7-data-types 题解

CPL 助教团队

2022 年 12 月 7 日

目录

> 教学周历中本周课程的知识点为“基本数据类型”，对应教材章节为 7.1 - 7.6。
> 本周作业为期中复习题。

本周作业为期中复习题，难度较大。大家可以配合视频讲解食用本题解。

1 超级鸡尾酒 (wine.c)

> 本题知识点：整数输入、结构体数组的初始化与访问、排序、整数运算、循环、条件分支。

因为液体的容积可以切割成任意等份，所以一个很自然的想法就是我们不断地往这个容积为 L 的酒杯里面倒入当前价值最高的液体，直到倒入了所有的酒或者是将这个杯子倒满。

为了实现这个想法，我们需要两步：

- 将所有的酒按照**价值大小**排序，排序的过程中需要保证酒的总容积跟排序前对应。
- 不断尝试向这个杯子里面倒入**当前价值最大**的酒，直到所有酒都倒完或者是总容积到达 L 。

第一个过程可以采用多种方法完成，其中包括老师上课讲过的归并排序、插入排序等方法；而第二步可以采用递归或是非递归的方法完成，因为第二步有两种结束条件，所以大家实现的时候需要注意边界情况。

```c
/* wine.c */
#include <stdio.h>
long long n, L, i, j, k, ans = 0, v[20000], w[20000], idx[20000];
int main()
{
    scanf("%d %d", &n, &L);
    for (i = 1; i <= n; i++)
        idx[i] = i;
    for (i = 1; i <= n; i++)
        scanf("%d", &v[i]);
    for (i = 1; i <= n; i++)
        scanf("%d", &w[i]);
    for (i = 1; i <= n; i++)
        for (j = i + 1; j <= n; j++)
            if (v[idx[i]] < v[idx[j]])
            {
                int t = idx[i];
                idx[i] = idx[j];
                idx[j] = t;
```

```
            }
    i = 1;
    while (L > 0)
    {
        if (L >= w[idx[i]])
        {
            L -= w[idx[i]];
            ans += w[idx[i]] * v[idx[i]];
        }
        else
        {
            ans += L * v[idx[i]];
            L = 0;
        }
        i++;
    }
    printf("%d\n", ans);
    return 0;
}
```

题面中一个疏忽的地方是没有说明输入数据的数据范围，但是这题中 int 可以通过，所以无伤大雅。

2 画长方体 (cuboid.c)

本题知识点：整数输入、循环、条件分支、字符（串）输出。

原来是 4-loops 被删减的题目之一。~~还好删掉了，要不然真的太难了。~~ 虽然大家感觉到有点难写，但是其实并没有太多技术含量，大家花一点力气写一写应该也可以写出来。

一种可能比较简单的方法是使用一个二维的 char 数组表示地图，然后将长方体分成三个面，分别使用两层的循环去“填”这个二维数组。

```c
/* cuboid.c */
#include <stdio.h>
#include <assert.h>
#include <string.h>

#define N 105

char s[N][N];

int main() {
    int T;
    scanf("%d", &T);
    for (int n, m, a, b, c; T--; ) {
        scanf("%d%d%d", &a, &b, &c);
        n = 2 * c + 1 + 2 * b;
        m = 2 * a + 1 + 2 * b;
        for (int i = 1; i <= n; i++)
            for (int j = 1; j <= m; j++)
                s[i][j] = ' ';
        for (int i = 2 * b + 1; i <= n; i += 2) {
            for (int j = 1; j <= 2 * a + 1; j += 2) {
                s[i][j] = '+';
                if (j + 1 <= 2 * a + 1) s[i][j + 1] = '-';
                if (i <= n) s[i + 1][j] = '|';
            }
        }
        for (int i = 1; i <= 2 * b; i += 2) {
            for (int j = 2 * b - i + 1 + 1;
                j <= 2 * b - i + 2 * a + 1 + 1; j += 2) {
                s[i][j] = '+';
                if (j + 1 <= 2 * b - i + 2 * a + 1 + 1)
                    s[i][j + 1] = '-';
                s[i + 1][j - 1] = '/';
            }
        }
        for (int j = 2 * a + 1; j <= m; j += 2) {
            for (int i = m + 1 - j;
                i <= m + 1 - j + 2 * c; i += 2) {
                s[i][j] = '+';
```

```
                if (i + 1 <= m + 1 - j + 2 * c) s[i + 1][j] = '|';
                if (j + 1 <= m) s[i - 1][j + 1] = '/';
            }
        }

        for (int i = 1; i <= n; i++) {
            for (int j = 1; j <= m; j++) {
                putchar(s[i][j]);
            }
            puts("");
        }
    }
    return 0;
}
```

