SZYMON WYSOGLĄD

Programowanie sieciowe – algorytmy CPM, PERT

In [1]:
```
from collections import deque
import numpy as np
import scipy.stats as stats
from typing import List, Tuple
import matplotlib.pyplot as plt
```

Zadanie 1 i 2

In [2]:
```
def calculateT0(tc, tm, tp):
  return (tc + 4 * tm + tp) / 6

def calculateVariancy(tp, tc):
  return (tp - tc) ** 2 / 36

def distribuant(X, mu=0, sigma=1):
  return stats.norm.cdf(X, mu, sigma)

def inverseDistribuant(P, mu=0, sigma=1):
  return stats.norm.ppf(P, mu, sigma)
```

In [3]:
```
# class Node represents activity in the network
class Node:
  def __init__(self, name, tc, tm, tp):
    self.name = name
    self.tc = tc
    self.tm = tm
    self.tp = tp
    self.t0 = calculateT0(tc, tm, tp)
    self.variancy = calculateVariancy(tp, tc)
    self.predecessors = []
    self.neighbors = []
    self.z = 0
    #earliest and latest start and finish times
    self.es = 0
    self.ef = 0
    self.ls = float('inf')
    self.lf = float('inf')

  def addPredecessor(self, node):
    self.predecessors.append(node)

  def addNeighbor(self, node):
    self.neighbors.append(node)

  def __repr__(self):
    return f'{self.name}'

  def printStartFinish(self):
    print(f'{self.name}: {self.es}/{self.ef}/{self.ls}/{self.lf}')
```

In [4]:
```
class Graph:
  def __init__(self, tasks):
    self.tasks = tasks
    self.start = tasks[0]
    self.end = tasks[-1]
    self.criticalPath = []
    self.completion = None

  def computeEarliest(self):
    # przechodzimy po wszystkich wierzchołkach "warstwami" czyli robimy bfs,w którym oblicza
    q = deque()
    q.append(self.start)
    while q:
      node : "Node"= q.popleft()
```

