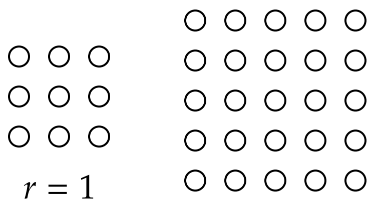
1. 概述：局部连接的反馈网络（一般二维形式）



$r=1$　　$r=2$

$C_{i-1,j-1}$	……	……
……	C_{ij}	$C_{i,j+1}$
……	……	$C_{i+1,j+1}$

邻域 $N_r=\{C_{kl}\,|\,|k-i|\leqslant r \text{ 且 } |l-j|\leqslant r\}$

状态方程

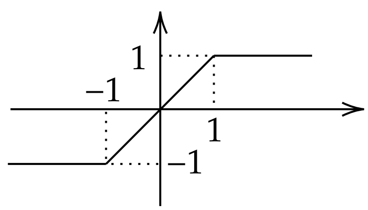
$$C\frac{\mathrm{d}x_{ij}}{\mathrm{d}t}=-\frac{x_{ij}}{R_x}+\sum_{C_{kl}\in N_r(i,j)}A(ij,kl)y_{kl}+\sum_{C_{kl}\in N_r(i,j)}B(ij,kl)u_{kl}+I_{ij}$$

其中 $x_{ij}:C(i,j)$ 的状态　$A(ij,kl):C(k,l)$ 的输出与 $C(i,j)$ 之间的连接权

$B(ij,kl):C(k,l)$ 的输入与 $C(i,j)$ 之间的连接权　$u_{kl}:C(k,l)$ 的输入

例：$[A]=\begin{bmatrix}0&1&0\\1&4&1\\0&1&0\end{bmatrix}\begin{cases}A(ij;ij)=4\\A(ij;i+1,j)=1\\A(ij;i-1,j)=1\\A(ij;i,j+1)=1\\A(ij;i,j-1)=1\\0\quad else\end{cases}\quad B=\begin{bmatrix}0&2&0\\2&4&2\\0&2&0\end{bmatrix}$ 与 $[A]$ 类似

输出 $y_{ij}=\begin{cases}1 & x_{ij}\geqslant 1\\x_{ij} & -1<x_{ij}<1\\-1 & x_{ij}\leqslant -1\end{cases}$



对于每个神经元，其连接方式（$[A]$、$[B]$）均相同

2. 稳定性

能量函数

$$E=-\frac{1}{2}\sum_{ij}\sum_{kl}A(ij;kl)y_{ij}y_{kl}+\frac{1}{2R_x}\sum_{ij}y_{ij}^2-\frac{1}{2}\sum_{ij}\sum_{kl}B(ij;kl)y_{ij}u_{kl}-\sum_{ij}y_{ij}$$

- E 有界
- $A(ij;kl)=A(kl;ij)$ 时，$\dfrac{\partial E}{\partial t}\leqslant 0$，网络稳定（输出 $1/-1$）

3. 应用（图像处理等方面）

例：$C=1, R_x=1$ 细胞神经网络做空洞滤波

- 初始值 $x_{ij}=1, y_{ij}=1, I_{ij}=-1$
- $u_{ij}\in\{-1,1\}$ $\begin{cases} u_{ij}=-1 & \text{对应白色像素点} \\ u_{ij}=1 & \text{对应黑色像素点} \end{cases}$
- $[A]=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $[B]=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

解：过程：$\dfrac{\mathrm{d}x_{ij}}{\mathrm{d}t}=-x_{ij}+\sum\limits_{C_{kl}\in N_r(i,j)} A(ij;kl)y_{kl}+\sum\limits_{C_{kl}\in N_r(i,j)} B(ij;kl)u_{kj}+I_{ij}$

- 当 $u_{ij}=-1$ 时，白色背景

  $t=0$ 时，$\dfrac{\mathrm{d}x_{ij}}{\mathrm{d}t}=-x_{ij}+\underbrace{2y_{ij}+\cdots}_{[A]}+\underbrace{u_{ij}+\cdots}_{[B]}\underbrace{-1}_{I_{ij}=-1}$

  整幅图像边缘 $\dfrac{\mathrm{d}x_{ij}}{\mathrm{d}t}<0$，使得 $y_{ij}=-1$

  其他像素点 $\dfrac{\mathrm{d}x_{ij}}{\mathrm{d}t}=0$，保持 $y_{ij}=1$

- 当 $u_{ij}=1$ 时，洞边界

  $t=0$ 时，$\dfrac{\mathrm{d}x_{i}}{\mathrm{d}t}=\ \cdots\cdots\ >0$，保持 $y_{ij}>1$

- 边缘 $y_{ij}=-1$，紧邻边缘当点 $\dfrac{\mathrm{d}x_{ij}}{\mathrm{d}t}=\ \cdots\cdots\ <0$

  $x_{ij}\to y_{ij}=-1$，传递下去使得洞外 $y_{ij}=-1$

- 传递到洞的边界，$\underbrace{\text{洞的边界点}}_{u_{ij}=1}$ $\dfrac{\mathrm{d}x_{ij}}{\mathrm{d}t}>0$ $y_{ij}=1$，最终 $y_{ij}=1$，对应了洞及边界