你当然也可以把 3 个并列的 for 循环合并到一起去。

```
/* cuboid.c */
#include <stdio.h>
char out[200][200];

int main() {
    int T;
    scanf("%d", &T);
    while (T--) {
        for (int i = 0; i < 200; i++)
            for (int j = 0; j < 200; j++)
                out[i][j] = ' ';
        int a, b, c;
        scanf("%d%d%d", &a, &b, &c);
        for (int i = 0; i <= 2 * (b + c); i += 2) {
            for (int j = 0; j < 2 * a; j += 2) {
                out[i][j + (2 * b > i ? 2 * b - i : 0)] = '+';
                out[i][j + 1 + (2 * b > i ? 2 * b - i : 0)] = '-';
                out[i + 1][j + (2 * b > i ? 2 * b - i - 1 : 0)]
                    = "|/"[2 * b > i];
            }
            for (int j = 2 * (a + b + c) - i;
                j >= (2 * b > i ? 2 * (a + b) - i : 2 * a);
                    j -= 2) {
```

```
                out[i][j] = '+';
                out[i + 1][j] = " |"[i + j != 2 * (a + b + c)];
                out[i + 1][j - 1] = " /"[j > 2 * a];
            }
        }
        for (int i = 0; i <= 2 * (b + c); i++, putchar('\n'))
            for (int j = 0; j <= 2 * (a + b); j++)
                putchar(out[i][j]);
    }
    return 0;
}
```

如果你的技术特别高超，那么你也当然可以不使用数组直接输出。

```
/* cuboid.c */
#include <stdio.h>

int main() {
  int T, a, b, c;
  scanf("%d", &T);
  while (T--) {
    scanf("%d%d%d", &a, &b, &c);
    for (int i = 0; i < 2 * (b + c) + 1; i++) {
      for (int j = 0; j < 2 * (a + b) + 1; j++) {
        if (i + j < 2 * b || i + j > 2 * (a + b + c))
            putchar(' ');
        else if (i < 2 * b && i + j <= 2 * (a + b)) {
          if ((i & 1) && !(j & 1)) putchar(' ');
          else if ((i & 1) && (j & 1)) putchar('/');
          else if (!(i & 1) && !(j & 1)) putchar('+');
          else if (!(i & 1) && (j & 1)) putchar('-');
        }
        else if (i >= 2 * b && j <= 2 * a) {
          if ((i & 1) && (j & 1)) putchar(' ');
          else if ((i & 1) && !(j & 1)) putchar('|');
          else if (!(i & 1) && !(j & 1)) putchar('+');
          else if (!(i & 1) && (j & 1)) putchar('-');
        }
        else {
          if (!(i & 1) && (j & 1)) putchar(' ');
```

```
27            else if ((i & 1) && !(j & 1)) putchar('|');
28            else if (!(i & 1) && !(j & 1)) putchar('+');
29            else if ((i & 1) && (j & 1)) putchar('/');
30          }
31        }
32        putchar('\n');
33      }
34    }
35    return 0;
36  }
```

CQ 同学还写出了所有助教都没想到的方法，那就是将 $a \times b \times c$ 的长方体分解为若干个 $1 \times 1 \times 1$ 的单位立方体，在合适的位置填充画布。因为前面的立方体恰好遮挡住后面的立方体，所以这种方法写起来也比较简单。代码略。