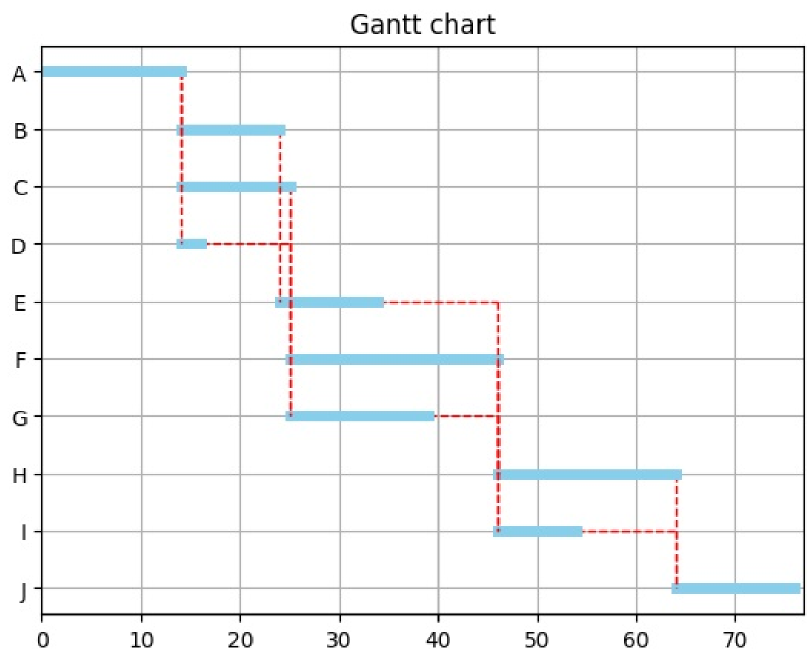
```
    # obliczamy najwcześniejszy czas zakończenia wierzchołka jako maksimum z najwcześniejs
    m = 0
    for prev in node.predecessors:
      if prev.ef > m:
        m = prev.ef
    # obliczone maksimum zapisujemy jako najwcześniejszy czas rozpoczęcia i na bazie przew
    node.es = m
    node.ef = m + node.t0
    # dodajemy do kolejki sąsiadów wierzchołka
    for neighbor in node.neighbors:
      q.append(neighbor)

    # jeżeli dotarliśmy do końca sieci, to zapisujemy czas zakończenia jako czas zakończen
    if node == self.end:
      self.completion = node.ef
      return self.completion

def computeLatest(self):
  # jest to analogiczny algorytm do obliczania najwcześniejszych czasów, ale tym razem obl
  q = deque()
  node = self.end
  node.z = 0
  node.lf = node.ef
  node.ls = node.es
  for prev in self.end.predecessors:
    q.append(prev)
  while q:
    node = q.popleft()
    m = self.completion
    for neighbor in node.neighbors:
      if neighbor.ls < m:
        m = neighbor.ls
    node.lf = m
    node.ls = m - node.t0
    node.z = (node.ls - node.es)
    for prev in node.predecessors:
      q.append(prev)

def PERT(self):
  # algorytm PERT wywołuje obliczenie najwcześniejszych i najpóźniejszych czasów rozpoczęc
  self.computeEarliest()
  self.computeLatest()
  # a następnie wyznacza ścieżkę krytyczną algorytmem dfs, suzkając wierzchołków, których
  node = self.start
  path = []
  def dfs(node):
    nonlocal path
    # jezeli dotarliśmy do końca ścieżki, to sprawdzamy czy jest ona dłuższa od dotychczas
    if node == self.end:
      path.append(node)
      if len(path) > len(self.criticalPath):
        self.criticalPath = path.copy()
      return
    # jeżeli wierzchołek ma możliwe przesunięcie równe 0, to dodajemy go do ścieżki i szuk
    if node.z == 0:
      path.append(node)
      for neighbor in node.neighbors:
        dfs(neighbor)
      path.pop()

  dfs(self.start)
  return self.criticalPath

def totalVariance(self):
  # oblicza wariancję całkowitą, jako sumę wariancji wierzchołków w ścieżce krytycznej
  return sum([node.variancy for node in self.criticalPath])

def drawGanttsChart(self):
  # Funkcja rysująca wykres Gantta za pomocą biblioteki matplotlib.pyplot
  plt.title('Gantt chart')
  plt.xlim(0, self.completion + 1)
  # rysowanie zadań
  for node in self.tasks[::-1]:
    for neighbor in node.neighbors:
```

```python
    # dorysowanie przerywanej linii, określającej możliwe przesunięcie zadania oraz zale
    plt.plot([node.ef, neighbor.es], [node.name, node.name], 'r--', linewidth=1)
    plt.plot([neighbor.es, neighbor.es], [node.name, neighbor.name], 'r--', linewidth=1)
    # dorysowanie linii końcowej zadania
   plt.plot([node.es, node.ef], [node.name, node.name], color='skyblue', linewidth=5)
  plt.grid(True)
  plt.show()


 def computeTime(self, probability):
  return inverseDistribuant(probability, self.completion, np.sqrt(self.totalVariance()))
```

In [5]:

```python
def main():
 # ustalenie czynosci i ich czasu trwania
 tasks : List["Node"]= [
   Node('A', 13, 14, 15),
   Node('B', 5, 10, 15),
   Node('C', 7, 10, 19),
   Node('D', 2, 2, 2),
   Node('E', 10, 10, 10),
   Node('F', 20, 21, 22),
   Node('G', 4, 16, 16),
   Node('H', 5, 20, 23),
   Node('I', 5, 8, 11),
   Node('J', 12, 12, 12)
  ]
 #stworzenie grafu
 graph = Graph(tasks)

 # dodanie zaleznosci
 edges = [(0,1), (0,2), (0,3), (1,4), (2,5),(2,6),(3,6),(4,8), (5,7), (5,8), (6,7), (8,9),

 #dodanie krawędzi do struktury ścieżki
 for prev, next in edges:
  tasks[prev].addNeighbor(tasks[next])
  tasks[next].addPredecessor(tasks[prev])

 # Obliczenia używając struktury i funkcji opisanych wcześniej
 crit = graph.PERT()
 print("Ścieżka krytyczna:", crit)

 Probability = 0.9
 time = graph.computeTime(Probability)
 print(f'Czas trwania dla prawdopodobieństwa {Probability} wynosi {time.round()}')
 graph.drawGanttsChart()
main()
```

```
Ścieżka krytyczna: [A, C, F, H, J]
Czas trwania dla prawdopodobieństwa 0.9 wynosi 81.0
```



Zadanie 3

Zapas jest interpretowany jako pozioma, czerwona, przerywana linia, następująca po zadaniu.

