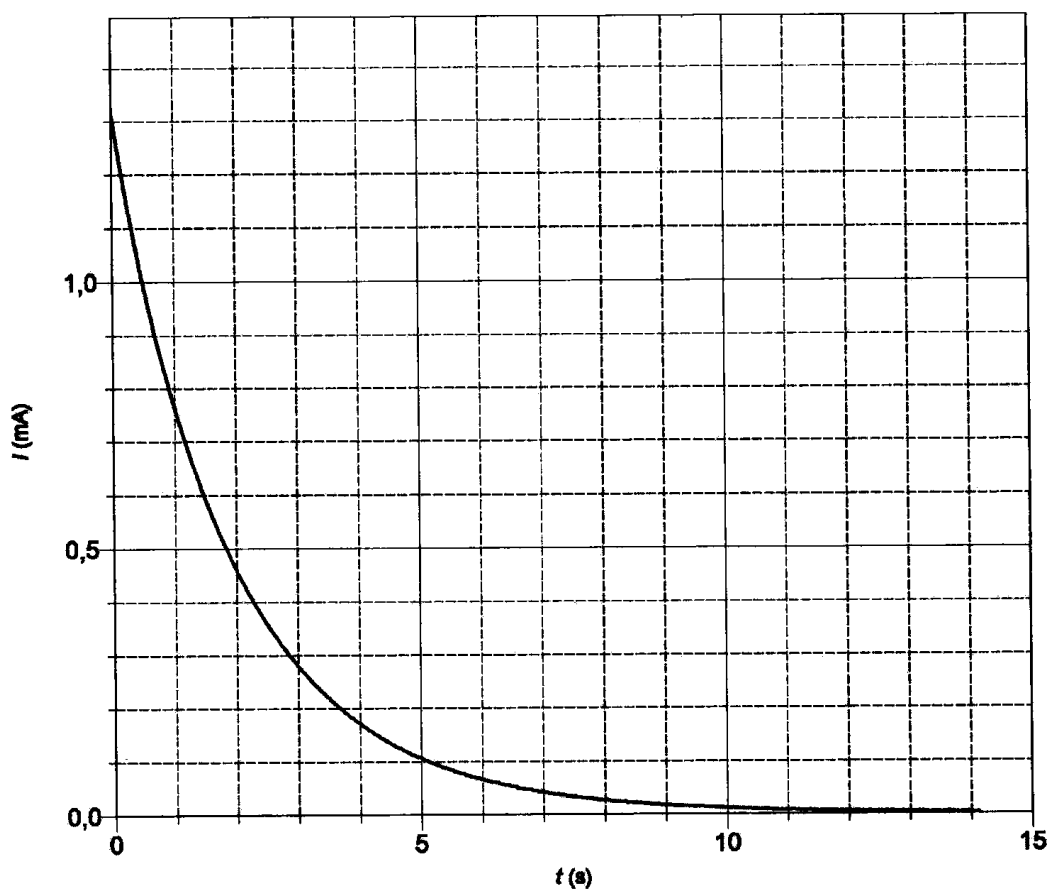
Jos törmäys olisi täysin kimmoisa, niin kappaleiden pyörimisnopeus ei olisi sama törmäyksen jälkeen. Törmäys on siis kimmoton ja siksi systeemin pyörimisenergia pienenee.

Kappaleiden välinen kitka aiheuttaa sen, että pian törmäyksen jälkeen kappaleet eivät enää pyöri toisiinsa nähden, vaan niiden pyörimisnopeudet ovat samat. Kappaleiden välisestä liukukitkasta aiheutuva momentti tekee työtä kappaleiden nopeuserojen tasoittuessa. Mekaniikan energiaperiaatteen mukaan tämä työ on yhtä suuri kuin pyörimisenergian muutos.

V: Pyörimisenergia on ennen törmäystä 0,47 J
ja törmäyksen jälkeen 0,31 J.

7. Kondensaattori ladattiin akulla 6,25 V:n jännitteeseen, minkä jälkeen kondensaattorin annettiin purkautua vastuksen läpi. Kun purkausvirta mitattiin tietokoneavusteisesti, saatiin oheisen kuvaajan mukainen tulos.

- a) Kuinka suuri oli ladatun kondensaattorin varaus?
- b) Määritä kondensaattorin kapasitanssi.
- c) Määritä vastuksen resistanssi.

