Laboratorium Robotyki Mobilnej

Laboratorium nr 01

Wprowadzenie do matematycznego modelowania i symulacji komputerowej systemów automatyki w środowisku MATLAB

1. Cele ćwiczenia

Modele kinematyki i dynamiki są fundamentalnymi narzędziami w obszarze robotyki mobilnej, które pozwalają na matematyczne opisanie i analizę ruchu robotów w przestrzeni. Celem ćwiczenia jest zapoznanie się ze sposobem implementacji takich modeli i ich symulacją komputerową w środowisku MATLAB. Ćwiczenie to stanowi przypomnienie zagadnień, które były tematem zajęć komputerowych z takich przedmiotów jak podstawy automatyki, modelowanie systemów dynamicznych czy też teoria sterowania.

2. Wiadomości wstępne

Model kinematyki opisuje ruch robota w przestrzeni bez uwzględniania sił i momentów, które na niego działają. Podstawowymi wielkościami w kinematyce są wielkości wektorowe zmienne w czasie określające położenie, prędkość i przyspieszenie robota. Model kinematyczny dla robotów mobilnych może być oparty na różnych systemach współrzędnych, takich jak układ kartezjański czy układ biegunowy, w zależności od konfiguracji robota i jego zastosowania.

Model dynamiki uwzględnia siły i momenty, które wpływają na ruch robota, takie jak siły mechaniczne, grawitacja, opór czy tarcie. Dynamika robotów mobilnych analizuje związki pomiędzy siłami i momentami działającymi na robota a jego ruchem w przestrzeni. Pozwala to przewidywać, jak robot będzie się poruszał w odpowiedzi na zewnętrzne siły i momenty oraz jakie będą obciążenia na poszczególnych elementach mechanizmu robota. Model dynamiki jest istotny przy projektowaniu sterowników, planowaniu trajektorii, oraz w zagadnieniach związanych z stabilnością i bezpieczeństwem operacji robotów mobilnych.

Modele kinematyki i dynamiki są kluczowymi narzędziami w projektowaniu, analizie i sterowaniu robotami mobilnymi, umożliwiając inżynierom i badaczom dokładne zrozumienie zachowania się robota w różnych warunkach i środowiskach. Dzięki nim możliwe jest także opracowanie skutecznych algorytmów sterowania oraz optymalizacja wydajności i bezpieczeństwa robotów mobilnych. Modele kinematyki i dynamiki od strony matematycznej opisuje się za pomocą równań algebraicznych i różniczkowych. Te równania są bardzo często nieliniowe co powoduje, że metody numeryczne stanowią główne narzędzie umożliwiające ich efektywne rozwiązanie.

3. Opis stanowiska

Ćwiczenie laboratoryjne będzie miało miejsce w części dydaktycznej laboratorium sztucznej inteligencji i pojazdów autonomicznych Aptiv-AGH. To laboratorium znajduje się w budynku D2 w sali nr 08. Do wykonania ćwiczenia będzie potrzebny komputer PC z zainstalowanym pakietem MATLAB. Ikona programu MATLAB (rys. 1) znajduje się na pulpicie komputera po zalogowaniu na konto użytkownika ‘student’. Hasło do logowania zostanie podane przez Prowadzącego zajęcia.

Rys. 1. Ikona programu MATLAB.

4. Wykonanie ćwiczenia

Podczas trwania ćwiczeń laboratoryjnych należy wykonać wszystkie zadania wyszczególnione w instrukcji. Przy każdym zadaniu jest podana maksymalna punktacja, którą można uzyskać za poprawne rozwiązanie tego zadania.

4.1 Zadanie nr 1 (2 punkty)

Należy napisać funkcję w MATLAB-ie, która wylicza współrzędne punktu $\tilde{\boldsymbol{p}} = [\tilde{p}_{\mathrm{x}}\, \tilde{p}_{\mathrm{y}}\, \tilde{p}_{\mathrm{z}}]^{\mathrm{T}}$ w rzeczywistej przestrzeni trójwymiarowej na podstawie współrzędnych punktu $\boldsymbol{p} = [p_{\mathrm{x}}\, p_{\mathrm{y}}\, p_{\mathrm{z}}]^{\mathrm{T}}$ zdefiniowanego w innej przestrzeni trójwymiarowej, która powstała poprzez obrót układu współrzędnych wokół osi x o kąt α, obrót wokół osi y o kąt β, obrót wokół osi z o kąt γ oraz przesunięcie środka układu współrzędnych o wektor $\boldsymbol{t} = [t_{\mathrm{x}}\, t_{\mathrm{y}}\, t_{\mathrm{z}}]^{\mathrm{T}}$. Taka operacja jest opisana matematycznie za pomocą wzorów:

$$\tilde{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{R}\boldsymbol{p} + \boldsymbol{t}, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}_z \boldsymbol{R}_y \boldsymbol{R}_x, \tag{2}$$

$$\boldsymbol{R}_z = \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{R}_y = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}, \boldsymbol{R}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}. \tag{3}$$

4.2 Zadanie nr 2 (2 punkty)

Dany jest matematyczny model układu fizycznego opisany przez następujące równanie różniczkowe drugiego rzędu:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) + ax^3(t) = u(t), \;\; x(0) = 0.5\ [\mathrm{m}],\ \dot{x}(0) = 0.0 \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right], \tag{1}$$

$$y(t) = \frac{1}{m}x(t), \tag{2}$$

przy czym $x(t) \in \mathbb{R}$, $u(t) \in \mathbb{R}$, $y(t) \in \mathbb{R}$, $t > 0$, $m = 1.0\ [\mathrm{kg}]$, $k = 0.5 \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right]$, $a = 0.01 \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^3}\right]$. Należy zamodelować równania (1), (2) wykorzystując do tego przybornik Simulink. Parametry układu należy wpisać w m-pliku. Model należy przedstawić w formie podsystemu, w którym sygnał $u(t)$ będzie stanowić wejście, a sygnał $y(t)$ wyjście. Poprawność modelu należy zweryfikować wykonując symulację komputerową przy $u(t) = 0$. Parametry umieszczone w m-pliku powinny zawierać komentarze, które będą opisywać ich znaczenie. Model wykonany w Simulinku będzie oceniany pod względem struktury, jej czytelności oraz opisu poszczególnych bloków.

4.3 Zadanie nr 3 (2 punkty)

Do stabilizacji układu (1), (2) można wykorzystać kompensator dynamiczny określony przez równanie

$$\dot{w}(t) + \alpha w(t) = \beta u(t), \ \ w(0) = 0, \tag{3}$$

przy czym $w(t) \in \mathbb{R}, \alpha = 0.5, \beta = 1.0$ oraz następujący kontroler

$$u(t) = -K(w(t) + y(t)), \tag{4}$$

gdzie $K = 0.5$.

Do modelu układu (1), (2) należy dołożyć model kompensatora dynamicznego (3) oraz kontrolera (4). Model kompensatora należy przedstawić w formie podsystemu, w którym sygnał $u(t)$ będzie stanowić wejście, a sygnał $w(t)$ wyjście. Poprawność modelu należy zweryfikować wykonując symulację komputerową systemu zamkniętego.

4.4 Zadanie nr 4 (2 punkty)

Uzupełnić model określony przez równania (1)-(4) o wyliczenie wskaźnika jakości reprezentującego jakość regulacji. Konkretna postać wskaźnika jakości zostanie podana podczas realizacji zajęć przez Prowadzącego zajęcia.

4.5 Zadanie nr 5 (2 punkty)

Przeprowadzić optymalizację modelu. W procedurze optymalizacyjnej należy znaleźć wartości współczynnika $K > 0$ oraz parametrów kompensatora $\alpha > 0$ i $\beta > 0$, które minimalizują podany wskaźnik jakości. Jako efekt końcowy zadania, należy przedstawić przebiegi sterowania $u(t)$ oraz wyjścia $y(t)$ dla systemu zamkniętego dla wyliczonych optymalnych wartości parametrów.

5. Analiza i opracowanie wyników

Wszystkie pliki po ukończeniu ćwiczenia laboratoryjnego i akceptacji przez Prowadzącego zajęcia należy wysłać na uczelnianą platformę e-learningową.

6. Materiały pomocnicze i uzupełniające

[1] Dokumentacja środowiska MATLAB jest dostępna z poziomu programu lub poprzez stronę internetową producenta https://www.mathworks.com/help/matlab/.