Pomoce i przemyślenia do obliczeń zastosowanych w zadaniach

Do obliczenia prawdopodobieństwa należy naszą dystrybuantę przekształcić do dystrybuanty rozkładu normalnego za pomocą wzoru:

\begin{equation} F(X) = \Phi(\frac{X - \mu}{\sigma}) \end{equation}

gdzie,

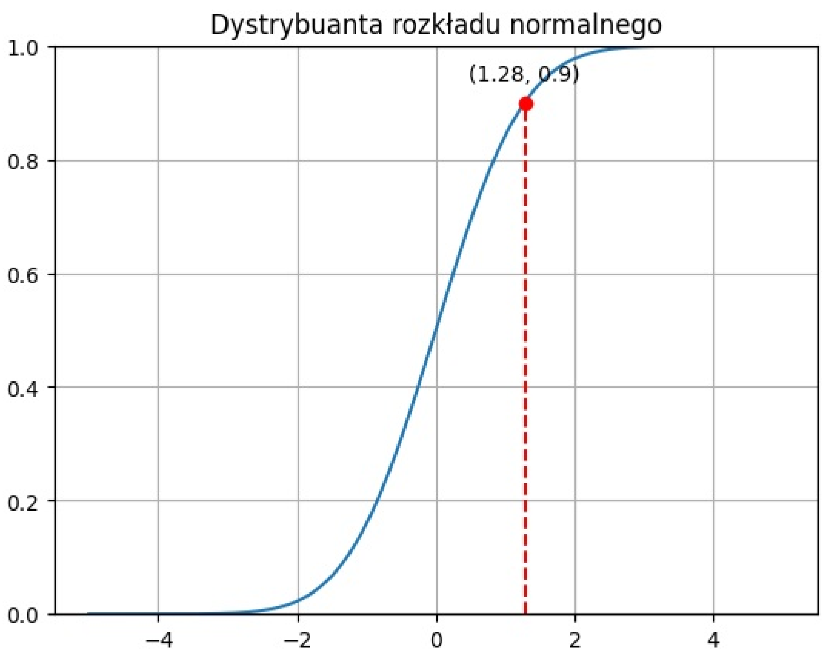
$X = t_d$ czas dyrektywy,

$\mu = t_r$ to czas modelowy ukończenia projektu,

$\sigma = \sigma_c$ to odchylenie standardowe.

Zatem $ t_d $ jest dane wzorem: \begin{equation} t_d = X \cdot \sigma_c + t_r \end{equation} Aby prawdopodobieństwo wynosiło 0.9 to, odczytując z tablic: \begin{equation} \Phi(1.28) = 0.8997 \approx 0.9 \end{equation} Zatem \begin{equation} t_d = 1.28 \cdot \sigma_c + t_r \end{equation}

In [6]:
```
P = 0.9
xP = inverseDistribuant(P)
x = np.linspace(-5, 5, 1000)
y = distribuant(x)
plt.plot(x, y)
plt.plot([xP, xP], [0, P], 'r--')
plt.plot(xP, P, 'ro')
plt.annotate(f'({xP:.2f}, {P})', (xP, P), textcoords="offset points", xytext=(0,10), ha='cen
plt.ylim(0, 1)
plt.title('Dystrybuanta rozkładu normalnego')
plt.grid(True)
plt.show()
```



W moim rozwiązaniu jednak ta analiza nie była konieczna, ponieważ użycie *scipy.stats.norm.ppf()* pozwala na obliczenie wartości odwrotnej dystrybuanty normalnej o dowolnych parametrach.

Źródła

Kod był napisany przeze mnie, a swoją wiedzę opierałem o materiały dostępne w internecie, takie jak:

- Maciej Patan, Programowanie sieciowe. Metody CPM i PERT
- Wykres Gantta
- Project Scheduling - PERT/CPM | Finding Critical Path
- How to use PERT Method ? project management