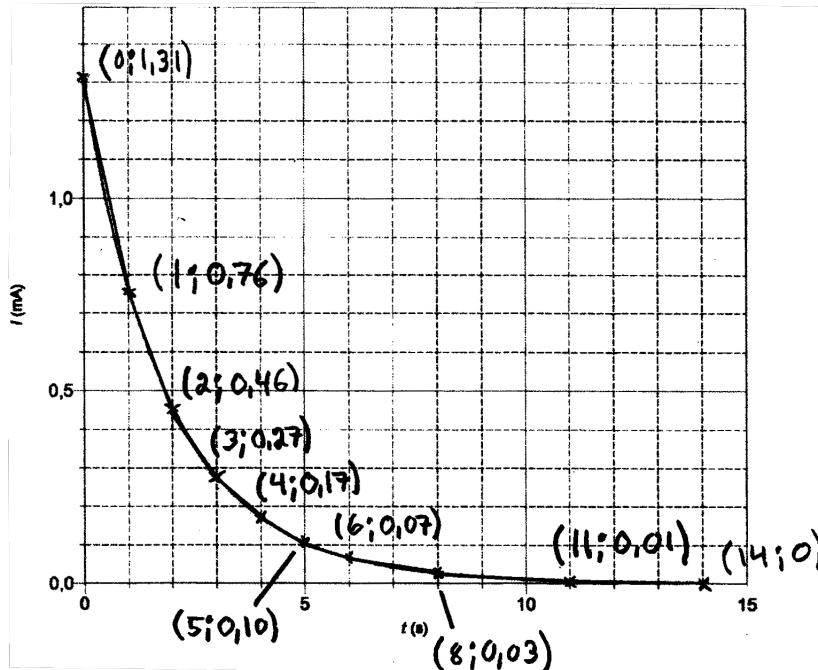


Ratkaisu. a) Siirtyneen varauksen ja virran yhteys

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad || \cdot \Delta t$$
$$\Delta Q = I \Delta t$$

Kondensaattoriin siirtyneen varauksen määrä saadaan (t, I) -kuvaajasta graafisella integroinnilla, eli laskemalla käyrän ja aika-akselin rajoittaman alueen fysikaalinen pinta-ala.

Lasketaan pinta-ala jakamalla alue puolisuunnikkaisiin



Luetaan arvot kuvaajasta ja lasketaan ala

$$\begin{aligned} \sum \Delta W &= \frac{1,31 \text{ mA} + 0,76 \text{ mA}}{2} \cdot 1 \text{ s} + \frac{0,76 \text{ mA} + 0,46 \text{ mA}}{2} \cdot 1 \text{ s} \\ &+ \frac{0,46 \text{ mA} + 0,27 \text{ mA}}{2} \cdot 1 \text{ s} + \frac{0,27 \text{ mA} + 0,17 \text{ mA}}{2} \cdot 1 \text{ s} \\ &+ \frac{0,17 \text{ mA} + 0,07 \text{ mA}}{2} \cdot 1 \text{ s} + \frac{0,07 \text{ mA} + 0,03 \text{ mA}}{2} \cdot 2 \text{ s} \\ &+ \frac{0,03 \text{ mA} + 0,01 \text{ mA}}{2} \cdot 3 \text{ s} + \frac{0,01 \text{ mA} + 0 \text{ mA}}{2} \cdot 3 \text{ s} \\ \sum \Delta Q &= 2,525 \text{ mC} \end{aligned}$$

V: Ladatun kondensaattorin varaus on 2,5 mC.

b) Kondensaattorilaki

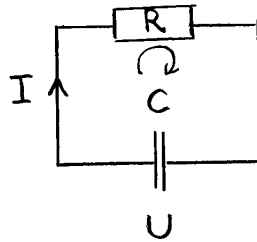
$$\begin{aligned} Q &= CU \quad || : U \\ C &= \frac{Q}{U} \end{aligned}$$

Sijoitetaan arvot, saadaan

$$\begin{aligned} C &= \frac{2,525 \text{ mC}}{6,25 \text{ V}} \\ &= 0,404 \text{ mF} \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{V: 0,40 \text{ mF}}}$$

c)



Purkamisen aloitushetkellä kondensaattorin jännite $U = 6,25 \text{ V}$ ja piirissä kulkeva virta on kuvaajasta luettuna $1,31 \text{ mA}$.

Kirchhoffin II:n lain mukaan

$$\begin{aligned} U - RI &= 0 \\ RI &= U \quad || : I \\ R &= \frac{U}{I} \end{aligned}$$

Sijoitetaan arvot

$$\begin{aligned} R &= \frac{6,25 \text{ V}}{1,31 \text{ mA}} \\ R &= 4,7709 \dots \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{V: 4,8 \text{ k}\Omega}}$$

8. Pyörrevirrat ja niiden tekniset sovellukset.

Ratkaisu. Pyörrevirtoja syntyy johdekappaleeseen muuttuvan magneettikentän vaikutuksesta. Kappaleen läpi kulkeva magneettikenttä voi muuttua itse magneettikentän muuttuessa tai kappaleen ollessa liikkeessä, jolloin sen paikka tai asema magneettikentän suhteen muuttuu. Pyörrevirrat indusoituvat johdekappaleen kohtiin, joissa magneettivuon tiheys muuttuu. Magneettivuon tiheyden muuttuessa paikallisesti syntyy alueen ympärille sähkökenttä, joka saa johdinkappaleen vapaat elektronit liikkumaan, jolloin alueen ympärille syntyy aluetta kiertävä sähkövirta. Lenzin lain mukaisesti indusoitunut virta on sellainen, että se pyrkii vastustamaan alueen läpi kulkevan magneettivuon muutosta.

Metallinpaljastimen toiminta perustuu siihen, että pyörrevirrat pyrkivät edellä selostetulla tavalla vastustamaan kappaleen läpi kulkevan magneettivuon muutosta. Metallinpaljastimessa on lähetinkäämi ja vastaanotinkäämi. Lähetinkäämiin on kytketty vaihtovirta, joka aiheuttaa käämin läpi kulkevan muuttuvan magneettikentän. Näin syntynyt muuttuva magneettikenttä indusoi edelleen jännitteen vastaanotinkäämiin. Kun käämien väliin tulee metalliesine, niin metalliesineeseen indusoituvat pyörrevirrat synnyttävät lähetinkäämin magneettikentälle vastakkaissuuntaisen magneettikentän, jolloin vastaanotinkäämiin indusoitunut jännite pienenee. Vastaanotinkäämin jännitteen aleneminen toimii hälytyssignaalina, josta päätellään, että käämien välissä on metalliesine.