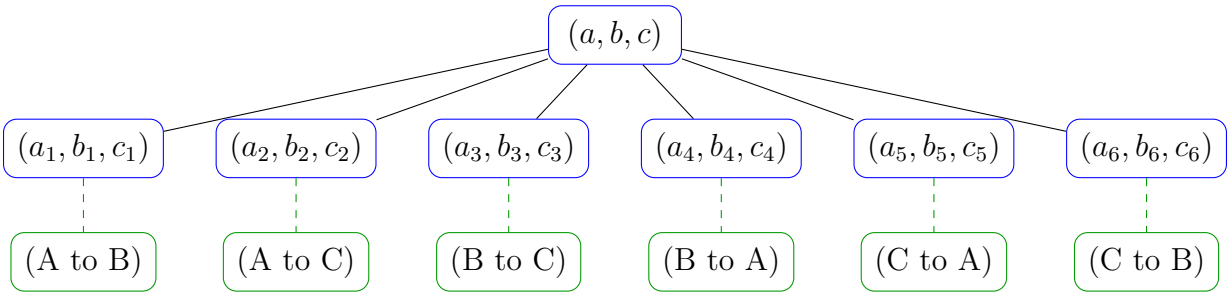
3 倒水游戏 (pour.c)

本题知识点：整数输入、递归、循环、指针 / 数组的操作。

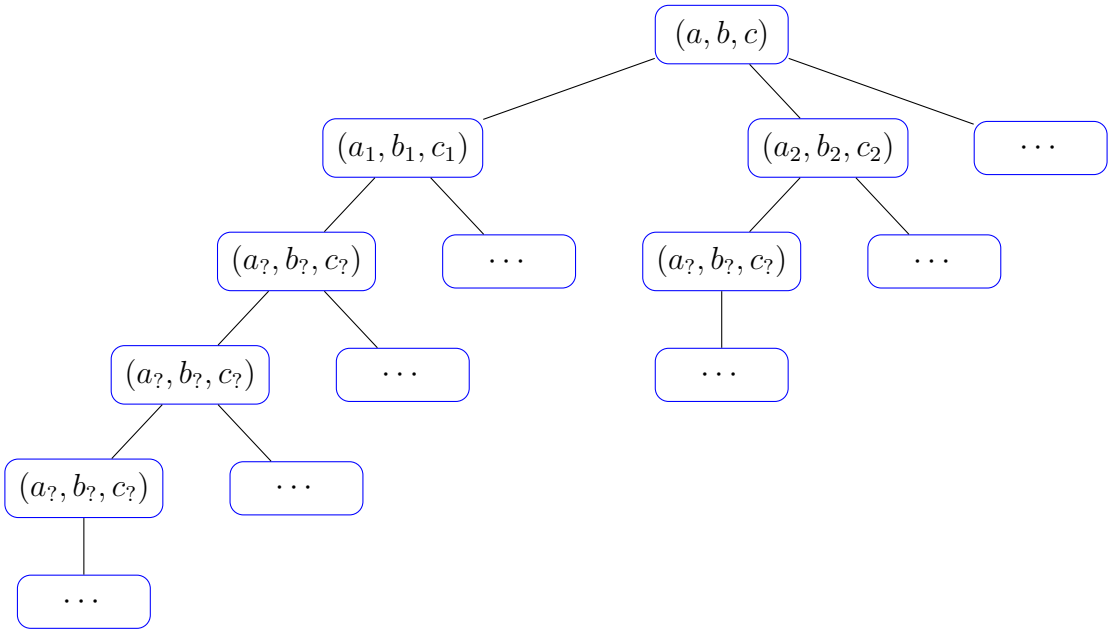
（2021 年）
（前一周出题前，蚂老师办公室）
蚂老师：这周题目可以简单一点。
（题目基本上出好了）
蚂老师：不行，好像有点太简单了，要搞一个题目难难他们。
（此题诞生）

这个题面看上去就非常递归，为什么？大家可以回忆了一下上周的那个数字分解，我们采用的是一种“尝试”的思想，再仔细想想，我们其实在做一件“枚举全部可能”的工作。当你遇到一道题的时候，如果你对“如何用数学知识解决这道题”没什么想法，而这道题的数据范围又特别小，那么**枚举全部可能**就成为了一种行之有效的手段，这一类的递归本质上都是一种非常有效的枚举手段。