Induktioliedessä kattilaan kohdistetaan voimakas muuttuva magneettikenttä. Muuttuva magneettikenttä aiheuttaa metalliseen kattilaan pyörrevirtoja, jotka kuumentavat kattilan.

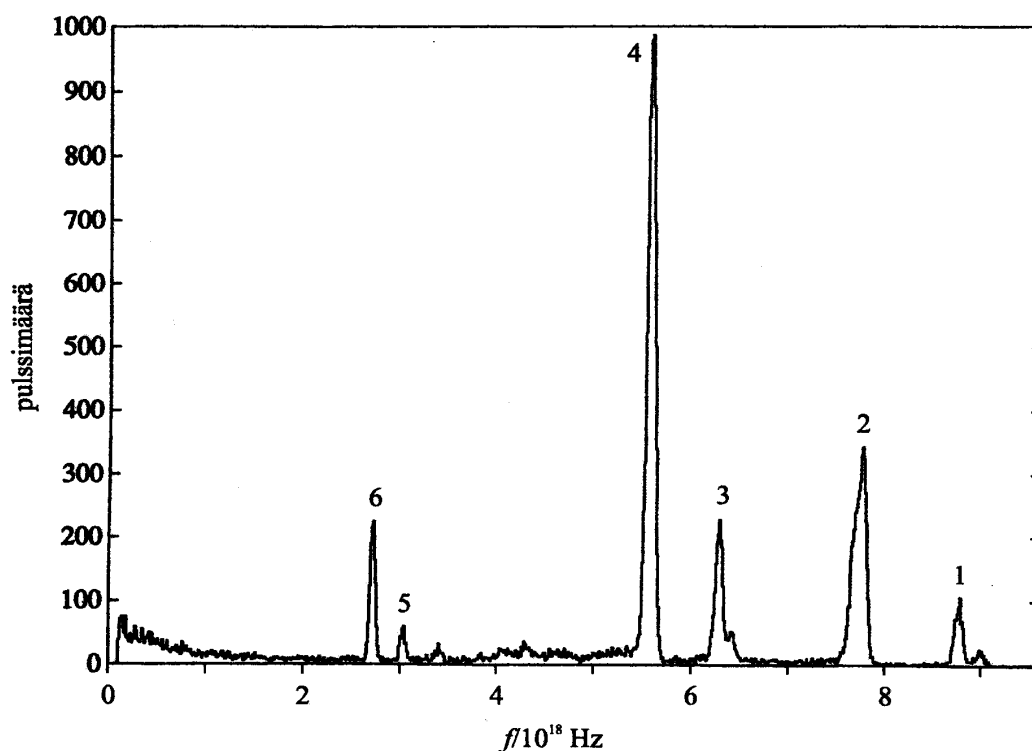
Junissa käytettävä induktiojarru toimii siten, että kahteen sähkömagneettiin, jotka on asetettu lähelle kiskoa sen molemmin puolin, kytketään sähkövirta ja magneetit aiheuttavat suuren magneettivuon kiskon läpi. Junan ja näin ollen myös magneettien liikkeessä kiskon suhteen syntyy kiskoon pyörrevirtoja, joiden aiheuttama magneettikenttä kohdistaa sähkömagneetteihin liikkeen suunnalle vastakkaissuuntaisen voiman. Induktiojarrun etuna on se, että jarruissa ei tapahdu hankausta, eikä myöskään hankauksen aiheuttamaa kulumista. Lisäksi jarrutukseen liittyvä lämpö syntyy kiskoissa, joihin pyörrevirrat indusoituvat. Näin ollen junan jarrut eivät lämpene.

9. Röntgenfluoresenssianalyysi on eräs käytännöllisimmistä menetelmistä näytteen alkuainekoostumuksen määrittämisessä.

- a) Mitä tarkoittavat fluoresenssi ja fosforenssi?
- b) Tutkittaessa kaupallisten vesivärien mahdollista myrkyllisyyttä mitattiin punaisesta vesivärinapista kuvan mukainen röntgenfluoresenssispektri. Päättele spektrin ja oheisen taulukon avulla, mitä alkuaineita vesivärinapista paljastui.

Eräitä K-ominaissäteilyn energioita

Alkuaine	$E_{K\alpha}/\text{keV}$	$E_{K\beta}/\text{keV}$
Fe	6,4	7,0
Cu	8,0	8,9
As	10,5	11,7
Se	11,2	12,5
Mo	17,4	19,6
Ag	22,1	24,9
Cd	23,2	26,1
Sn	25,2	28,5
Ba	32,2	36,3
Ce	34,6	39,3



Ratkaisu. a) Korkeataajuuksinen sähkömagneettinen säteily (tämän tehtävän esimerkissä röntgensäteily) voi virittää aineen atomeita siten, että fotonin vuorovaikuttaessa atomin elektronin kanssa, elektroni siirtyy sisemmältä kuorelta ulommalle. Tämä viritystila purkautuu jonkin ajan kuluessa, kun elektroni siirtyy takaisin sisemmälle kuorelle.

Elektroni voi siirtyä alemmalle kuorelle myös vaiheittain, esimerkiksi siirtyen ensin M kuorelta L kuorelle ja sitten K kuorelle. Siirroksiin liittyvä elekt-

ronin potentienergian muutos on kutakin siirtymää vastaava vakiosuuruinen energiamäärä.

Elektronin siirtyessä emittoituu fotoni, jonka energia on yhtä suuri kuin elektronin potentiaalienergian muutos. Kun fotonin energia on sen suuruinen, että fotonin aallonpituus on näkyvän valon alueella, niin ilmiötä kutsutaan joko fluoresenssiksi tai fosforenssiksi.

Jos purkautuminen tapahtuu välittömästi virittymisen jälkeen, niin ilmiötä kutsutaan fluoresenssiksi ja mikäli purkautuminen tapahtuu viiveellä, niin ilmiötä kutsutaan fosforenssiksi. Aineita, joissa tapahtuu fosforenssi-ilmiö sanotaan itsevalaiseviksi.

b) Fotonin energia $E = hf$. Spektrin intensiteetti-*piikkejä* vastaavien fotonien energiat ovat:

$$E_1 = hf_1 = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 8,75 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \approx 36,2 \text{ keV}$$

$$E_2 = hf_2 = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 7,8 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \approx 32,3 \text{ keV}$$

$$E_3 = hf_3 = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 6,3 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \approx 26,1 \text{ keV}$$

$$E_4 = hf_4 = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 5,5 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \approx 22,7 \text{ keV}$$

$$E_5 = hf_5 = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 3,05 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \approx 12,6 \text{ keV}$$

$$E_6 = hf_6 = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,7 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \approx 11,2 \text{ keV}$$

Energiat vastaavat aineiden ominaissäteilyn energioita seuraavasti

$$\text{Ba: } E_{K_\alpha} \approx E_2 \text{ ja } E_{K_\beta} \approx E_1$$

$$\text{Cd: } E_{K_\alpha} \approx E_4 \text{ ja } E_{K_\beta} \approx E_3$$

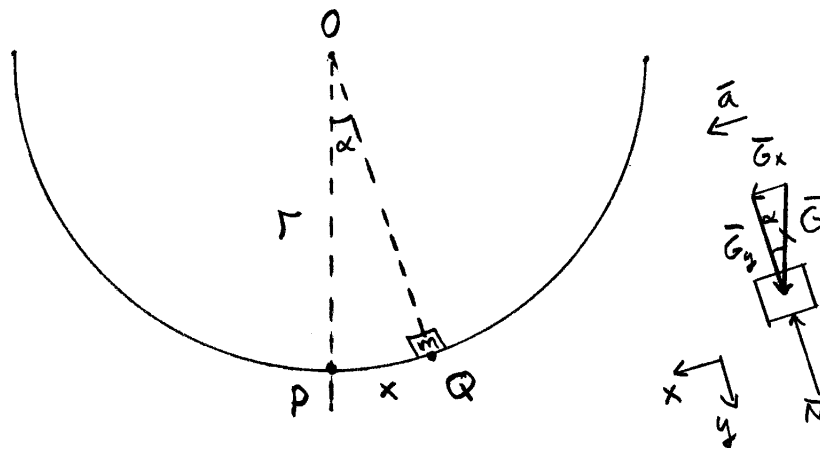
$$\text{Se: } E_{K_\alpha} \approx E_6 \text{ ja } E_{K_\beta} \approx E_5$$

V: Vesiväri-*napissa* on seleeniä (Se), kadmiumia (Cd) ja bariumia (Ba).

10. Pieni kappale on kulhon pohjalla. Kulhon sisäpinta on puolipallon muotoinen ja hyvin liukas. Kulhon sisäpinnan säde on 0,15 m. Kappale poikkeutetaan vähän tasapainoasemasta ja päästetään irti.

- Osoita, että kappaleeseen vaikuttava liikkeen suuntainen voima on (likimain) harmoninen. (4 p.)
- Kuinka suuri on kappaleen liikkeen jaksonaika? (2 p.)

Ratkaisu.



\vec{G} on pieneen kappaleeseen kohdistuva painovoima.

\vec{N} on tukivoima, jonka kulhon pinta kohdistaa pieneen kappaleeseen.

Liike tapahtuu pinnan tangentin, eli kuvaan merkityn paikallisen koordinaatiston x -akselin suunnassa. Kokonaisvoima x -akselin suunnassa on

$$\vec{F} = \sum \vec{F}_x = \vec{G}_x$$

Voiman suuruus

$$F = G_x = mg \sin \alpha \quad (1)$$

Jotta voima olisi harmoninen, niin täytyy olla olemassa likimain vakio k siten, että

$$F = kx \quad (2)$$

Sijoitetaan yhtälö (1) yhtälöön (2), saadaan

$$mg \sin \alpha = kx \quad (3)$$

Sinilauseen mukaan

$$\frac{|PQ|}{\sin \alpha} = \frac{|OQ|}{\sin \angle OPQ}$$

Jos kulma α on pieni, niin $\angle OPQ \approx 90^\circ$ ja janan PQ pituus $|PQ| \approx x$, joten edellisestä yhtälöstä tulee

$$\begin{aligned} \frac{x}{\sin \alpha} &= \frac{r}{\sin 90^\circ} \\ \frac{x}{\sin \alpha} &= \frac{r}{1} \quad || \cdot \sin \alpha \\ x &= r \sin \alpha \end{aligned} \tag{4}$$