依然是采用尝试一步的方法进行枚举。考虑第一步怎么倒水，一共有 6 种可能，分别为：



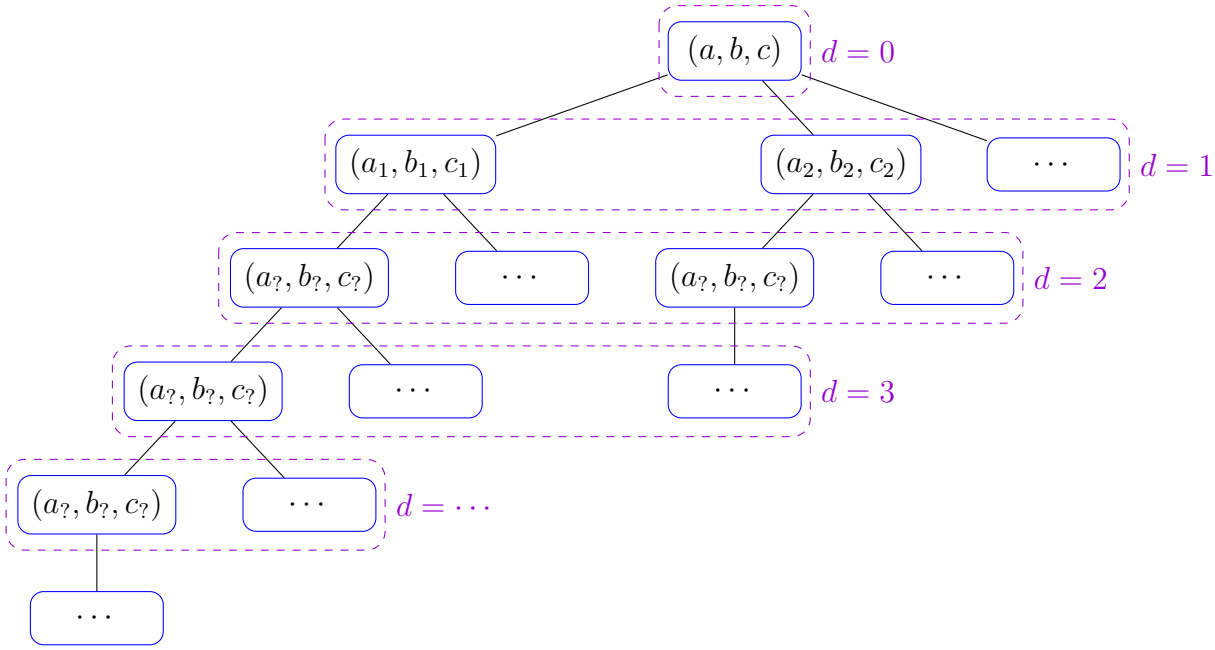
容易发现，我们希望得到的一个枚举的工作实际上是把一种水的状态不断“扩展”为六种不同的、新的水的状态，如果我们对每一种新出现的状态都执行这样的操作的话，那么我们就成功枚举了所有情况。



因为 6 这个数字实在是有一点点大，所以上图进行了很多的缩略，如果我们将上面得到的每一个新状态都不断地向下扩展的话，我们就成功枚举了每一个状态。如果这些状态中有一些是我们的目标状态的话，我们就知道了答案应该为 Yes 。

容易发现，一个状态会扩展出 6 个状态，这个增长速度是非常非常快的，当我们向下扩展到第 d 层时，就已经有了 $\sum_{i<d} 6^i$ 个不同的状态，这是一个指数级别的增长速度。当 d 很大的时候，需要运算的数据量已经非常恐怖，哪怕是计算机也承受不了。