Sijoitetaan (4) \rightarrow (3), saadaan

$$\begin{aligned} mg \sin \alpha &= kr \sin \alpha \quad || : (r \sin \alpha) \\ \frac{mg}{r} &= k \end{aligned} \tag{5}$$

m , g ja r ovat vakioita, joten k on likimain vakio ja kappaleeseen vaikuttava liikkeen suuntainen voima on siis likimain harmoninen.

b) Jaksonaika

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Sijoitetaan edelliseen (5), saadaan

$$\begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{\frac{m}{\frac{mg}{r}}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{r}{g}} \end{aligned}$$

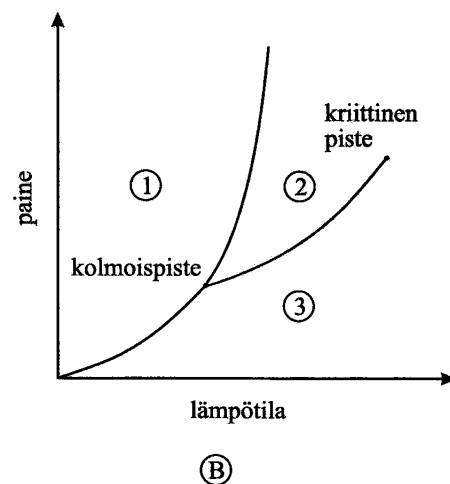
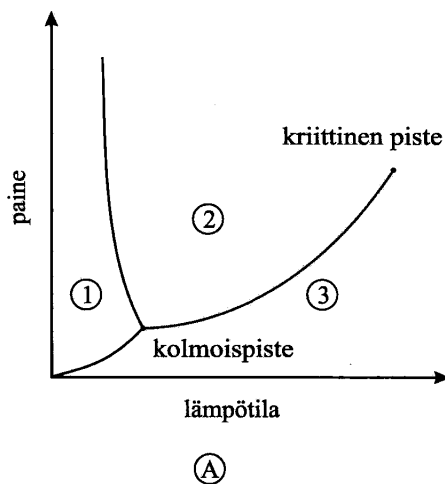
Sijoitetaan arvot, saadaan

$$\begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{\frac{0,15 \text{ m}}{9,81 \text{ m/s}^2}} \\ T &= 0,7769 \dots \text{ s} \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{V: 0,78 \text{ s}}}$$

11. Oheisissa kuvissa on veden ja hiilidioksidin faasidiagrammit.

- Missä olomuodossa aineet esiintyvät alueissa 1, 2 ja 3? Nimeä alueita rajoittavat käyrät.
- Selitä, mitä tarkoittavat kolmoispiste ja kriittinen piste.
- Kumpi on veden diagrammi? Perustele.



Ratkaisu. a) Alueella 1 aine esiintyy kiinteänä, alueella 2 nesteenä ja alueella 3 kaasuna.

Alueiden 1 ja 3 välinen käyrä on sublimoitumiskäyrä, alueiden 1 ja 2 välinen käyrä on sulamiskäyrä ja alueiden 2 ja 3 välinen käyrä on höyrystymiskäyrä.

b) Kolmoispisteen paineessa ja lämpötilassa aine voi esiintyä missä tahansa kolmesta olomuodostaan ilman, että tapahtuu olomuodon muutoksia.

Kriittistä pistettä korkeammassa lämpötilassa aine ei enää nesteydy vaikka paine kasvaisi kuinka suureksi tahansa.

c) Diagrammi A on veden faasidiagrammi. Vedelle on ominaista, että sulamispiste (sulamispiste on lämpötila) laskee paineen kasvaessa. Tämä toteutuu diagrammissa A, mutta ei diagrammissa B.

+12. Kentän käsitettä käytetään fysiikassa etävuorovaikutuksen kuvaamiseen. Tarkastellaan staattista sähkökenttää ja staattista magneettikenttää.

- a) Mitkä ovat kenttien aiheuttajat? Miten suureet sähkökentän voimakkuus ja magneettivuon tiheys määräävät kentässä olevaan varaukseen kohdistuvan voimavaikutuksen? (2 p.)
- b) Tarkastele vertaillen ja esimerkkien avulla kummankin kentän kenttäviivaesitystä. (3 p.)
- c) Tarkastele varauksisten hiukkasten liikettä sähkö- ja magneettikentässä ja anna esimerkkejä kenttien hyväksikäytöstä kiihdytintekniikassa. (2 p.)
- d) Jännitteellä 120 kV kiihdytettyjen $^{40}\text{Ar}^{3+}$ -ionien halutaan kulkevan suuntaansa muuttamatta nopeusvalitsimen läpi. Kuinka suuri täytyy valitsimen sähkökentän voimakkuuden olla, jos sähkökenttää vastaan kohtisuoran magneettikentän magneettivuon tiheys on 35 mT? Piirrä kuvio. (2 p.)

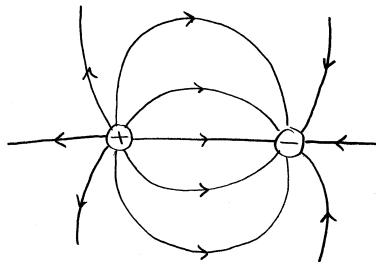
Ratkaisu. a) Paikallaan pysyvä varaus tai joukko varauksia aiheuttaa ympärilleen staattisen sähkökentän. Staattisen magneettikentän aiheuttaa sellainen varausten liike, jossa sähkövirta pysyy kaikissa pisteissä vakiona. Tällainen tilanne on esimerkiksi käämissä, jossa kulkee vakiosuuruinen sähkövirta. Luonnossa staattinen magneettikenttä esiintyy ferromagneettisten aineiden alkeisalueissa.

Sähkökenttä aiheuttaa varaukseen voiman $F = QE$, jossa Q on varauksen suuruus ja E on sähkökentän voimakkuus. Voiman suunta on positiiviselle varaukselle sama kuin sähkökentän suunta ja negatiiviselle varaukselle vastakkaisuuntainen. Voiman suuruus ei riipu varauksen liiketilasta.

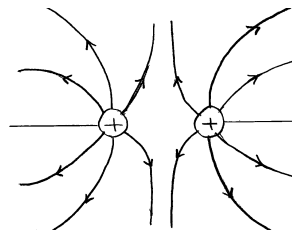
Magneettikenttä aiheuttaa liikkuvaan varaukseen voiman $F = QvB \sin \alpha$, jossa Q on varauksen suuruus, v on varauksen nopeus, B on magneettivuon tiheys ja α on liikkeen suunnan ja magneettikentän suunnan välinen kulma. Voiman suunta saadaan positiiviselle hiukkaselle oikean käden säännöstä. Negatiiviselle hiukkaselle voiman suunta on vastakkainen.

b) Sähkökentän kenttäviivat alkavat aina jostakin lähteestä ja päättyvät nieluun. Kenttäviivoilla on siis alkua ja loppupiste. Magneettikentän kenttäviivat muodostavat suljettuja viivoja, joilla ei ole alkua eikä loppupistettä. Molempien kenttien kenttäviivaesityksessä viivojen tiheys kuvaa kentän voimakkuutta ja viivojen suunta ilmaisee kentän suunnan kyseisessä pisteessä.

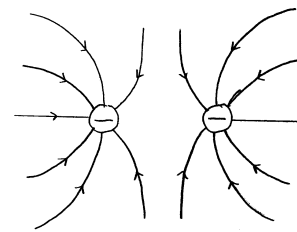
Kuvissa 1, 2 ja 3 on esitetty kaavamaisesti kahden erimerkkisen, lähekkäin olevan varauksen sekä samanmerkkisten, lähekkäin olevien varausten ympärille syntyvät sähkökentät. Kuvassa 4 on esitetty kahden erimerkkisesti varatun tasapaksun johdinlevyn väliin syntyvä homogeeninen sähkökenttä. Levyjen ulkopuolella sähkökenttä likimain kumoutuu lukuunottamatta levyjen reuna-alueita.



Kuva 1.



Kuva 2.

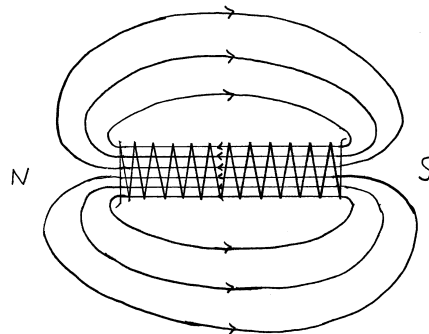


Kuva 3.

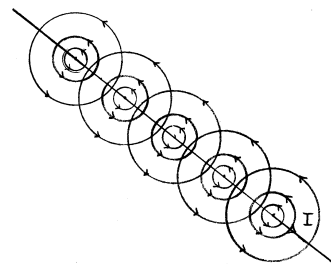


Kuva 4.

Kuvassa 5 on esitetty käämin ympäristöön syntyvä staattinen magneettikenttä, kun käämissä kulkee vakiovirta. Käämin sisään syntyy homogeeninen magneettikenttä. Kentän viivat muodostavat suljettuja käyriä ja kaikki käyrät kulkevat käämin läpi. Magneettivuon tiheys on suurimmillaan käämin sisällä. Kuvassa 6 on esitetty suoran virtajohtimen ympärille muodostuva magneettikenttä. Magneettikentän suunta saadaan sähkövirran suunnasta oikean käden peukalosäännön mukaisesti. Magneettivuon tiheys heikkenee siirryttäessä kauemmas johtimesta.



Kuva 5.



Kuva 6.

c) Sähkökentässä liikkuvaan hiukkaseen vaikuttaa kaiken aikaa sähkökentän suuntainen voima. Voiman suuruus ja suunta eivät riipu hiukkasen nopeudesta. Hiukkanen saa kiihtyvyyden voiman suuntaan. Sähkökentän ollessa homogeeninen tämä voima on vakio, jolloin tilanne vastaa heittoliikettä gravitaatiokentässä lähellä maan pintaa ja silloin hiukkasen radasta tulee paraabeli.