接下来考虑这个步数 k 的限制，如果我们给上图分分层，我们就可以发现当前倒了 d 次水相当于当前已经扩展到了第 d 层，所以当当前枚举的层数越界的时候我们让程序直接返回结束即可。




```c
/* pour.c */
#include <stdio.h>

int k, va, vb, vc, a0, b0, c0, ans = 0;
```

```
5
6  void pour(int* c1, int* c2, int v1, int v2) {
7      /* pour c1 into c2 */
8      int sum = (*c1) + (*c2);
9      if (sum > v2) sum = v2;
10     *c1 = 0, *c2 = sum;
11 }
12
13 void solve(int stp, int a, int b, int c) {
14     if (stp > k) return;
15     if (a == a0 && b == b0 && c == c0) {
16         ans = 1;
17         return;
18     }
19     if (ans) return;
20     int oa = a, ob = b, oc = c;
21
22     a = oa, b = ob, c = oc;
23     pour(&a, &b, va, vb);
24     solve(stp + 1, a, b, c);
25
26     a = oa, b = ob, c = oc;
27     pour(&b, &a, vb, va);
28     solve(stp + 1, a, b, c);
29
30     a = oa, b = ob, c = oc;
31     pour(&a, &c, va, vc);
32     solve(stp + 1, a, b, c);
33
34     a = oa, b = ob, c = oc;
35     pour(&c, &a, vc, va);
36     solve(stp + 1, a, b, c);
37
38     a = oa, b = ob, c = oc;
39     pour(&b, &c, vb, vc);
40     solve(stp + 1, a, b, c);
41
42     a = oa, b = ob, c = oc;
43     pour(&c, &b, vc, vb);
```

```
44      solve(stp + 1, a, b, c);
45  }
46
47  int main() {
48      int a, b, c;
49      scanf("%d%d%d%d%d%d%d%d%d%d", &k, &va, &vb, &vc,
50       &a, &b, &c, &a0, &b0, &c0);
51      solve(0, a, b, c);
52      puts(ans ? "Yes" : "No");
53      return 0;
54  }
```

4 内存分配器 (buddy.c)

本题知识点：整数和字符（串）的输入，循环，条件分支，数组模拟链表。

强烈建议结合视频提示阅读本题题解，本题题解将会结合视频里给出的代码框架讲解。

在视频里面，我们已经讲解了“操作”类型的题目如何进行读入以及使用函数来进行一些分解和抽象。我们在本题中的任务仅剩下了填写我们留下的 query、fit_size、get_best、allocate 函数。

不妨从简单的入手，对于 query ，我们可以直接利用已有的信息输出。

```
1  void query() {
2      printf("%d\n", tot);
3      for (int i = 1; i <= tot; i++) {
4          printf("%d", id[i]);
5          printf(i != tot ? " " : "\n");
6      }
7  }
```

只需要回头看看 id、tot 等变量的定义就可以完成 query 。

然后就是 fit_size 了，这个函数只需要求出“恰好”能够放得下 m 的 2^k 的结果就行，我们可以从小到大遍历尝试。

```
1  int fit_size(int m) {
2      for (int i = 0; i <= n; i++) {
3          if ((1 << i) >= m) return i;
4      }
5      /* will not reach here. */
6  }
```

如果数据完全符合要求的话，这个函数在循环过程中一定会返回。另外一点可能需要强调的就是浮点数的精度误差问题。pow 在本题中是可接受的，但 log 和 log2 在本题中是不可接受的。

然后是 get_best ，按照我们给出的定义，这个函数将会按照分裂的规则返回当前“最好”的空间节点，这一块既有可能直接用于分配也有可能用于分裂。

```
int get_best(int m) {
    for (int i = 1; i <= tot; i++) {
        if (id[i] != 0) continue;
        if (siz[i] == m) return i;
    }
    for (int i = 1; i <= tot; i++) {
        if (id[i] != 0) continue;
        if (siz[i] > m) return i;
    }
    /* will not reach here */
}
```

上面两个 for 循环分别对应了寻找大小恰好的块和寻找需要分裂的块两个步骤。但其实下面的写法也是正确的。

```
int get_best(int m) {
    for (int i = 1; i <= tot; i++) {
        if (id[i] != 0) continue;
        if (siz[i] >= m) return i;
    }
    /* will not reach here */
}
```

我个人（czh）认为这样的写法的正确性并不显然，但是确实是可以证明的，这里留作一个小小的 bonus ，感兴趣的同学可以来证明一下。

那么最后就还剩下 allocate 函数啦。

```
void allocate(int cur_id, int m) {
    while (1) {
        int pos = get_best(m);
        if (siz[pos] == m) {
            id[pos] = cur_id;
            break;
        } else {
            for (int i = tot + 1; i > pos + 1; i--) {
                id[i] = id[i - 1];
                siz[i] = siz[i - 1];
```

```
            }
            ++tot;
            --siz[pos];
            siz[pos + 1] = siz[pos];
            id[pos + 1] = 0;
        }
    }
}
```

这个函数剩下的部分在于如何完成“区间后移”，当然有很多种方法，我认为最简单的方法就是从后往前遍历（想一想，为什么是从后往前而不是从前往后），然后“一路”把相应数组的值复制过来。在后移完成之后，我们需要谨慎地处理 pos 和 pos + 1 两个位置的 id 和 siz ，尤其是不要忘记将 id[pos + 1] 设为 0。

由于本题的核心代码已经全部给出，此处不再给出完整的标程。

5 括号序列 (brackets.c)

本题知识点：整数和字符串的输入、栈的模拟、字符串输出、字符串处理（使用栈）。

在阅读本题的题解之前，你需要先了解“栈”这种抽象的结构和它支持的 push 与 pop 两种核心操作。~~（我该怎么了解这些知识？）~~

括号序列的匹配是栈这种模型最经典的用法之一。我们发现在匹配的过程中，如果一个括号序列合法，那么每一个右括号都是和**离它最近的那个左括号**配对的。

于是使用一个栈，栈中元素为当前还没有配对的左括号。我们对整个括号序列从左到右依次扫描，如果：

- 遇到一个左括号，则将这个左括号入栈。
- 遇到一个右括号，则将栈顶（考虑一下，为什么是栈顶）的元素出栈，表示栈顶左括号与当前右括号匹配成功。

容易发现，如果匹配成功，最终栈中一定为空；但是最终栈中为空一定能保证得到了一个合法的括号序列吗？我们还需要保证所有匹配的过程是合法的，在此题中具体包括：

- 栈顶出栈的括号与当前的括号形状相符合（比如“(”不能和“]”匹配）。
- 匹配到一个右括号时，当前栈顶不能为空。

大家也可以推出其他正确的条件。还是那句话，正确的条件都能在数学上证明等价。

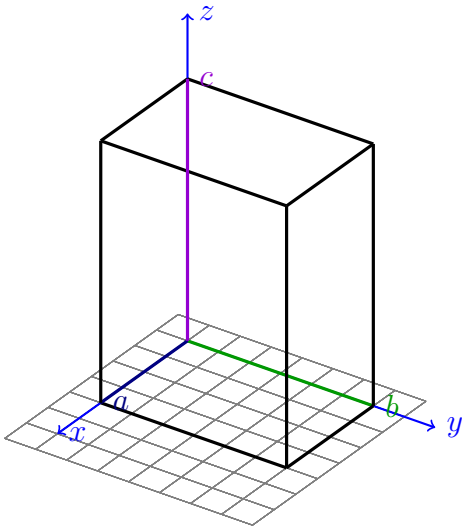
```
/* brackets.c */
#include <stdio.h>
#include <string.h>
```

```c
#include <stdbool.h>

#define N (100000 + 50)

int T, top;
bool vis[N];
char s[N], stk[N];

int main() {
    scanf("%d", &T);
    for (int n; T--; ) {
        scanf("%s", s);
        n = strlen(s), top = 0;
        bool ok = true;
        for (int i = 0; i < n; i++) {
            char ch = s[i];
            if (ch == '(' || ch == '[' || ch == '{') {
                stk[++top] = ch;
            } else {
                if (!top) {
                    ok = false;
                    break;
                }
                if ((ch == ')' && stk[top] != '(')
                    || (ch == ']' && stk[top] != '[')
                    || (ch == '}' && stk[top] != '{')) {
                    ok = false;
                    break;
                }
                --top;
            }
        }
        ok &= (top == 0);
        puts(ok ? "True" : "False");
    }
    return 0;
}
```