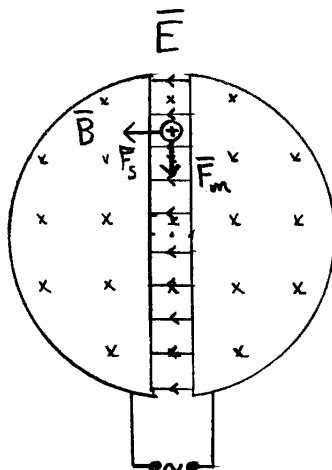
Magneettikentässä liikkuvaan hiukkaseen kohdistuu liikkeen suunnan ja magneettikentän suunnan määräämään tasoon nähden kohtisuorassa suunnassa vaikuttava voima. Voiman suuruus riippuu a-kohdassa esitetyistä tekijöistä. Hiukkanen saa kiihtyvyyden voiman suuntaan. Jos hiukkanen tulee kohtisuorasti homogeeniseen magneettikenttään, niin hiukkaseen vaikuttaa kaiken aikaa liikkeen suuntaan nähden kohtisuora vakiovoima ja hiukkanen joutuu ympyräliikkeeseen siinä tasossa, jossa hiukkanen saapui magneettikenttään. Mikäli hiukkanen saapuu homogeeniseen magneettikenttään muuten kuin kohtisuorasti, niin se joutuu liikkeeseen, jonka rata on spiraalin muotoinen.

Varattuja hiukkasia voidaan kiihdyttää sähkökentän avulla. Mekaniikan energiaperiaatteen mukaan hiukkasen liike-energian muutos sähkökentässä on sama kuin kiihdytystyö. Kiihdytystyölle voidaan johtaa kaava $W = QU$, jossa Q on hiukkasen varaus ja U on kiihdytysalueen alku- ja loppupisteen välinen jännite. Hiukkasen loppunopeus saadaan saadaan siten ratkaistua yhtälöstä $\frac{1}{2}mv^2 = QU$.

Syklotronilla voidaan kiihdyttää varattuja hiukkasia. Syklotronissa hiukkanen liikkuu kohtisuorasti homogeenista magneettikenttää vastaan, jolloin se joutuu ympyräliikkeeseen. Liike tapahtuu kahden vastakkain asetetun kotelon sisällä, kuten kuvassa 7 (seuraavalla sivulla) on esitetty. Koteloiden välille on kytketty vaihtojännite. Jännite aiheuttaa koteloiden välille sähkökentän, jonka suunta muuttuu jaksollisesti. Sähkökenttä kiihdyttää hiukkasta aina, kun hiukkanen tulee koteloiden väliselle alueelle. Vaihtojännitteen taajuus valitaan sellaiseksi, että sähkökentän suunta on aina kiihdyttävä hiukkasen saapuessa sähkökenttään.

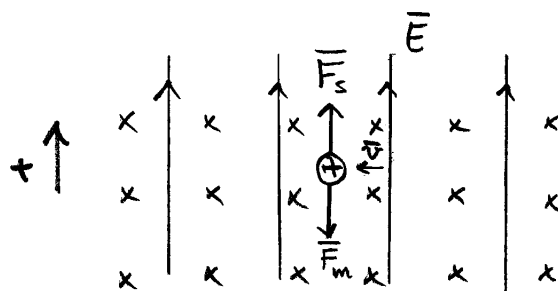
Synkrotroni on hiukkaskiihdytin, jolla päästään hyvin suuriin liike-energioihin. Synkrotronissa hiukkasta kiihdytetään ja ohjataan sähkö- ja magneettikenttien avulla. Synkrotronissa hiukkasen rata on likimain ympyrärata. Rata ei muutu nopeuden kasvaessa, kuten syklotronissa.

Lineaarikiihdyttimessä varattu hiukkanen kulkee suoraa rataa. Kiihdytysrata muodostuu peräkkäin asetetuista metalliputkista, joihin on kytketty vaihtojännite. Johdinkappaleen sisällä ei ole sähkökenttää, joten putken sisällä hiukkasen liiketila ei muutu. Putkien välillä on sähkökenttä, jonka suunta määräytyy sopivasti asetetun vaihtojännitteen taajuuden avulla niin, että kenttä aina kiihdyttää hiukkasta.



Kuva 7.

d)


Sähkökenttä kohdistaa positiivisesti varattuun $^{40}\text{Ar}^{3+}$ -ioniin voiman

$$\vec{F}_s = Q\vec{E}$$

$$F_s = QE$$

Magneettikenttä kohdistaa liikkuvaan varaukseen voiman

$$F_m = QvB$$

Jotta varaus ei saisi kiihtyvyyttä nopeuden suuntaan nähden kohtisuorassa suunnassa, täytyy voimaresultantin kyseisessä suunnassa olla nolla, eli

$$\vec{F}_s + \vec{F}_m = \vec{0}$$

$$F_s - F_m = 0$$

$$QE - QvB = 0 \quad || : Q$$

$$E = vB$$

(1)

Lasketaan ionien nopeus. Hiukkasen liike-energian muutokselle ja kiihdytystyölle pätee työperiaate:

$$\begin{aligned}
 E_{ke} - E_{ka} &= W \\
 \frac{1}{2}mv^2 - 0 \text{ J} &= QU \quad \left\| \cdot \frac{2}{m} \right. \\
 v^2 &= \frac{2QU}{m} \\
 v &= (\pm) \sqrt{\frac{2QU}{m}} \quad (2)
 \end{aligned}$$