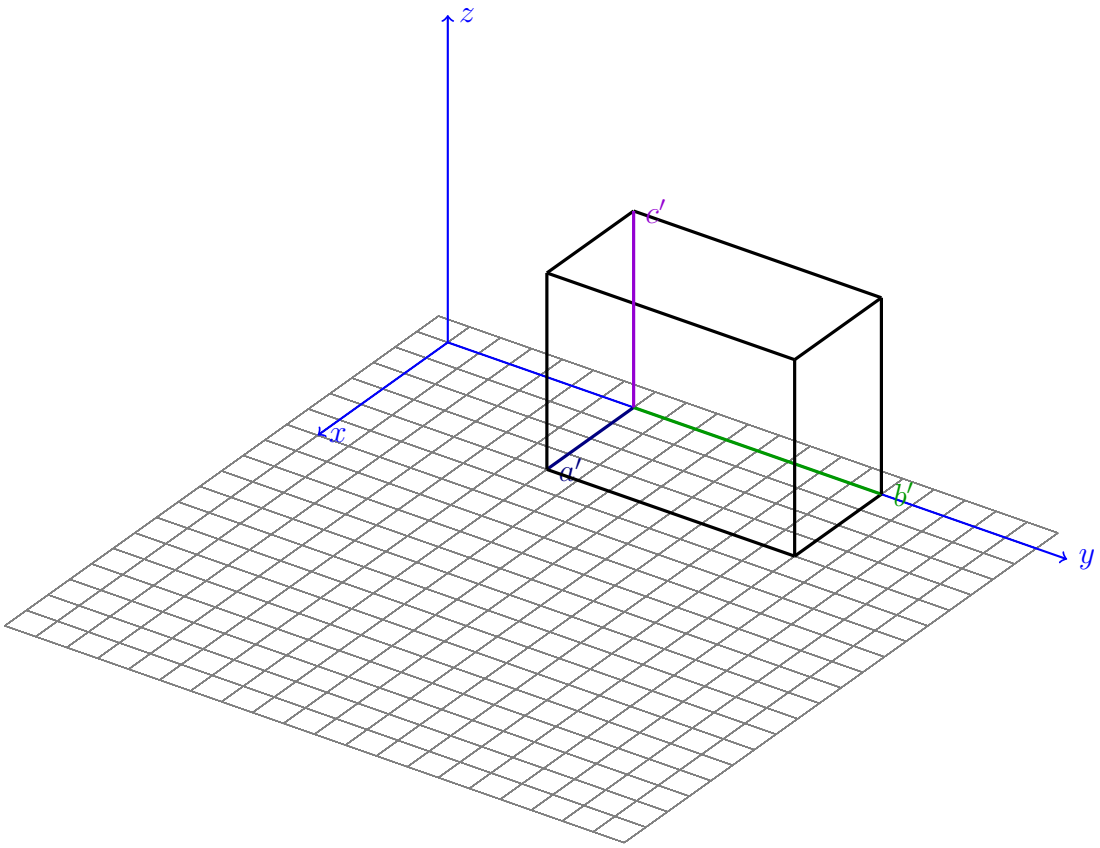
6 立方体翻转（rotate.c）

本题知识点：整数输入、循环、条件分支、整数输出。

这道题需要大家使用合理的方法在存储立方体的信息，否则就很容易写出很长的代码。
一种比较简单的方法应该是记录当前的最靠“里”的点的位置 (x, y) 和当前的三条棱的长度。



比如在上图中，立方体看上去一次都没有翻转过，即 $(x, y) = (0, 0)$ ，是原点坐标。我们可以考虑一次翻转之后变成了什么样，比如上图经过了一次 D 操作（向右翻转）之后。



我们可以发现，在上一步操作中，$a' = a, b' = c, c' = b$ （b, c 互换），而 (x, y) 的坐标也相应变化。
类似的，我们也可以找出其他几种操作的规律，这样我们程序的实现就十分简单了。

```c
/* rotate.c */
#include <stdio.h>
#include <string.h>
#include <assert.h>

#define N 1005

int n;
char s[N];

void swap(int *a, int *b) {
    int c = *a;
    *a = *b;
    *b = c;
}

int main() {
    int a, b, c;
    scanf("%d%d%d", &a, &b, &c);
    scanf("%s", s + 1);
    n = strlen(s + 1);
    int x = 0, y = 0;
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        char ch = s[i];
        switch (ch) {
            case 'S': x += a; swap(&a, &c); break;
            case 'W': x -= c; swap(&a, &c); break;
            case 'A': y -= c; swap(&b, &c); break;
            case 'D': y += b; swap(&b, &c); break;
            default: assert(0);
        }
    }
    printf("%d %d %d %d\n", x, x + a, y, y + b);
    return 0;
}
```

7 写在最后

题解晚了很不好意思，大家一起咕咕咕。

由于写的比较赶，所以很有可能有各种错误或者遗漏的地方，非常欢迎大家指出！

感谢大家的理解和包容，祝我们都能顺利度过考试周。