Sijoitetaan (2) \rightarrow (1), saadaan

$$E = \sqrt{\frac{2QU}{m}} B \quad (3)$$

Sijoitetaan yhtälöön (3) arvot

$$\begin{aligned}
 Q &= 3e = 3 \cdot 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\
 U &= 120\,000 \text{ V} \\
 m &= (39,962383 - 3 \cdot 5,4858 \cdot 10^{-4}) \cdot 1,6605402 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\
 B &= 0,035 \text{ T}
 \end{aligned}$$

Saadaan

$$\begin{aligned}
 E &= \sqrt{\frac{2 \cdot 3 \cdot 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 120\,000 \text{ V}}{(39,962383 - 3 \cdot 5,4858 \cdot 10^{-4}) \cdot 1,6605402 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} \cdot 0,035 \text{ T} \\
 E &= 46\,147,495 \dots \text{ V/m}
 \end{aligned}$$

V: Valitsimen sähkökentän voimakkuus täytyy olla 46 kV/m.

+13. Mitä on ionisoiva säteily? Tee selkoa ionisoivan säteilyn eri lajien ja aineen vuorovaikutuksista. Tarkastele säteilyn biologisia vaikutuksia ja säteilyn lääketieteellisiä sovelluksia. Miten ionisoivalta säteilyltä suojaudutaan?

Ratkaisu. Ionisoiva säteily on sähkömagneettista säteilyä tai hiukkassäteilyä, jonka energia on riittävän suuri ionisoimaan atomeja. Sähkömagneettinen säteily, jolla on riittävän suuri taajuus ja siten riittävä energia, voi irrottaa elektroneja atomin elektronikuorilta, kun fotoni luovuttaa osittain tai kokonaan energiansa elektronille. Gammasäteily, röntgensäteily ja osa ultraviolettisäteilystä ovat ionisoivia. Sähköisesti varatut hiukkaset kuten elektroni, positroni tai alfahiukkanen kykenevät vuorovaikuttamaan negatiivisesti varatun elektronin kanssa sähköisen vuorovaikutuksen välityksellä. Mikäli tällaisen varatun hiukkasen liike-energia on riittävän suuri, niin se kykenee irrottamaan elektronin atomin kuorelta ja näin ionisoimaan atomin. Neutronisäteily voi olla välillisesti ionisoivaa. Neutronisäteily voi tehdä atomiytimistä radioaktiivisia ja radioaktiivisten ytimien hajotessa syntyy ionisoivaa säteilyä.

Säteilyn biologiset vaikutukset perustuvat siihen, että säteilyn synnyttämä positiivinen ioni ja irronnut elektroni aiheuttavat soluissa kemiallisia muutoksia. Muutokset voivat olla haitallisia, jos solun toiminnan kannalta tärkeät molekyylit, kuten entsyymit tai DNA-molekyylit tuhoutuvat. DNA:n tuhoutuminen voi aiheuttaa mutaatioita. Säteilyn vaarallisuus riippuu siitä mitkä atomit ionisoituvat sekä ionisoituneiden atomien määrästä. Säteilylle herkimpiä ovat elimet, joissa syntyy uusia soluja. Sukurauhasiin osuva säteily voi aiheuttaa perinnöllisiä vaurioita. Suurikokoinen alfahiukkanen etenee kudoksissa vain lyhyen matkan ja voimakas alfasäteily voi aiheuttaa paljon vahinkoa pienelläkin alueella.

Ionisoivaa säteilyä voidaan käyttää lääketieteessä mm. syövän hoitoon kohdistamalla syöpäkudokseen sopiva annos säteilyä. Nopeasti jakautuva syöpäsolukko on erityisen herkkä säteilyn vaikutuksille ja tuhoutuu herkemmin kuin ympäröivä kudos. Röntgensäteilyä käytetään luuston ja joidenkin muiden ruumiin sisäisten osien kuvauksessa, tosin tällöin ei hyödynnettä säteilyn ionisoivaa vaikutusta, vaan se on röntgenkuvauksen haittapuoli. Säteilyllä voidaan sterilisoida esineitä.

Ionisoivalta säteilyltä voidaan parhaiten suojautua eristäytymällä säteilyn lähteestä. Mikäli säteily on peräisin esimerkiksi ydinonnettomuudessa vapautuneista radioaktiivisista hiukkasista, niin säteilyltä voidaan suojautua siirtymällä sisätiloihin ja tiivistämällä ovet ja ikkunat sekä sulkemalla ilmastointi. Radioaktiivisen jodin kulkeutumista kilpirauhaseen voidaan vähentää syömällä joditabletteja. Ydinonnettomuuden sattuessa voidaan mennä myös väestönsuojaan, jossa sisääntuleva ilma puhdistetaan radioaktiivisista

hiukkasista ja seinämät vaimentavat säteilyn vaarattomalle tasolle. Pelastustyöntekijät suojatuvat hiukkasilta tiiviin puvun ja hengityssuojaimen avulla. Tavallisissa kodeissa esimerkiksi betonilattia vaimentaa huomattavasti maaperästä tulevaa säteilyä, mikäli talon alla olevassa maaperässä on poikkeuksellisen voimakas säteilyn lähde.